

T.C.
İstanbul Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
Ekonometri Anabilim Dalı

Doktora Tezi

**SERMAYE PİYASASI'NDA RİSKİN SINIRLI
BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ PANEL VERİ
MODELLERİ İLE ANALİZİ**

Ferda Yerdelen Tatoğlu

2502010123

Tez Danışmanı

Prof. Dr. Ahmet Gökçen

İSTANBUL – 2005

ÖZ

Ekonometri literatüründe son zamanlarda, panel verilerin sıkça kullanıldığı görülmektedir. Bu çalışmada, panel verinin sınırlı bağımlı değişkenli modellerde kullanımı ve bu şekilde kurulan modellerin tahmin yöntemleri incelenmiştir. Sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modellerinin yardımıyla, piyasa riski ile ilgili analizler yapılmıştır. İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda işlem gören imalat sanayiine ait yirmi altı hisse senedinin risklerinin, genel endeksin (İMKB 100 endeksin) riskinden büyük olma olasılığını etkileyen faktörler belirlenmeye çalışılmıştır. Bağımsız değişkenler olarak, sistematik olmayan riskin kaynaklarından olan finansal oranlar (rasyolar) alınmıştır. Finansal oran sayısının çok fazla olması ve aralarında çoklu bağlantılar bulunması nedeniyle, bağımlı değişkeni en çok etkileyen finansal oranları seçmek gerekliliği doğmuştur. Bunun için stepwise (adım adım ya da adımsal regresyon) yöntemi uygulanmış ve bağımsız değişken sayısı beşe indirilmiştir. Uygulama aşamasında modelde birim ve/veya zaman etkilerinin olmadığını varsayan klasik model, bu etkilerin sabit olduğunu varsayan sabit etkili model ve tesadüfi olduğunu varsayan tesadüfi etkili model denenmiş ve her bir varsayıma uygun farklı metotlarla tahminler yapılmıştır. Sonuçta tesadüfi etkiler varsayımıyla kurulan modeller (logit, probit, tamamlayıcı log-log, genelleştirilmiş en küçük kareler, esnek genelleştirilmiş en küçük kareler ve maksimum olabilirlik) birbirine yakın sonuçlar vermiş ve daha iyi performans sergilemişlerdir. Ayrıca bağımlı değişkenin sansürlü (Tobit) ve kesikli yapıda olduğu modeller de denenmiş ve diğer modellerle karşılaştırılıp yorumlar yapılmıştır.

ABSTRACT

In recent years, panel data have been used many times in econometric literature. In this study, panel data models with limited dependent variables and its estimation methods are examined. The market risk is analyzed by using panel data models with limited dependent variables. The factors that influence the probability of the risks of 26 manufacture sector stocks traded in Istanbul Stock Exchange (ISE) be higher than the risk of ISE-100 index are explained. Financial ratios, one of the sources of non-systematic risk, are taken as independent variables. Since there are too many ratios and multicollinearity problem, the ratios that affect the dependent variable at most are chosen. Therefore, the number of independent variables is reduced to five after applying stepwise regression methods. During the application process, the classical model, which assumes no time and unit effects, the fixed effects model, which assumes that these effects are fixed, and the random effects model, which assumes these effects are random are implemented and different estimation methods corresponding to each model are used. As a result, the models assuming random effects (logit, probit, complementary log-log, generalized least squares, feasible least squares and maximum likelihood) give similar results and showed a better performance than the others. In addition, censored and truncated dependent variable models are examined and the results are compared with those of the other models.

ÖNSÖZ

Günümüzde artık gerek okutulan ekonometri derslerinde, gerekse yapılan bilimsel çalışmalarda önemi gittikçe artan panel veriler yapılan tezlerde de ön plana çıkmaya başlamıştır.

Bu çalışmada, ekonometride sınırlı bağımlı değişkenli modeller olarak bilinen modellerin panel verilerle tahmin yöntemleri incelenmiştir. Önce hem panel veri hem de sınırlı bağımlı değişkenli modeller ayrı ayrı incelenmiş, daha sonra birlikte ele alınmıştır. Finansal açıdan ise, imalat sanayiinde yer alan yirmi altı hisse senedinin toplam risklerinin, genel endeksin toplam riskinden büyük olması olasılığını etkileyen faktörler bu modellerin yardımı ile ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Bu çalışma yapılırken, özellikle veri sağlama aşamasında güçlüklerle karşılaşmıştır, çünkü ülkemizde düzenlenmiş panel verilere ulaşılabilecek kaynaklar oldukça sınırlıdır. Bu çalışmanın uygulama aşamasında ele alınan hem bağımlı hem de bağımsız değişkenlere ait veriler ise, çeşitli hesaplamalardan sonra elde edilmiştir. Özellikle, bağımsız değişken olarak kullandığımız finansal oranlara ait verilerin bilançolardan hesaplanarak elde edilmesi haftalarımızı almıştır. Ülkemizde panel veri elde edilmesi aşamasında karşılaşılan bu güçlükler, panel verilerle az çalışma yapılmasının nedenini ortaya koymaktadır. İleride ülkemizde de panel verilerin düzenli bir şekilde elde edilebilmesine paralel olarak, bu yöndeki çalışmaların da artacağı düşünülmektedir.

Bu tez çalışmasının yapılmasında katkıda bulunan tez danışmanım Prof. Dr. Ahmet Gökçen'e, ayrıca Prof. Dr. Selahattin Güriş, Prof. Dr. Targan Ünal, Doç. Dr. Karun Nemlioğlu ve Yrd. Doç. Dr. Nilgün Çil Yavuz'a teşekkürlerimi sunarım. Çalışmalarım süresince desteğini esirgemeyen eşime, aileme ve gerek yazdıklarımı okuyarak düşüncelerini söyleyen gerekse tashih aşamasında yardımcı olan bölüm içinden ve bölüm dışından arkadaşlarıma da teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

ÖZ	III
ABSTRACT	IV
ÖNSÖZ	V
İÇİNDEKİLER	VI
ŞEKİLLER	IX
TABLolar	IX
KISALTMALAR	X
GİRİŞ	1

1.BÖLÜM

PANEL VERİ VE DOĞRUSAL PANEL VERİ ANALİZİ

1.1. PANEL VERİ	3
1.2. DOĞRUSAL PANEL VERİ MODELLERİ	6
1.2.1. Klasik Model	11
1.2.2. Sabit Ve Tesadüfi Etkili Modeller	12
1.2.2.1. Sabit Etkili Modeller (Sabit Katsayılı Modeller)	12
1.2.2.1.1. Sabit Etkili Modellerin Tahmini	13
1.2.2.1.1.1. Gölge Değişkenli EKK (LSDV) Yöntemi	13
1.2.2.1.1.2. Kovaryans (Within) Tahmin Yöntemi	16
1.2.2.1.1.3. En Küçük Kareler (EKK)Yöntemi	18
1.2.2.1.1.4. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi	19
1.2.2.2. Tesadüfi Etkili Modeller	20
1.2.2.2.1. Tesadüfi Etkili Modellerinin Tahmini	23
1.2.2.2.1.1. En Küçük Kareler (EKK) Yöntemi	24
1.2.2.2.1.2. Kovaryans (Within) Tahmin Yöntemi	24
1.2.2.2.1.3. Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi	25
1.2.2.2.1.4. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi	30
1.3. PANEL VERİ MODELLERİNDE ETKİNLİK VE TUTARLILIK	35
1.4. PANEL VERİ MODELLERİ İÇİN TESTLER	36
1.4.1. Sabit, Tesadüfi Etkili Modeller Ve Klasik Model Arasında Seçim Yapmak İçin Kullanılan Testler	37
1.4.1.1. Tesadüfi Etkiler Testi (Lagrange Çarpanı (LM) Testi))	38
1.4.1.2. Olabilirlik Oranı (LR) Testi	38
1.4.1.3. Hausman Testi	39
1.4.2. Spesifikasyon İçin Genelleştirilmiş Wald Ve Score Testleri	40
1.4.3. Panel Veri Modellerinde Varsayımdan Sapmalar Ve Testleri	41
1.4.3.1. Heteroskedasite	41
1.4.3.2. Otokorelasyon	42
1.4.4. Normal Dağılımın Testi	44

1.5. PANEL VERİNİN AVANTAJLARI VE KISITLAMALARI	45
1.5.1. Panel Verinin Avantajları	45
1.5.1.1. Birim Değişkenliğini Modele İlave Etmek	45
1.5.1.2. Tahmin Sapmasının Azalması	46
1.5.1.3. Çoklu Doğrusal Bağlantı Problemini Azaltmak	48
1.5.1.4. Daha Kapsamlı Modeller Kurabilmek	48
1.5.2. Panel Veri Kullanmanın Getirdiği Kısıtlamalar	48
1.5.2.1. Hata Payında Oluşan Sapmalar	49
1.5.2.2. Veri Toplama Problemi	49
1.5.2.3. Zaman Serisinin Kısa Olma Problemi	49

2. BÖLÜM

SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ MODELLER

2.1. TERCİH MODELLERİ (NİTEL BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ MODELLER)	51
2.1.1. İkili Tercih Modelleri	54
2.1.1.1. Doğrusal Olasılık Modeli	55
2.1.1.2. Probit Model	57
2.1.1.3. Logit Model	59
2.1.1.4. Logit ve Probit Modellerinin Karşılaştırılması	61
2.1.1.5. Tamamlayıcı Log-Log Model	62
2.1.1.6. İkili Tercih Modellerinin Tahmini	64
2.1.1.6.1. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi	65
2.1.1.6.2. Tartılı En Küçük Kareler Yöntemi	70
2.1.2. Çoklu Tercih Modelleri	72
2.1.3. Sayı Modelleri	73
2.1.4. Tercih Modellerine İlişkin Testler	74
2.1.4.1. Olabilirlik Oranı (LR) Testi	74
2.1.4.2. Wald Testi	76
2.1.4.3. Lagrange Çarpanı (LM) Testi	76
2.1.5. Tercih Modellerinde Modelin Açıklama Gücünün Belirlenmesi	77
2.2. KESİKLİ MODELLER	79
2.2.1. Kesikli Dağılım	79
2.2.2. Kesikli Regresyon Modeli	82
2.2.3. Kesikli Regresyon Modelinin Tahmini	84
2.2.3.1. En Küçük Kareler (EKK) Yöntemi	85
2.2.3.2. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi	85
2.3. SANSÜRLÜ BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ (TOBİT) MODELLER	87
2.3.1. Sansürlü Normal Dağılım	88
2.3.2. Sansürlü Regresyon (Tobit) Modeli	89
2.4. ÖRNEK SEÇİM MODELLERİ	93
2.5. KALIM MODELLERİ	94

3.BÖLÜM

SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ PANEL VERİ MODELLERİ VE TAHMİN YÖNTEMLERİ

3.1. SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ PANEL VERİ MODELLERİ	98
3.1.1. Panel Tercih Modelleri (Nitel Bağımlı Değişkenli Panel Veri Modelleri)	98
3.1.2. Sansürlü Bağımlı Değişkenli Ve Kesikli Panel Veri Modelleri	99
3.2. SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ PANEL VERİ MODELLERİNİN TAHMİNİ	102
3.2.1. Sınırlı Bağımlı Değişkenli Panel Veri Modellerinin Sabit Etkiler Varsayımıyla Tahmini	102
3.2.1.1. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi	103
3.2.1.2. Şartlı Maksimum Olabilirlik Yöntemi	109
3.2.1.3. Semi-Parametrik Yöntem	113
3.2.2. Sınırlı Bağımlı Değişkenli Modellerin Tesadüfi Etkiler Varsayımıyla Tahmini	116
3.2.2.1. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi	116
3.2.2.2. Minimum Aralık Tahmincisi	119

4. BÖLÜM

İMKB'DE İŞLEM GÖREN İMALAT SANAYİİNE AİT HİSSE SENETLERİ RİSKLERİNİN PİYASA RİSKİNE GÖRE BÜYÜK OLMA OLASILIĞINI ETKİLEYEN FAKTÖRLERİN BELİRLENMESİ

4.1. RİSK VE RİSKİ ETKİLEYEN UNSURLAR	125
4.1.1. Risk Kavramı	125
4.1.1.1. Sistematik Risk	126
4.1.1.2. Sistematik Olmayan Risk	128
4.2. MODELDE KULLANILACAK DEĞİŞKENLER VE VERİLER	138
4.3. TAHMİN EDİLEN MODELLER	143
SONUÇ	155
KAYNAKLAR	158
EKLER	171
ÖZGEÇMİŞ	188

ŞEKİLLER

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
2.1.	Kümülatif Normal Dağılım	58
2.2.	Logit Ve Probit Modellerinde Olasılıklar	61
2.3.	Tamamlayıcı Log-Log Fonksiyon	62
2.4.	Logit, Probit Ve Tamamlayıcı Log-Log Modelleri İçin Olasılıklar	63
2.5.	Kesikli Normal Dağılımlar	82
2.6.	Bilet Satışı Ve Kapasite Doluluğu Örneği	88

TABLolar

Tablo No	Tablo Adı	Sayfa No
3.1.	1992-2003 Yıllarında İMKB Ulusal-100 Endeksinin Toplam Riski (Değişim Katsayısı, %)	139
3.2.	İMKB’de İşlem Gören İmalat Sanayiine Ait Hisse Senetlerinin Toplam Riskleri (Değişim Katsayıları, %)	140
3.3.	İkili Tercih Değişkeni Olan Bağımlı Değişkene Ait Veriler	141

KISALTMALAR

Kısaltma	Kısaltılmış İsim
BLUE	: En İyi Doğrusal Sapmasız Tahminci (Best Linear Unbiased Estimator)
CV	: Kovaryans Tahmincisi (Covariance Estimator)
DK	: Değişim Katsayısı (Coefficient Of Variation)
DOM	: Doğrusal Olasılık Modeli (Linear Probability Model)
EKK	: En Küçük Kareler (Least Squares)
GEKK	: Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (Generalized Least Squares)
GMM	: Genelleştirilmiş Moment Metodu (Generalized Moment Method)
LM	: Lagrange Çarpanı (Lagrange Multiplier)
LR	: Olabilirlik Oranı (Likelihood Ratio)
LSDV	: Gölge Değişkenli En Küçük Kareler (Least Squares Dummy Variable)
ML	: Maksimum Olabilirlik (Maximum Likelihood)
SE	: Sabit Etkiler (Fixed Effects)
TE	: Tesadüfi Etkiler (Random Effects)

GİRİŞ

Bu çalışmanın konusu, sınırlı bağımlı değişkenli modellerin panel veri ile tahmin yöntemlerini incelemek ve bu yöntemlerle, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda işlem gören hisse senetlerinin toplam risklerinin genel endeksin toplam riskinden büyük olmasını etkileyen faktörlerin belirlenmesi yönünde analizler yapmaktır. Daha sağlıklı veriler elde etmek mümkün olduğu için, imalat sanayiine ait hisse senetleri analiz kapsamına alınacak ve 1992-2003 yılları arasında sürekli işlem gören yirmi altı hisse senedi örnek olarak seçilecektir.

Hisse senetleri risklerinin genel endeksin riskinden büyük olmasını etkileyebilecek faktörlerin genel olarak, sistematik olmayan riskin kaynaklarından olan ve firma bilançolarından elde edilebilen oranlar olduğu düşünülmektedir. Bu çalışma ile hem bu düşüncenin gerçekçiliği sınanacak, hem de model tahmininde kullanılacak olan yöntemler birbiri ile karşılaştırılabilecektir.

Birinci bölümde, doğrusal panel veri analizi genel hatları ile ele alınacaktır. Panel veri modelleri, tahmin yöntemleri, panel veri modellerinin etkinliği ve tutarlılığı, bu modeller için kullanılabilecek testler, panel verinin avantajları, kısıtlamaları ve dezavantajları incelenecektir.

İkinci bölümde, sınırlı bağımlı değişkenli modeller tartışılacak, bu modellerin türleri ve tahmin yöntemleri ayrıntıları ile incelenecektir.

Üçüncü bölüm birinci ve ikinci bölümün birleştiği bölüm olup, bu bölümde sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modelleri yer alacaktır. Sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modellerinin tahmin yöntemleri ayrıntıları ile incelenecektir.

Dördüncü bölüm, imalat sanayi hisse senetleri toplam risklerinin genel endeksin toplam riskinden büyük olma olasılığını etkileyen faktörlerin doğrusal olmayan panel veri modelleri ile inceleneceği bölümdür. Bu bölümde, ilk önce finansal riskin ne olduğu tanımlanacak ve daha sonra riske etki edebilecek unsurlar tartışılacaktır. Bu verilerle, uygun doğrusal olmayan panel veri modelleri kurulmaya çalışılacak ve kurulan modeller birbiriyle karşılaştırılıp yorumlar yapılacaktır.

1.BÖLÜM

PANEL VERİ VE DOĞRUSAL PANEL VERİ ANALİZİ

Ekonometrik analizlerde genelde yatay kesit veri ve zaman serileri ayrı ayrı kullanılmaktadır; ya sadece kesit boyut ya da sadece zaman boyutu ile ilgilenilmektedir. Bazı iktisadi ve finansal ilişkilerde tek bir boyutun yetersizliği, yatay kesit ve zaman serisi verilerinin bir arada kullanımına imkan sağlayan panel verileri gündeme getirmiştir.

1.1. PANEL VERİ

Panel (longitudinal) veri; bireyler, ülkeler, firmalar, hane halkları gibi birimlere ait yatay kesit gözlemlerin belli bir zaman döneminde bir araya getirilmesi olarak tanımlanmaktadır¹. Panel veride “birim” ifadesi bir bireyi, hane halkını, firmayı, sektörü vb. ifade etmek için kullanılmakla birlikte, panel veri N sayıda birim ve her bir birime karşılık gelen T sayıda gözlemden oluşmaktadır. Her bir birime karşılık, bir zaman serisi vardır. Zaman boyutuna sahip yatay kesit serilerin kullanılarak ekonomik ilişkilerin tahmin edilmesi yöntemine panel veri analizi ismi verilmektedir.

Yatay kesit veri bir çok birim için sadece bir dönem hakkında bilgi verirken, zaman serisi verisi sadece bir birimin dönemlere göre bilgisini vermektedir. Hem dönemlere hem de birimlere göre bilgiler isteniyorsa, panel veri kullanılmalıdır. Yatay kesit verilerinin yıllar itibariyle aldıkları değerler söz konusu olduğundan panel veri analizinin temelinde tekrarlı varyans analizi ile varyans analizi modellerinin bulunduğu söylenebilir². Bu analizde genelde yatay kesit birim sayısı, dönem sayısından fazladır.

Panel veri, zaman serisi ve yatay kesit veriden daha karmaşık davranışsal modeller yapmaya ve bunları test etmeye yardımcı olur. Panel veri kullanılarak, uygulamalı çalışmalarda sıkça karşılaşılan hem zaman hem yatay kesit boyuta ait ihmal edilmiş (yanlış ölçülmüş, gözlenmemiş) değişkenlerin modelde yer alan açıklayıcı değişkenler ile korelasyonlu olmasına izin verildiğinden, bu

¹ Badi H. Baltagi, **Econometric Analysis Of Panel Data**, Chichester, John Wiley&Sons, 1995, s. 1

² Vedat Pazarlıoğlu, “1980-1990 Döneminde Türkiye’de İç Göç Üzerine Ekonometrik Model Çalışması”, Çukurova Üniversitesi, **5.Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu**, 2001, (çevrimiçi) http://www.ceterisparibus.net/kongre/cukurova_5.htm, 15.06.2005

korelasyonun doğurduğu ekonometrik problemin çözülmesine duyulan gerekliliği azaltır³. Ayrıca panel veri ile tahmin; birim değişkenliğinin ele alınmasına, çeşitlendirilmiş verinin kullanılması ile etkinliğin artmasına, düşük çoklu bağlantıya, daha karmaşık davranışsal modellerin tahmin edilmesine imkan verir⁴.

Yatay kesit ve zaman serisi verilerinin birleştirildiği ekonometrik modeller, ilk olarak Zellner⁵ “görünüşte ilişkisiz regresyon”, Balestra ve Nerlove⁶ “hata bileşenleri modeli”, Swamy⁷ “tesadüfi etkili model” çalışmaları ile kullanılmış olup bu çalışmaları takip eden son kırk yıldır da yaygın olarak kullanılmaktadır.

Son zamanlarda, her biri farklı zamanlarda gözlenmiş bir çok ülkeye ve binlerce birey ya da hane halkına ait gözlemler içeren dikey veri setleri hazırlanmıştır. Özellikle OECD’nin yayınladığı istatistiklerde bir çok ülke için yıllar bazında oluşturulmuş çok sayıda ekonomik seriler mevcuttur. Analizlerde kullanılan en önemli panel veri setleri: NLS (National Longitudinal Surveys of Labor Market Experience) ve PSID (University of Michigan’s Panel Study of Income Dynamics)’dır⁸.

Bazı ilişkileri ifade etmek için, yatay kesit veri ya da zaman serisi verisinin her zaman tek başına yeterli olmadığından ve bu nedenle panel veriye başvurulabildiğinden bahsedilmiştir. Yatay kesit veri ve zaman serisi verilerinin tek başına yeterli olamadığı durumlar için aşağıdaki örnekler verilebilir.

- Ben Ponarth’ın kadınların emek arzına katılımı ile ilgili yaptığı bir araştırmada, evli kadınların yıllık ortalama işgücüne katılma oranı %50 olarak bulunmuştur. Bu bulgu homojen bir nüfus için düşünüldüğünde, her kadının evli

³ Cheng Hsiao, **Analysis Of Panel Data**, Cambridge, Cambridge University Press, 1986, s. 3

⁴ Peter Kennedy, **A Guide To Econometrics**, Oxford, Blackwell Publishers, 1998, s. 231

⁵ Bkz. Arnold Zellner, “An Efficient Method Of Estimating Seemingly Unrelated Regressions And Tests For Aggregation Bias”, **Journal Of American Statistical Association**, 57, 1962, s. 348-368

⁶ Bkz. Pietro Balestra & Marc Nerlove, “Pooling Cross Section And Time Series Data In The Estimation Of A Dynamic Model: The Demand For Natural Gas”, **Econometrica**, Vol. 34, No.3, July 1966, s. 585-612

⁷ Bkz., P.A.V.B. Swamy., “Efficient Inference In A Random Coefficient Regression Model”, **Econometrica**, Vol.38, No.2, March 1970, s. 311-322

⁸ Hsiao, **a.g.e.**, s. 1

olarak geçirdiği yaşamının yarısını işgücüne katılarak harcadığı şeklinde yorumlanabilir. Heterojen bir nüfus için düşünüldüğünde ise, evli kadınların %50'sinin hep çalıştığı, %50'sinin hiç çalışmadığı şeklinde yorumlanabilir. Son yorumda mevcut iş statüsü ile ilgili bilgiler gelecekteki iş statüsünün çok iyi bir şekilde tahmin edilmesine imkan verirken, ilk yorumda bu mümkün değildir. Dolayısıyla bu iki yorumdaki temel ayrım, evli kadınların hayatlarının farklı dönemlerindeki işgücüne katılma olasılığının tahmininde, geçmişteki işgücü bilgilerine başvurmaya ihtiyaç olup olmadığıdır⁹. Bu ayrımı yapabilmek için yatay kesit veri ya da zaman serisi verisi tek başına yeterli olmayacak, dolayısıyla panel veri kullanılması gerekecektir.

- Klasik üretim fonksiyonu analizleri, ekonomileri derecelere ayırmakta ve teknolojik değişiklikleri ifade etmekte yetersiz kalmaktadır.

- Panel veri kullanılarak, bağımsız değişkenler arasındaki çoklu bağlantının derecesi azaltılabilir ya da tamamen yok edilebilir. Örnek olarak, bir dağıtılmış gecikmeli model ele alınırsa;

$$Y_t = \sum_{T=0}^h \beta_T X_{t-T} + u_t \quad t=1, \dots, T \quad (1.1)$$

Burada, X_t açıklayıcı değişken ve u_t tesadüfi kalıntı terimidir. Genelde, X_t ile X_{t-1} arasında ve $2X_{t-1}-X_{t-2}$ ile $X_{t-1}+(X_{t-1}-X_{t-2})$ arasında yakın ilişki olduğu düşünülür, bu sebepten $h+1$ sayıda açıklayıcı değişken ($X_t, X_{t-1}, \dots, X_{t-h}$) arasında oldukça şiddetli çoklu bağlantı görülebilir. Çoklu bağlantı nedeniyle, gecikmeli katsayıları tahmin etmek için yeterli bilgi sağlanamayabilir. Eğer panel veri kullanılırsa, X gecikmeli değişkenlerinin değerleri arasındaki çoklu bağlantı problemini çözmek için birim farklılıklarından yararlanılabilir¹⁰.

⁹ Hsiao, a.e., s. 2

¹⁰ Hsiao, a.e., s. 3

- MaCurdy'nin¹¹ genç yaştaki erkeklerin emek arzı ile ilgili çalışması, panel veri kullanımının önemini vurgulayan bir diğer örnek olarak verilebilir;

$$Y_{it} = \alpha^* + \beta'X_{it} + \gamma'Z_{it} + u_{it} \quad i=1, \dots, N ; t=1, \dots, T \quad (1.2)$$

Burada; Y çalışma saatlerinin logaritması, X reel ücret oranının logaritması, Z işçilerin daha önceki servetlerinin marjinal faydasını gösteren gözlenemeyen bir değişkendir. İşçilerin yaşamları boyunca servetlerinin (örneğin emlak gelirlerinin) zamana göre sabit olduğu, fakat birimlere göre değişkenlik gösterdiği farz edilmektedir ($Z_{it} = Z_i$). Bu modelde sadece X_{it} , Z_i korelasyonlu değil; aynı zamanda eğitim gibi X_{it} 'yi etkileyen fakat modele dahil edilmeyen tüm değişkenler de Z_i ile korelasyonlu olacaktır. Bu şartlar altında, β 'nın tutarlı tahminini elde etmek olası değildir¹². Bu model doğrusal olmayan panel veri analizine verilebilecek bir örnek olup, sonraki bölümlerde anlatılacak olan sabit etkili ikili tercih modeli kullanılarak tahmin edilmiştir.

Şimdi doğrusal panel veri modelleri, türleri ve tahmin yöntemleri ele alınacaktır.

1.2. DOĞRUSAL PANEL VERİ MODELLERİ

N sayıda ekonomik birimin ve her birime ait T sayıda gözlemin birlikte ele alınması, daha öncede bahsedildiği gibi panel verileri meydana getirmektedir. Genel olarak doğrusal bir panel veri modeli;

$$Y_{it} = \beta_{0it} + \beta_{1it}X_{1it} + \beta_{2it}X_{2it} + \dots + \beta_{kit}X_{kit} + u_{it} \quad (1.3)$$

¹¹ Bkz. T. E. MaCurdy, "An Empirical Model Of Labor Supply In A Life-Cycle Setting", **Journal Of Political Economy**, 89, 1981, s. 1059-1085

¹² Hsiao, a.g.e, s. 4-5

ya da;

$$Y_{it} = \beta_{0it} + \sum_{k=1}^K \beta_{kit} X_{kit} + u_{it} \quad i=1, \dots, N; \quad t=1, \dots, T \quad (1.4)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada alt indislerden i; hane halkı, birey, firma, şehir vs. gibi birimleri, t ise zamanı göstermektedir. Bir başka ifade ile; i yatay kesit boyutunu, t ise zaman boyutunu ifade etmektedir. β_{0it} sabit terimi, β_{kit} Kx1 boyutlu parametreler vektörünü, X_{kit} , k. açıklayıcı değişkenin t zamanında i. birim değerini; Y_{it} , bağımlı değişkenin t zamanında i. birim değerini göstermektedir. Panel veri modellerinde parametrelerin, her zaman döneminde ve her birim için değer almasına izin verilmektedir. Modelin tahminine geçmeden önce, parametrelerin birim ve/veya zamana göre değer almasına göre bazı varsayımlar yapılır. Bunlar; takip eden bölümlerde ele alınacak olan sabit etkili model ve tesadüfi etkili model varsayımlarıdır. Her iki modelde de, u_{it} hatalarının tüm zaman dönemlerinde ve tüm birimler için bağımsız normal dağıldığı $[N(0, \sigma_u^2)]$ varsayılmaktadır¹³.

Panel veri modelleri parametrelerin birim ve/veya zamana göre değer almasına bağlı olarak aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir;

1. Hem sabit, hem de eğim katsayılarının sabit olduğu modeller;

$$Y_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad (1.5)$$

Bu tür modellere “klasik model” denilmektedir. Bu modeldeki hata teriminin, klasik regresyon modelindeki gibi, sıfır ortalama ve σ_u^2 varyansla normal

¹³ Pazarlıoğlu, a.g.e., 15.06.2005

dağıldığı varsayılır. Verilen her bir birim için gözlemler korelasyonsuz, birimlere ve zamana karşı hatalar homoskedastiktir¹⁴.

2. Eğim katsayısının sabit, sabit katsayısının birimlere göre değişken olduğu modeller;

$$Y_{it} = \beta_{0i} + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad i=1, \dots, N; \quad t=1, \dots, T \quad (1.6)$$

Bu tür modellere “birim etkili modeller” denilir.

3. Eğim katsayısının sabit, sabit katsayısının birimlere ve zamana göre değişken olduğu modeller;

$$Y_{it} = \beta_{0it} + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad i=1, \dots, N; \quad t=1, \dots, T \quad (1.7)$$

Bu tür modeller ise, hem birim hem de zaman etkisi içermesi nedeniyle “birim ve zaman etkili modeller” olarak bilinir.

4. Tüm katsayılarının birimlere göre değişken, zamana göre sabit olduğu modeller,

$$Y_{it} = \beta_{0i} + \sum_{k=1}^K \beta_{ki} X_{kit} + u_{it} \quad i=1, \dots, N; \quad t=1, \dots, T \quad (1.8)$$

şeklinde gösterilebilir.

¹⁴ Jack Johnston & John Dinardo, **Econometric Analysis**, 4th Edition, Singapore, McGraw-Hill, 1997, s. 390

5. Tüm katsayılarının hem birimlere hem de zamana göre değişken olduğu modeller ise,

$$Y_{it} = \beta_{0it} + \sum_{k=1}^K \beta_{kit} X_{kit} + u_{it} \quad i=1, \dots, N; \quad t=1, \dots, T \quad (1.4)$$

şeklindedir. (1.6) ve (1.7) modellerinde, eğim katsayısı sabitken sabit katsayı değişkendir. Bu modeller, panel veri analizinde en çok kullanılan modeller olup “değişken sabit katsayılı modeller” ya da “sabit katsayısı değişken modeller” olarak adlandırılırlar. Birimlere ve zamana göre farklılıkları değişik şekillerde hesaba katmak için en kolay yol, sabit katsayısı değişken olan modelleri kullanmaktır¹⁵.

Sabit katsayısı değişken modellerin temel varsayımı; modelde yer almayan ve gözlenmeyen değişkenlerin etkilerinin modelde, sabit terim ya da hata terimi yardımıyla ifade edilmesidir. Modelden dışlanan değişkenler aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir.

1. Zamana göre sabit olan birimden birime değişen değişkenler (birimlerin özelliklerini yansıtan değişkenler). Bu değişkenlere örnek olarak; demografik özellikler, firma vasıfları, yetenek, cinsiyet ve sosyal sınıflar verilebilir.

2. Zamanın verilen bir noktasında tüm birimler için sabit, zamana göre değişim sergileyen değişkenler. Bu değişkenlere örnek olarak; fiyatlar, vergiler, faiz oranları, toplam tüketim verilebilir.

3. Hem birimlere hem zamana göre değişim sergileyen değişkenler. Bu değişkenlere örnek olarak; hane halkı gelirleri, firma karları ve satışları verilebilir¹⁶.

¹⁵ Hsiao, a.g.e., s. 25

¹⁶ Ahmet Kılıçbay, **Ekonometrinin Temelleri**, İstanbul, İ.Ü. Film Merkezi ve Matbaası, 1986, s. 314

Panel veri modelleri kullanılarak, sabit katsayıların değişken olduğu modellere uygun bir spesifikasyon sağlanmış olur. Örnek olarak, Cobb-Douglas üretim fonksiyonu ele alınırsa;

$$Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 X_{1it} + \dots + \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad i=1, \dots, N; t=1, \dots, T$$

Bu modelde; Y çıktının, $X_1, \dots, X_k$ girdinin logaritmalarıdır. Genelde, dışlanan etkilerin X'den ve onun dağılımından bağımsız olduğu, yani tesadüfi olarak değiştiği varsayılır. Bu model, firmalar arasındaki idari farklılıkları yansıtan değişkenlerin (M_i) ve firmaların verimliliklerini etkileyen fakat zamana göre düzenli değişmeyen (örneğin tarımsal üretimde hava şartları) teknik farklılıkları yansıtan değişkenlerin (P_t) dışlanması sebebiyle eleştirilebilir. Cobb-Douglas modelinden dışlanan bu değişkenlerin etkileri hata teriminde (u_{it}) özetlenebilir ve u_{it} şu şekilde gösterilebilir;

$$u_{it} = \alpha M_i + \lambda P_t + v_{it}$$

Burada v_{it} , M_i ve P_t dışında, diğer dışlanmış olan değişkenlerin etkisini temsil eder. M_i ve P_t ile ilgili hiç gözlem bulunmaması nedeniyle, α ve λ 'yı direk olarak tahmin etmek mümkün değildir¹⁷.

Bunun gibi bir model, Hoch tarafından kullanılmıştır. Hoch 1946-1951 yılları arasında, 63 Minnesota çiftliği için oluşturulmuş Cobb-Douglas üretim fonksiyonunu tahmin etmiştir. Modelde, Y (çıktı); X_1 (emek); X_2 (gayri menkul); X_3 (makineler) ve X_4 (yem-gübre ile ilgili masraflar) değişkenleri ile ifade edilmiştir. X_2 ve X_3 değişkenlerinin ölçülmesindeki zorluklar nedeniyle Y'nin X_1 , X_4 , X_5 (cari harcamalar) ve X_6 'nın (sabit sermaye) bir fonksiyonu olduğu bir

¹⁷ Hsiao, a.g.e., s. 26

model denenmiştir¹⁸. Bu örnekle panel veri için, modele birim ve/veya zaman değişkenlerinin eklenmesi ile dışlanmış değişkenlerden kaynaklanan sapmayı azaltmanın mümkün olduğu gösterilmiştir.

Panel veri modelleri sabit ve eğim katsayılarının sabit olduğu klasik model (1.5 modeli) ve sabit ve/veya eğim katsayılarının değişken olduğu modeller (1.6, 1.7, 1.8 ve 1.4 modelleri) olmak üzere iki grupta incelenecektir. Panel veri analizlerinde daha çok, sabit katsayısı değişken modeller ((1.6) ve (1.7) modelleri) ile ilgilenilmektedir. Bu modeller ise, genel olarak katsayılarının sabit ya da tesadüfi varsayılmasına bağlı olarak sınıflandırılabilirler. Klasik model, sabit etkili ve tesadüfi etkili modeller aşağıda ayrıntıları ile incelenecektir.

1.2.1. Klasik Model

Klasik modelde, daha önce de belirtildiği gibi hem sabit hem de eğim katsayılarının birimlere ve zamana göre sabit olduğu yani bütün gözlemlerin homojen olduğu varsayılmaktadır. Bu model genel olarak,

$$Y_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad (1.5)$$

ya da,

$$Y = X\beta + u$$

şeklinde yazılabilir. Bu model en küçük kareler (EKK) ya da genelleştirilmiş en küçük kareler (GEKK) yöntemleriyle tahmin edilebilir. Hata teriminin heteroskedastik ve otokorelasyonlu olması nedeniyle; GEKK tahmincileri, EKK tahmincilerinden daha etkindir.

¹⁸ I. Hoch, "Estimation Of Production Function Parameters Combining Time-Series And Cross-Section Data", **Econometrica**, 30, 1962, s. 34-53

1.2.2. Sabit ve Tesadüfi Etkili Modeller

Panel verilerin kullanımı ile, her bir birimde gözlenemeyen birim ve/veya zaman etkilerinin ortaya çıkabileceği ve bu etkilerinin sabit ya da tesadüfi olabileceğinden daha önce bahsedilmişti. Dışlanan etkilerin sabit olduğu varsayılıyorsa, sabit etkili model; bu etkilerin hata terimi gibi tesadüfi olduğu varsayılıyorsa, tesadüfi etkili model söz konusu olmaktadır. Sabit ve tesadüfi etkiler incelenirken, uygulamada pek yeri olmadığı için eğim katsayısının değiştiği modeller ele alınmayacak, eğim katsayısının sabit, sabit katsayısının birim ya da hem birim hem zamana göre değişiklik gösterdiği modeller (1.6 ve 1.7 modelleri) ele alınacaktır. Bu modellerden ise, daha çok (1.6) modeli yani sabit parametrede sadece birim etkisinin olduğu modeller kullanılmaktadır ve modelden dışlanan etkinin sadece birim etki (μ_i) olduğu düşünülmektedir.

Şimdi sabit ve tesadüfi etkili modeller ve tahmin yöntemleri ayrıntılı olarak incelenecektir.

1.2.2.1. Sabit Etkili Modeller (Sabit Katsayılı Modeller)

Sabit etkili modelde, birimlere göre değişiklikler sabit katsayıda farklılıklar meydana getirir. Bu modellerde, eğim parametreleri tüm yatay kesit birimler için aynı ($\beta_i=\beta$) iken, sabit parametre birim etki içermesi sebebiyle birimden birime değişmektedir¹⁹. Diğer bir deyişle, sabit terim her bir yatay kesit birim için farklı değer alır yani birimler arası farklılıklar sabit terimdeki farklılıklarla ifade edilir. Bu nedenle sabit katsayı, sabit bir değişken gibi düşünülebilir. Ayrıca bu modellerde bağımsız değişkenlerin, hata teriminden bağımsız olduğu varsayımı yapılır. Fakat birim etki ve bağımsız değişkenler korelasyonludur.

¹⁹ Adrian A. Darnell, **A Dictionary Of Econometrics**, England, Edward Elgar Publishing, 1994, s. 296

1.2.2.1.1. Sabit Etkili Modellerin Tahmini

Sabit etkili modellerin tahminleri gölge değişkenli EKK (LSDV), kovaryans (within) tahminci, en küçük kareler (EKK) ve maksimum olabilirlik (ML) yöntemleri ile yapılabilir.

1.2.2.1.1.1. Gölge Değişkenli EKK (LSDV) Yöntemi

Sabit etkili panel veri modelleri gölge değişkenli EKK yöntemi kullanılarak tahmin edilebilirler. Genel bir panel veri modeli ele alındığında;

$$Y_{it} = \beta_{0it} + \beta_{1it}X_{1it} + \beta_{2it}X_{2it} + \dots + \beta_{kit}X_{kit} + u_{it} \quad (1.3)$$

sabit etkili modelde,

$$\beta_{0it} = \beta_{0i} = \bar{\beta} + \mu_i; \quad \beta_{1it} = \beta_1; \quad \beta_{2it} = \beta_2, \dots, \beta_{kit} = \beta_k$$

olduğu varsayılmaktadır. Burada μ_i zamana göre sabit olan birim etkileri; u_{it} ise hata terimini ifade etmektedir. Görüldüğü gibi birim etkiyi içermesi sebebiyle sadece sabit parametre değişmekte; zamana göre sabitken, birimlere göre farklılıklar göstermektedir. Farklı birimler için farklı sabitler olan bu modelle çözüm yapmanın bir yolu gölge değişkenli EKK (LSDV) modelini kullanmaktır²⁰. N yatay kesit birim ve T zaman periyodu var ise, birim etkileri modele dahil etmek için sabit etkili modelde genelde (N-1)+(T-1) gölge değişken kullanılabilir²¹.

(1.3) modeli, vektör formunda şu şekilde de yazılabilir;

²⁰ Pazarlıoğlu, a.g.e., 15.06.2005

²¹ Kennedy, a.g.e., s. 227

$$Y = \mu + X\beta + u \quad (1.9)$$

Bu modelde β , sabit parametreyi de ($\bar{\beta}$) içeren $1 \times K$ boyutlu parametre vektörü [$\beta = (\bar{\beta}, \beta_1, \dots, \beta_k)$]; μ birim etki; bilinmeyen fakat tahmin edilebilen ve zamana göre sabit fakat birimlerin yatay kesit değerleri itibariyle değişen değişkenlerin etkisini temsil eden parametrelerdir. Farklı birimler için farklı μ 'ler söz konusu olabilir, μ 'ler aynı birim için alınırsa β parametrelerinin EKK tahmincileri etkin ve tutarlı olur. Hata terimi (u)'nun dağılımı tesadüfi değişken ile aynı fakat bağımsız, ortalaması sıfır, varyansı σ_u^2 'dir²².

LSDV metodunda birim etki gölge değişken olarak kabul edilir ve (1.9) modeli i. eşitlik için şu hale gelir;

$$Y_i = e\mu_i + X_i\beta + u_i \quad (1.10)$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \mu_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ e \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \mu_2 + \dots + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ e \end{bmatrix} \mu_N + \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_N \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_N \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

ya da,

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \dots \\ \mu_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_N \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_N \end{bmatrix}$$

²² Hsiao, a.g.e., s. 29

şeklinde gösterilebilir²³. Görüldüğü gibi N tane gölge değişken vardır. Burada,

$$Y_i = \begin{bmatrix} Y_{i1} \\ Y_{i2} \\ \dots \\ Y_{iT} \end{bmatrix}, \quad X_i = \begin{bmatrix} X_{1i1} & X_{2i1} & \dots & X_{ki1} \\ X_{1i2} & X_{2i2} & \dots & X_{ki2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{1iT} & X_{2iT} & \dots & X_{kiT} \end{bmatrix}, \quad e' = (1, 1, \dots, 1), \quad u'_i = (u_{i1}, \dots, u_{iT})$$

$$Eu_i = 0, \quad Eu_i u'_i = \sigma_u^2 I_T, \quad Eu_i u'_j = 0 \quad (i \neq j \text{ için})$$

eşitlikleri vardır ve I_T , $T \times T$ boyutlu birim matristir. μ_i ve β 'nin EKK tahmincileri aşağıdaki fonksiyonun minimizasyonu ile elde edilebilir:

$$S = \sum_{i=1}^N u'_i u_i = \sum_{i=1}^N (Y_i - e\mu_i - X_i\beta)'(Y_i - e\mu_i - X_i\beta) \quad (1.12)$$

S'in μ_i 'ye göre kısmi türevi alınıp sıfıra eşitlenirse,

$$\hat{\mu}_i = \bar{Y}_i - \beta' \bar{X}_i \quad (i=1, \dots, N) \quad (1.13)$$

elde edilir²⁴. Burada,

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Y_{it}, \quad \bar{X}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_{it}$$

²³ William H. Greene, **Econometric Analysis**, 2nd Edition, New Jersey, Printice Hall, 1993, s. 466

²⁴ Hsiao, **a.g.e.**, s. 30

eşitlikleri vardır. (1.12) eşitliğinde, (1.13) yerine konulur ve S'in β 'ya göre kısmi türevi alınırsa $\hat{\beta}$, LSDV model için ortalamadan sapmalar kullanılarak aşağıdaki gibi bulunur:

$$\hat{\beta}_{LSDV} = \left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (X_{it} - \bar{X}_i)(X_{it} - \bar{X}_i)' \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (X_{it} - \bar{X}_i)(Y_{it} - \bar{Y}_i) \right] \quad (1.14)$$

Sabit etkili modelde eğim parametrelerinin tahmin edilebilmeleri için, açıklayıcı değişkenler matrisinde birim etkileri göstermek için modele gölge değişken ilave etmek gerekli değildir. Sadece, her bir yatay kesit birim için ayrı ayrı zaman serisi gözlemlerinin bulunmasına ihtiyaç vardır²⁵. Zaman serisi gözlemlerinden ortalamalar çıkarılarak gözlenen değişkenler dönüştürülür (örneğin $y_{it} = Y_{it} - \bar{Y}_i$) ve bu dönüştürülmüş verilere EKK metodu uygulanır. Birim gölge değişken katsayıları, kalıntıların grup ortalamaları kullanılarak yani T(i) gözlem ile tahmin edilebilir. T(i) küçükse ve sabitse μ_i 'nin LSDV tahmincisi tutarsızdır. Eğim parametreleri ise, birinci farklar kullanılarak tahmin edilebilir ve tahminciler tutarlıdır²⁶.

1.2.2.1.1.2. Kovaryans (Within) Tahmin Yöntemi

Sabit etkili model, kovaryans (within) tahmin yöntemi ile de tahmin edilebilir. Bu yöntemde, i. eşitlik ($Y_i = e\mu_i + X_i\beta + u_i$), TxT boyutlu bir kovaryans dönüşüm matrisi (Q) ile çarpılır. Kovaryans dönüşüm matrisi (Q) şu şekilde gösterilebilir;

²⁵ Hsiao, a.e., s. 31

²⁶ William Greene, "Estimating Econometric Models With Fixed Effects", **JEL Classification**, C1, C4, Nisan 2001, s. 2

$$Q = I_T - \frac{1}{T} ee' \quad (1.15)$$

i. eşitliğin Q matrisi ile çarpılması ile,

$$QY_i = Qe\mu_i + QX_i\beta + Qu_i$$

elde edilir. $Qe=0$ olması nedeniyle, $Qe\mu_i=0$ olacak ve birim etki μ_i dışarıda kalacaktır. Böylece,

$$QY_i = QX_i\beta + Qu_i \quad (i = 1, \dots, N) \quad (1.16)$$

modeli elde edilmektedir²⁷. Bu model EKK yöntemi ile tahmin edilirse, β 'nın tahmini aşağıdaki gibi bulunur;

$$\hat{\beta}_{CV} = \left[\sum_{i=1}^N X_i' Q X_i \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^N X_i' Q Y_i \right] \quad (1.17)$$

Bu son eşitliğin, (1.14) eşitliğine eşit olduğu görülebilir. Bu nedenle (1.11)'deki genel model “kovaryans analiz modeli” olarak ve β 'nın EKK gölge değişken tahmincisi ise “kovaryans tahmincisi” olarak adlandırılabilir²⁸. Her bir grup içi değişiklik için bu tahminciye yararlanıldığı için “grup içi tahminci ya da within tahminci” adını da alabilir.

²⁷ Hsiao, **a.g.e.**, s. 31

²⁸ Hsiao, **a.e.**, s.31

Eğim parametrelerinin kovaryans tahmincisi ($\hat{\beta}_{CV}$) sapmasızdır. Hem birim (N), hem zaman (T) ya da her ikisi de sonsuza gittiği zaman bile tutarlıdır. Varyans-kovaryans matrisi ise şöyledir:

$$Var(\hat{\beta}_{CV}) = \sigma_u^2 \left[\sum_{i=1}^N X_i' Q X_i \right]^{-1} \quad (1.18)$$

Bununla birlikte, μ_i 'nin tahmincisi, sapmasız olmasına rağmen sadece $T \rightarrow \infty$ olduğu durumda tutarlıdır²⁹.

1.2.2.1.1.3. En Küçük Kareler (EKK) Yöntemi

Sabit etkili modelde, parametreler EKK metodu ile de tahmin edilebilir. Fakat bu modellerde tahmin aşamasında karşılaşılan önemli bir sorun, farklı birimler için farklı gözlemler söz konusu olması nedeniyle parametre sayısının çok fazla olmasıdır. Bu nedenle, alternatif tahmin yöntemleri de önerilmektedir.

(1.3) modeli sabit etkiler varsayımı ile şu şekilde gösterilirse;

$$Y_{it} = \bar{\beta} + \mu_i + \beta' X_{it} + u_{it} \quad (1.19)$$

Bu modelde $\beta_{0it} = \beta_{0i} = \bar{\beta} + \mu_i$ eşitliği vardır ve $\bar{\beta}$ “ortalama sabit”tir. Bu modelde $\bar{\beta}$, β vektörü içinde gösterilmemiş, ayrı gösterilmiştir.

(1.3) modelindeki β_{0it} ve β 'lar tahmin edilebilir fakat hem $\bar{\beta}$ 'nın hem de μ_i 'nin sabit olması sebebiyle, bu iki parametre ayrı ayrı tanımlanamaz ve tahmin edilemez. μ_i ve $\bar{\beta}$ 'yı tanımlamanın bir yolu $\sum_{i=1}^N \mu_i = 0$ kısıtlamasını yapmaktır.

²⁹ Hsiao, a.e., s. 31-32

(1.19) modelinin β tahmincisi, (1.14) eşitliği ile aynı EKK tahmincisini verir. μ_i , $\bar{\beta}$ ve β için BLUE EKK tahmincileri şu fonksiyonun minimize edilmesi ile bulunur:

$$\left[\sum_{i=1}^N u_i' u_i \right] = \left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T u_{it}^2 \right]$$

$\sum_{i=1}^N \mu_i = 0$ kısıtlaması yapılırsa;

$$\hat{\bar{\beta}} = \bar{Y}_i - \beta' \bar{X}_i \quad (1.20)$$

ve,

$$\hat{\mu}_i = \bar{Y}_i - \hat{\bar{\beta}} - \beta' \bar{X}_i \quad (1.21)$$

elde edilir. (1.20) ve (1.21) eşitlikleri (1.19)'da yerleştirilir ve β için çözülürse (1.14) ile aynı sonuç elde edilir³⁰.

1.2.2.1.1.4. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi

Sabit etkili modelin ML yöntemi ile tahmini düşünülürse, birim etki μ_i ve β parametreleri T sabitken tutarlı tahmin edilemez. μ_i parametrelerinin sayısı N ile birlikte arttığından, ancak T sonsuza giderse μ_i ve β parametreleri tutarlı tahmin edilebilir. Bu problem, istatistikte incidental parametre problemi olarak bilinir.

³⁰ Hsiao, a.e., s. 29-32

Genel olarak özetlersek, sabit etkili modelde birim etkilerin, modele dahil edilen değişkenler ile ilişkili olduğu varsayılır. Diğer taraftan sabit etkili modelde çok fazla katsayı tahmin edileceğinden serbestlik derecesi kaybı oldukça fazladır. Bu nedenle, β yukarı doğru sapmalı olabilir. Bununla birlikte μ_i 'nin tahmincisi, diğer bazı parametrelerin tahmin edilememesi ve varyansının sıfıra gitmemesi sebebiyle tutarsız olur. Doğrusal modelde μ_i 'nin tahmincisinin tutarsız olarak tahmin edilmesi, β 'nin tahmincisini etkilemez. Çünkü β 'nin LSDV tahmincisi $\hat{\beta}_{LSDV}$, sabit birim etki tahmincisi $\hat{\mu}_{i,LSDV}$ 'nin bir fonksiyonu değildir ve β tutarlı tahmin edilebilir.³¹

1.2.2.2. Tesadüfi Etkili Modeller

Bir önceki bölümde, birim etkilerin (μ_i) sabit olduğu ve sabit terimdeki farklılıklarla ifade edilebildiği modeller tartışılmıştı. Sabit etkili model, birimler arası farklılıkların sabit olduğuna emin olunabildiği durumlarda akılcı bir yaklaşımdır³².

Bu başlıkta, örnekteki birimlerin tesadüfi olarak seçildiklerinde kullanılan modeller ele alınacaktır. Birimler tesadüfi olarak seçildiklerinde, birimler arası farklılıklar da tesadüfi olacaktır. Yani tesadüfi etkiler örnekleme sürecinin bir sonucudur. Bu birim farklılıklarına “tesadüfi farklılıklar” denilmektedir. Regresyon analizinde genelde bağımlı değişkenin değerini etkileyen, fakat bağımsız değişken gibi modelde yer almayan çok sayıda faktör olduğu ve bu faktörlerin tesadüfi bir kalıntı tarafından özetlendiği varsayılır. Çok sayıda birim zamana göre gözlemlendiğinde, dışlanmış değişkenlerin bazılarının birim ve zaman periyodunun her ikisine özgü faktörleri temsil ettiği varsayılırken, diğer değişkenler sadece birim farklılıklarını yansıtacaktır³³. Birinci tip değişkenler u_{it} tarafından ifade edilirken; ikinci tip değişkenler birim etki μ_i tarafından ifade

³¹ William Greene, “Fixed And Random Effect In Nonlinear Models”, **JEL Classification** C1, C4, January 29, 2001, s. 3

³² Greene, **Econometric Analysis**, s. 470

³³ Hsiao, **a.g.e.**, s. 33-34

edilir. Tesadüfi etkiler modeline daha sonra anlatılacak nedenlerden ötürü, “hata bileşenleri modeli” ya da “varyans bileşenleri modeli” denilebilir.

Literatürden tesadüfi etkili modellere şu örnekler verilebilir;

- Horwey ve Varian’ın³⁴, 80 aile için oluşturduğu elektrik talebi modeli,
- Lillard ve Weiss’in³⁵, 1960-1970 yıllarını kapsayan Amerikalı bilim adamlarının kazançları modeli,
- Balestra ve Nerlove’in³⁶ gaz talebini tahmin etmek için kurdukları modelleri.

(1.3) modeli tekrar ele alındığında;

$$Y_{it} = \beta_{0it} + \beta_{1it}X_{1it} + \beta_{2it}X_{2it} + + \beta_{kit}X_{kit} + u_{it} \quad (1.3)$$

Tesadüfi etkili modelde,

$$u_{it} = v_{it} + \mu_i$$

eşitliği söz konusudur ve (1.3) modeli tesadüfi etkiler varsayımıyla şu hale gelir;

$$Y_{it} = \beta_{0it} + \beta_{1it}X_{1it} + \beta_{2it}X_{2it} + + \beta_{kit}X_{kit} + \mu_i + v_{it} \quad (1.22)$$

³⁴ Bkz. E. Philip Horwey & Hal R. Varian, “Estimating The Distributional Impact Of Time-Of-Day Pricing Of Electricity”, **Journal Of Econometrics**, 26, 1984, s. 65-82

³⁵ Bkz. Lee Lillard A. & Yoram Weiss, “Components Of Variation In Panel Earnings Data: American Scientist 1960-1970”, **Econometrica**, Vol.47, No. 2, March 1979, s. 437-454

³⁶ Bkz. Balestra & Nerlove, **a.g.e.**, s. 585-612

Tesadüfi etkiler modelinde μ_i 'nin sabit değil tesadüfi olduğu varsayıldığından hata teriminin içinde ifade edilmiştir. (1.22) modeli aşağıdaki gibi de ifade edilebilir;

$$Y_{it} = \beta_{0it} + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{kit} + (v_{it} + \mu_i) \quad (1.23)$$

Burada hata terimi $(v_{it} + \mu_i)$ 'den oluşmaktadır; v_{it} tüm hataları gösterirken, μ_i birim hatayı yani, birim farklılıklarını ve sabit zamana göre birimler arasındaki değişmeyi gösterir. Bir başka ifade ile μ_i , i. yatay kesit birimin sabitini temsil eder. $(v_{it} + \mu_i)$ teriminden dolayı (1.23) modeli “hata bileşenleri modeli” ismini alır. Bu modelde şu varsayımlar yapılmaktadır³⁷:

- Tesadüfi değişkenler μ_i ve v_{it} her i ve t için birbirinden bağımsızdır.
- $E(\mu_i) = 0$ ve $E(v_{it}) = 0$
- $E(v_{it} v_{it'}) = \begin{cases} \sigma_v^2 & i = i', t = t' \\ 0 & \text{diğer durumlar için} \end{cases}$
- $E(\mu_i \mu_{i'}) = \begin{cases} \sigma_\mu^2 & i = i' \\ 0 & \text{diğer durumlar için} \end{cases}$
- v_{it} normal dağılır; $v_{it} \sim N(0, \sigma_v^2)$
- μ_i normal dağılır; $\mu_i \sim N(0, \sigma_\mu^2)$
- X matrisi deterministiktir.

Tesadüfi etkili modelin sabit etkili modelden farkı, tesadüfi etkili modelde birim etki (μ_i) ile X_{it} 'nin korelasyonsuz olduğu varsayılmasıdır.

³⁷ Laszlo Matyas & Patrick Sevestre, **The Econometrics Of Panel Data**, Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers, 1996, s. 51-52

Y_{it} 'nin X_{it} 'ye bağılı varyansı,

$$\alpha_Y^2 = \sigma_v^2 + \sigma_\mu^2 \quad (1.24)$$

şeklinde gösterilebilir. Bu ifadede σ_v^2 ve σ_μ^2 ; σ_Y^2 varyansının bileşenleri olması nedeniyle bu tür modellere “varyans bileşenleri modelleri” de denilebilir. u_{it} 'nin varyans-kovaryans matrisi,

$$Eu_i u_i' = \sigma_v^2 I_T + \sigma_\mu^2 ee' = U_i$$

gibidir. Bu matrisin tersi ise aşağıdaki gibi gösterilebilir³⁸,

$$U_i^{-1} = \frac{1}{\sigma_u^2} \left[I_T - \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2} ee' \right] \quad (1.25)$$

U_i^{-1} eşitliği yani u_{it} 'nin varyans-kovaryans matrisinin tersi, daha sonra genelleştirilmiş EKK ile yapılan tahminlerde kullanılacaktır.

1.2.2.2.1. Tesadüfi Etkili Modellerinin Tahmini

Tesadüfi etkili modelin tahmini için bir çok yöntem önerilmektedir. Bunlardan bazıları; EKK yöntemi, kovaryans tahmincisi, genelleştirilmiş EKK yöntemi ve maksimum olabilirlik (ML) yöntemidir.

³⁸ Hsiao, a.g.e., s. 33-34

1.2.2.2.1.1. En Küçük Kareler (EKK) Yöntemi

Tesadüfi etkili modeller EKK yöntemi ile tahmin edilebilir; $\hat{\beta}$ 'lar tutarlı fakat, genelleştirilmiş EKK yöntemi tahminleri ile karşılaştırılınca etkin değildir.

1.2.2.2.1.2. Kovaryans (Within) Tahmin Yöntemi

Tesadüfi etkili modeller, kovaryans dönüşüm matrisi yardımıyla da tahmin edilebilirler. Farklı yatay kesit birimlerin kalıntılarının birbirinden bağımsız olmasına rağmen, μ_i 'nin varlığı nedeniyle aynı yatay kesit birimlerin kalıntıları arasında korelasyon görülebilecektir. Bununla birlikte ister sabit ister tesadüfi olsun birim etkiler, kovaryans dönüşüm matrisi (eşitlik 1.15) ile yok edilebilir. i. eşitlik ele alındığında;

$$Y_i = X_i\beta + e\mu_i + v_i$$

Yukarıdaki eşitliğin Q ile çarpılmasıyla;

$$QY_i = QX_i\beta + Qe\mu_i + Qv_i \quad (1.26)$$

elde edilir. Burada $Qe = 0$ olması nedeniyle, $Qe\mu_i=0$ olacak ve $Qv_i = Qu_i$ olacaktır. Böylece;

$$QY_i = QX_i\beta + Qu_i \quad (i = 1, \dots, N)$$

elde edilir. Bu son eşitlik EKK metodu ile tahmin edilirse, β 'nın kovaryans tahmincisi (β_{cv}) elde edilir (bkz. eşitlik 1.17). μ_i ise,

$$\hat{\mu}_i = \bar{Y} - \hat{\beta}_{cv} \bar{X}$$

şeklinde tahmin edilebilir. μ_i tesadüfi iken, β 'nın CV tahmincisi sapmasız ve tutarlı olmasına rağmen sonlu örneklerde BLUE değildir, genelleştirilmiş EKK tahmincisi ise BLUE'dur³⁹.

1.2.2.2.1.3. Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi

μ_i ve β 'nın etkin tahmincilerini elde etmek için, GEKK metodu kullanılabilir. $\delta = (\mu_i, \beta)$ denilirse, GEKK tahmincileri için normal eşitlikler şöyledir:

$$\left[\sum_{i=1}^N \bar{X}_i' U^{-1} \bar{X}_i \right] \hat{\delta}_{GEKK} = \left[\sum_{i=1}^N \bar{X}_i' U^{-1} Y_i \right] \quad (1.27)$$

burada, U^{-1} , u_{it} 'nin varyans-kovaryans matrisinin tersidir ve (1.25) eşitliğinin yardımıyla şu şekilde de yazılabilir⁴⁰;

$$U^{-1} = \frac{1}{\sigma_u^2} \left[\left(I_T - \frac{1}{T} ee' \right) + \psi \frac{1}{T} ee' \right] = \frac{1}{\sigma_u^2} \left[Q + \psi \frac{1}{T} ee' \right] \quad (1.28)$$

Burada,

$$\psi = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2} \quad (1.29)$$

³⁹ Hsiao, a.e., s. 34

⁴⁰ Hsiao, a.e., s. 34-35

dir. Böylece (1.27) şu hale gelir;

$$\begin{bmatrix} W_{\bar{x}\bar{x}} + \psi B_{\bar{x}\bar{x}} \\ \hat{\beta}_{0it} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix}_{GEKK} = \begin{bmatrix} W_{\bar{x}y} + \psi B_{\bar{x}y} \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

Burada,

$$\begin{aligned} T_{\bar{x}\bar{x}} &= \sum_{i=1}^N \bar{X}_i' \bar{X}_i, & T_{\bar{x}y} &= \bar{X}_i' Y_i, \\ B_{\bar{x}\bar{x}} &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N (\bar{X}_i' e e' \bar{X}_i), & B_{\bar{x}y} &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N (\bar{X}_i' e e' Y_i), \\ W_{\bar{x}\bar{x}} &= T_{\bar{x}\bar{x}} - B_{\bar{x}\bar{x}}, & W_{\bar{x}y} &= T_{\bar{x}y} - B_{\bar{x}y} \end{aligned}$$

eşitlikleri vardır. $B_{\bar{x}\bar{x}}$ ve $B_{\bar{x}y}$ matrisleri gruplar arası yatay kesit birimlerin toplamı ve kareler toplamından meydana gelir, $W_{\bar{x}\bar{x}}$ ve $W_{\bar{x}y}$ grup içi (within) matrislerin, $T_{\bar{x}\bar{x}}$ ve $T_{\bar{x}y}$ ise toplam değişkenlik matrislerinin yerini tutar⁴¹. (1.30) eşitliği çözülerek,

$$\begin{bmatrix} \psi NT & \psi T \sum_{i=1}^N \bar{X}_i' \\ \psi T \sum_{i=1}^N \bar{X}_i & \sum_{i=1}^N X_i' Q X_i + \psi T \sum_{i=1}^N \bar{X}_i \bar{X}_i' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{0it} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix}_{GEKK} = \begin{bmatrix} \psi NT \bar{Y}_i \\ \sum_{i=1}^N X_i' Q Y_i + \psi T \sum_{i=1}^N \bar{X}_i \bar{Y}_i \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

elde edilir. Kısmi ters formülü kullanılarak β vektörü ve β_{0it} 'nin GEKK tahminleri şu şekilde elde edilir;

⁴¹ Hsiao, a.e. s. 35

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}_{GLS} &= \left[\frac{1}{T} \sum_{i=1}^N X_i' Q X_i + \psi \sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - \bar{X})(\bar{X}_i - \bar{X})' \right]^{-1} \left[\frac{1}{T} \sum_{i=1}^N X_i' Q Y_i + \psi \sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - \bar{X})(\bar{Y}_i - \bar{Y}) \right] \\
&= \Delta \hat{\beta}_b + (I_K - \Delta) \hat{\beta}_{cv}
\end{aligned} \tag{1.32}$$

ve,

$$\hat{\beta}_{0i, GEKK} = \bar{Y} - \hat{\beta}'_{GEKK} \bar{X}$$

Burada,

$$\begin{aligned}
\Delta &= \psi T \left[\sum_{i=1}^N X_i' Q X_i + \psi T \sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - \bar{X})(\bar{X}_i - \bar{X})' \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - \bar{X})(\bar{X}_i - \bar{X})' \right], \\
\hat{\beta}_b &= \left[\sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - \bar{X})(\bar{X}_i - \bar{X})' \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - \bar{X})(\bar{Y}_i - \bar{Y}) \right]
\end{aligned}$$

dir. $\hat{\beta}_b$ tahmincisi grup içi değişkenliği dikkate almadığından dolayı, “gruplar-arası tahminci (between-group estimator)” olarak adlandırılır⁴².

(1.32)’deki GEKK tahmincisi gruplar-arası ve grup-içi ortalamaların bir ağırlığıdır. $\psi \rightarrow 1$ ise; δ_{GLS} , $T_{\bar{x}\bar{x}}^{-1} T_{\bar{x}y}$ ’nin EKK tahmincisine yaklaşır. $\psi \rightarrow 0$ ise; β ’nın GEKK tahmincisi, eşitlik (1.17)’deki kovaryans tahmincisi (CV) haline gelir, bu durumda değişkenliğin kaynağı hiç önemsenmez.

⁴² Hsiao, a.e., s. 35-36

Eğer $[W_{\bar{x}\bar{x}} + \psi B_{\bar{x}\bar{x}}]$ nonsingular ise, δ 'nın GEKK tahmincisinin kovaryans matrisi şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned} Var \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{0it} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix}_{GEKK} &= \sigma_u^2 [W_{\bar{x}\bar{x}} + \psi B_{\bar{x}\bar{x}}]^{-1} \\ &= \sigma_u^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^N X_i' Q X_i \end{bmatrix} + T\psi \begin{bmatrix} N & \sum_{i=1}^N \bar{X}_i' \\ \sum_{i=1}^N \bar{X}_i & \sum_{i=1}^N \bar{X}_i \bar{X}_i' \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.33)$$

Kısmi ters formülü kullanılarak aşağıdaki sonuçlar elde edilebilir:

$$Var(\hat{\beta}_{GEKK}) = \sigma_u^2 \left[\sum_{i=1}^N X_i' Q X_i + T\psi \sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - \bar{X})(\bar{X}_i - \bar{X})' \right]^{-1} \quad (1.34)$$

$\psi > 0$ olması sebebiyle, $\hat{\beta}_{cv}$ ve $\hat{\beta}_{GEKK}$ 'nin kovaryans matrisleri arasındaki fark, pozitif tanımlı bir matristir. Bununla birlikte N 'in sabit ve $T \rightarrow \infty$ olması nedeniyle (yani her bir i için sonsuz gözlem varsa) $\psi \rightarrow 0$ 'dir. Böylece ($T \rightarrow \infty$) ve $(1/NT) \sum_{i=1}^N X_i' X_i$ ve $(1/NT) \sum_{i=1}^N X_i' Q X_i$ 'nin sonlu pozitif tanımlı matrislere yaklaşması varsayımı altında, $\hat{\beta}_{GEKK} \rightarrow \hat{\beta}_{cv}$ ve $Var(\sqrt{T} \hat{\beta}_{GEKK}) \rightarrow Var(\sqrt{T} \hat{\beta}_{cv})$ elde edilir⁴³.

GEKK tahmincisinin hesabı, U^{-1} 'in eşitlik (1.28)'deki özel formu kullanılarak basitleştirilebilir. $P = [I_T - (1 - \psi^{1/2})(1/T)ee']$ yazılırsa, $U^{-1} = P'P$ olur.

⁴³ Hsiao, a.e., s. 36-37

Özetlersek, Q ile çarpılarak elde edilen (1.26)'daki dönüştürülmüş model EKK metodu ile tahmin edilince, GEKK tahmincisi (1.30) elde edilir.

Eğer varyans bileşenleri σ_v^2 ve σ_μ^2 bilinmiyorsa, “iki aşamalı GEKK” tahmini kullanılır. Bu tahmin metodunun birinci adımında, bazı tutarlı tahminciler kullanılarak varyansın bileşenleri elde edilir. İkinci adımda, bu değerler kullanılarak (1.30) tahmin edilir.

Örnek gözlem sayısı büyükse ($N \rightarrow \infty$ ya da $T \rightarrow \infty$); iki aşamalı GEKK tahminci, within tahminci ile aynı asimptotik etkinliğe (ve aynı asimptotik dağılıma) sahip olacaktır. Bu durumda daha kolay ve daha esnek olmasından dolayı within tahmincinin kullanımı daha uygundur. Bir başka ifade ile, örnek büyüklüğü daha düşük olduğunda bile [$T \geq 3$ için $N-(K+1) \geq 9$; $T = 2$ için $N-(K+1) \geq 10$], iki aşamalı tahminci kovaryans (within) tahminciden daha etkindir⁴⁴ ve GEKK kalıntıları within tahminciden daha etkindir⁴⁵.

σ_v^2 ve σ_μ^2 'nin tahmini için sırasıyla grup-içi (within) ve gruplar-arası (between) tahminciler kullanılabilir;

$$\hat{\sigma}_v^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T [(Y_{it} - \bar{Y}_i) - \hat{\beta}'_{cv} (X_{it} - \bar{X}_i)]^2}{N(T-1) - K} \quad (1.35)$$

$$\hat{\sigma}_\mu^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - \tilde{\beta}_{0it} - \tilde{\beta}' \bar{X}_i)^2}{N - (K+1)} - \frac{1}{T} \hat{\sigma}_v^2 \quad (1.36)$$

burada $(\tilde{\beta}_{0it}, \tilde{\beta})' = B_{\bar{xx}}^{-1} B_{\bar{xy}}$ 'dir⁴⁶.

⁴⁴ Hsiao, **a.e.**, s. 37

⁴⁵ Matyas & Sevestre, **a.g.e.**, s. 59

⁴⁶ Hsiao, **a.g.e.**, s. 38

1.2.2.2.1.4. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi

Tesadüfî etkili model, ML yöntemi ile de tahmin edilebilir. μ_i ve v_{it} tesadüfî ve normal dağıldığı zaman, olabilirlik fonksiyonunun logaritması şöyledir;

$$\begin{aligned}\log L &= -\frac{NT}{2} \log 2\pi - \frac{N}{2} \log |U| - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (Y_i - e\beta_{0i} - X_i\beta)' U^{-1} (Y_i - e\beta_{0i} - X_i\beta) \\ &= -\frac{NT}{2} \log 2\pi - \frac{N(T-1)}{2} \log \sigma_u^2 - \frac{N}{2} \log(\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2) \\ &\quad - \frac{1}{2\sigma_u^2} \sum_{i=1}^N (Y_i - e\beta_{0i} - X_i\beta)' Q(Y_i - e\beta_{0i} - X_i\beta) - \frac{T}{2(\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2)} \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - \beta_{0i} - \beta' \bar{X}_i)^2\end{aligned}\tag{1.37}$$

burada $|U| = \sigma_u^{2(T-1)} (\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2)$ 'dir⁴⁷.

$(\beta_{0i}, \beta', \sigma_v^2, \sigma_\mu^2) = \tilde{\delta}'$ 'nin maksimum olabilirlik (ML) tahmincisi, aşağıdaki birinci mertebeden türevlerin alınıp sıfıra eşitlenmesiyle elde edilir:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \beta_{0i}} = \frac{T}{(\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2)} \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - \beta_{0i} - \bar{X}_i' \beta) = 0\tag{1.38}$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \beta} = \frac{1}{\sigma_u^2} \left[(Y_i - e\beta_{0i} - X_i\beta)' Q X_i - \frac{T\sigma_u^2}{(\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2)} \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - e\beta_{0i} - \bar{X}_i' \beta) \bar{X}_i' \right] = 0\tag{1.39}$$

⁴⁷ Hsiao, a.e., s. 38

$$\begin{aligned}\frac{\partial \log L}{\partial \sigma_v^2} &= -\frac{N(T-1)}{2\sigma_u^2} - \frac{N}{2(\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2)} + \frac{1}{2\sigma_u^4} \sum_{i=1}^N (Y_i - e\beta_{0i} - X_i\beta)' Q(Y_i - e\beta_{0i} - X_i\beta) \\ &+ \frac{T}{2(\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2)^2} \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - \beta_{0i} - \bar{X}_i'\beta)^2 = 0\end{aligned}\quad (1.40)$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \sigma_\mu^2} = -\frac{NT}{2(\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2)} + \frac{T^2}{2(\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2)} \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - \beta_{0i} - \bar{X}_i'\beta)^2 = 0 \quad (1.41)$$

(1.38)-(1.41) denklemlerinin eşanlı olarak çözümü oldukça karmaşıktır, çözüm için Newton-Raphson iteratif süreci kullanılabilir. Bu süreçte $\bar{\delta}$ için bir tesadüfî başlangıç değeri ($\hat{\delta}^{(1)}$) alınır ve iterasyon şu şekilde yapılır;

$$\hat{\delta}^{(j)} = \hat{\delta}^{(j-1)} - \left[\frac{\partial^2 \log L}{\partial \bar{\delta} \partial \bar{\delta}'} \right]_{\bar{\delta}=\hat{\delta}^{(j-1)}}^{-1} \frac{\partial \log L}{\partial \bar{\delta}} \bigg|_{\bar{\delta}=\hat{\delta}^{(j-1)}} \quad (1.42)$$

Bu süreç j. iteratif çözüme kadar tekrarlanır⁴⁸.

ML tahmincilerini elde etmek için alternatif olarak, ardışık iteratif bir süreç kullanılabilir. (1.38) ve (1.39)'dan şunlar elde edilir:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \hat{\beta}_{0it} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \tilde{X}_i' U^{-1} \tilde{X}_i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \tilde{X}_i' U_i V^{-1} Y_i \end{bmatrix} \\ &= \left\{ \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} e' \\ X_i' \end{bmatrix} \left[I_T - \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2} ee' \right] (e, X_i) \right\}^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} e' \\ X_i' \end{bmatrix} \left[I_T - \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2} ee' \right] Y_i \right\}\end{aligned}\quad (1.43)$$

⁴⁸ Hsiao, a.e., s. 39

(1.41) eşitliği (1.40)'da yerine konulursa;

$$\hat{\sigma}_v^2 = \frac{1}{N(T-1)} \sum_{i=1}^N (Y_i - e\beta_{0i} - X_i\beta)' Q (Y_i - e\beta_{0i} - X_i\beta) \quad (1.44)$$

ve (1.40) eşitliğinden,

$$\hat{\sigma}_\mu^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - \hat{\beta}_{0i} - \hat{\beta}' \bar{X}_i)^2 - \frac{1}{T} \hat{\sigma}_v^2 \quad (1.45)$$

elde edilir. β_{0i} ve β' 'yı tahmin etmek için, (1.43) eşitliğinde $\sigma_\mu^2 / (\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2)$ için bir tesadüfi başlangıç değeri alınır ve β_{0i} ve β' 'nin ML tahmincileri elde edilir. Sonra (1.43)'den elde edilen bu sonuçlar, (1.44)'te yerleştirilerek σ_v^2 tahmin edilir. (1.43) ve (1.44)'te bulunan sonuçlar ise, (1.45)'te yerine konulduğunda σ_μ^2 'nin de tahmini elde edilir. β_{0i} ve β' 'nin yeni tahminlerini elde etmek için, (1.43)'e σ_v^2 ve σ_μ^2 'nin yeni değerleri yerleştirilir ve süreç tekrarlanarak devam eder⁴⁹.

T'nin sabit olduğu ve N'nin sonsuza gittiği durumda ML tutarlı ve aşağıda verilen varyans-kovaryans matrisi ile asimptotik normal dağılır.

$$Var\left(\sqrt{N}\hat{\delta}_{MLE}\right) = NE\left[-\frac{\partial^2 \log L}{\partial \hat{\delta} \partial \hat{\delta}'}\right]^{-1}$$

⁴⁹ Hsiao, a.e., s. 39-40

$$= \begin{bmatrix} \frac{T}{\sigma^2} & \frac{T}{\sigma^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{X}'_i & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sigma_v^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X'_i \left(I_T - \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma^2} ee' \right) X_i & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{T-1}{2\sigma_v^2} + \frac{1}{\sigma^4} & \frac{T}{2\sigma^4} \\ & & & \frac{T^2}{2\sigma^4} \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

burada, $\sigma^2 = \sigma_u^2 + T\sigma_\mu^2$ 'dir.

N'nin sabit olduğu ve T'nin sonsuza gittiği durumda; β_{0i} , β ve σ_v^2 'nin ML tahmincisi kovaryans tahminciye yaklaşır ve tahminciler tutarlı olur, fakat σ_μ^2 'nin ML tahmincisi tutarsız olur. N sabitken T ne kadar büyük olursa olsun, tutarlılık sağlanamaz⁵⁰. Amemiya⁵¹ ise, ML yönteminden tahmin edilen varyansların tutarlılığını ispatlamıştır.

ML tahmincilerinin asimptotik etkin olmasına rağmen, bazen (1.38)-(1.41) eşitliklerinin eşanlı olarak çözümü σ_μ^2 'nin tahminini negatif verir. $\sigma_v^2 > 0$, $\sigma_\mu^2 > 0$ ve (1.38)-(1.41) kısmi türev eşitlikleri için tek bir çözüm varsa, o da ML'dir. Bununla birlikte, $\sigma_v^2 \geq 0$ ve $\sigma_\mu^2 \geq 0$ kısıtlamaları olduğu zaman, kısıtlı bir çözüm oluşabilir. Çözüm (1.38)-(1.41) türev eşitliklerinin hepsi için iyi sonuç vermeyebilir. Maddala⁵² $\sigma_v^2 = 0$ 'ın kısıtlayıcı çözümünün gerçekleşmediğini göstermiştir, fakat $\sigma_\mu^2 = 0$ 'ın kısıtlayıcı çözümü

$T_{yy} - T'_{\bar{y}\bar{y}} T_{\bar{x}\bar{x}}^{-1} T_{\bar{x}\bar{y}} > T[B_{yy} - 2T'_{\bar{y}\bar{y}} T_{\bar{x}\bar{x}}^{-1} T_{\bar{x}\bar{y}} + T'_{\bar{y}\bar{y}} T_{\bar{x}\bar{x}}^{-1} B_{\bar{x}\bar{x}} T_{\bar{x}\bar{x}}^{-1} T_{\bar{x}\bar{y}}]$ olduğu zaman

⁵⁰ Hsiao, a.e., s. 40

⁵¹ Bkz. Takeshi Amemiya, "The Estimation Of The Variance In A Variances-Components Model", **International Economic Review**, Vol. 12, No.1, February 1971, s. 1-13

⁵² Bkz. G.S. Maddala, "The Use Of Variance Components Models In Pooling Cross Section And Time Series Data", **Econometrica**, Vol. 39, No. 2, March 1971, s. 341-358

gerçekleşir. Bununla birlikte T ya da N'den biri sonsuza gittiği zaman, kısıtlayıcı bir çözümün gerçekleşme olasılığı sıfıra gidecektir⁵³.

Maksimum olabilirlik yönteminde karşılaşılan sorunlar şöyle özetlenebilir;

- Normallik varsayımı altında olabilirlik fonksiyonu, doğrusal değildir. Doğrusal olmama özelliği, bu fonksiyonun tahmin edilmesini güçleştirmektedir.
- Olabilirlik fonksiyonu global konkav değildir ve bu nedenle çoklu yerel maksimuma izin verir.
- Varyans bileşenleri modelinin tahmini, uygulamada negatif olabilir.

Literatürde bu tahmin yöntemlerine alternatif yaklaşımlar da vardır; alet değişkenler (Amemiya ve Macurdy⁵⁴) ve genelleştirilmiş moment (GMM) tahmincisi, iteratif GEKK, MINQUE (Minimum Norm Quadratic Unbiased Estimators)⁵⁵, Gauss-Markov tahminci gibi.

Bu tahmin yöntemlerinden iteratif genelleştirilmiş EKK yöntemi tahmincileri ML'den daha avantajlıdır. Bu yöntem, otoregresif kalıntılı modeller için Cochrane-Orcutt ve görünürde ilişkisiz regresyonlar için dönüştürülmüş Zellner tahmincisi içeren bir algoritma olarak tanımlanır. Bu algoritmalar ile elde edilen parametreler, kovaryans matrisinin ya tam manasıyla artmasına ya da azalmasına neden olur. Bu özellik, olabilirlik fonksiyonunun çoklu yerel maksimumu olmasına ve varyans bileşenlerinin negatif olmasını izin vermez⁵⁶.

⁵³ Hsiao, a.g.e., s. 40-41

⁵⁴ Bkz. T. Amemiya & T. E. MaCurdy, "Instrumental Variable Estimation Of An Error-Components Model", **Econometrica**, 54, 1986, s. 869-881

⁵⁵ Bkz., C. Radhakrishna Rao, "Estimating Variance And Covariance Components In Linear Model", **Journal Of The American Statistical Association**, 67, March 1972, s. 112-115 ve Lon-Mu Liu & Jerome Senturia, "Computation Of MINIQUE Variance Component Estimates", **Journal Of The American Statistical Association**, 72, s. 867-868

⁵⁶ Trevor S. Breusch, "Maximum Likelihood Estimation Of Random Effects Models", **Journal Of Econometrics**, 36, 1987, s. 383-389

Maddala ve Mount⁵⁷ bir çalışmalarında, Monte Carlo denemeleri ile elde ettiği verilerle varyans bileşenleri modelindeki eğim katsayılarını tahmin etmek için ML, MINQUE ve diğer tahmin metodlarını kullanarak bu metodların performansını ölçmüşlerdir. Yaptıkları denemelerle, bağımsız değişkenler arasında gecikmeli bağımlı değişken yoksa, tüm metodlarla elde edilen tahmincilerin performanslarının birbirine eşit olduğuna karar vermişlerdir.

Taylor⁵⁸, yaptığı çalışmada serbestlik derecesinin küçük (örneğin $N-K=5$) olduğu durumlarda; tesadüfi etkili modelin Gauss-Markov tahmincisinin, within tahminciden daha etkin olduğunu ispatlamıştır.

1.3. PANEL VERİ MODELLERİNDE ETKİNLİK VE TUTARLILIK

Panel veri modellerinde gözlem sayısının genelde fazla olması nedeniyle, etkinliğin tutarlılık kadar önemli olmadığı düşünülebilir, fakat bu düşünce yanlıştır. Tesadüfi etkili model açıklanırken EKK tahminlerinin tutarlı olduğundan, fakat yatay kesit birimlerin tesadüfi yapısını dikkate alarak çözüm yapan GEKK tahminleri ile karşılaştırılınca etkin olmadığından bahsedilmiştir.

Panel veri, hem zaman serisi boyutu hem de yatay kesit boyutu içermesine rağmen, daha çok bir boyutta (genelde zaman boyutu) az gözlem içerirken diğer boyutta (genelde yatay kesit boyut) daha fazla gözlem içermektedir. Etkinliğin sağlanabilmesi için gözlem sayısının fazla olduğu boyuttan elde edilen bilginin, genel parametrelerin tahmininde olumlu olarak kullanılabilmesi önemlidir.

⁵⁷ Bkz. G. S. Maddala & T. D. Mount, “A Comparative Study Of Alternative Estimators For Variance Components Models Used In Econometric Application”, **Journal Of American Statistical Association**, Vol. 68, Number 342, June 1973, s. 324-328

⁵⁸ Bkz. William E. Taylor, “Small Sample Considerations In Estimation From Panel Data”, **Journal Of Econometrics**, 13, 1980, s. 203-223

Tesadüfi etkili model kullanılacaksa, etkiler ile ilgili bir dağılım varsayımı yapılması gereklidir. Model doğrusal değilse, dağılım varsayımı doğrusal olmayan modelin türüne bağlıdır ve tutarlı tahminler elde etmek için ML metodunun çok karmaşık bir hali kullanılır. Eğer model doğrusal ise, etkilerin bağımsız dağıldığı varsayılır ve böyle bir modelin tahmini için GEKK yöntemi kolayca uygulanabilir, kalıntıların korelasyon yapısı bilinir ve tahminciler asimptotik etkindir.

T'nin sabit olduğu, yatay kesit birim sayısının (N) sonsuza gittiği durumda, T zaman döneminde bir birimin davranışsal eşitliğinin parametrelerini tahmin etmek için yatay kesit gözlemler kullanılarak minimum-aralık süreci uygulanabilir. Bu süreç, heteroskedasite ve otokorelasyon problemleri doğurur ve bu nedenle tutarlı fakat etkin olmayan tahminciler elde edilir.

Bilinmeyen parametrelerin tutarlı tahminini elde etmek için, daha çok bilgi içeren boyutun gözlem sayısını arttırmak gereklidir. Böylece panelde, N'in ya da T'nin veya hem T'nin hem de N'in sonsuza gidip gitmediğinin ayrımı önemlidir. Bu ayrımı yapabilmek için, panel verinin kullanılacağı model için hangi parametrelerin tutarlı tahminci olmasının daha önemli olduğuna karar vermek gereklidir⁵⁹.

1.4. PANEL VERİ MODELLERİ İÇİN TESTLER

Bu bölümde, panel veri modellerinde sabit etkili, tesadüfi etkili, klasik model arasında seçim yapmak için kullanılan testler, spesifikasyon testleri, varsayımdan sapmalar (heteroskedasite ve otokorelasyon) için testler ve normal dağılım testleri ele alınacaktır.

⁵⁹ Hsiao, a.g.e., s. 213-220

1.4.1. Sabit, Tesadüfi Etkili Modeller Ve Klasik Model Arasında Seçim Yapmak İçin Kullanılan Testler

Eğer bütün gözlemlerin homojen olduğu yani birim ve/veya zaman etkilerinin olmadığı düşünülüyorsa, klasik modeli; birim ve/veya zaman etkilerinin olduğu düşünülüyorsa sabit ya da tesadüfi etkili modelleri kullanmak daha mantıklıdır. Bir çok araştırmacı sabit etkili modeli tahmin etmeyi, tesadüfi etkili modeli tahmin etmekten daha ikna edici bulur. Bu tercih, sabit etkili modelin varsayımı olan “birim etkilerin modeldeki açıklayıcı değişkenlerle ilişkisiz olması mümkün değildir” düşüncesinden kaynaklanmaktadır.

- Eğer birim etkiler açıklayıcı değişkenlerle ilişkisiz ise; tesadüfi etkiler (TE) tahmincisi tutarlı ve etkindir, sabit etkiler (SE) tahmincisi tutarlı fakat etkin değildir.

- Eğer birim etkiler açıklayıcı değişkenlerle ilişkili ise; sabit etkiler tahmincisi tutarlı ve etkindir, tesadüfi etkiler tahmincisi tutarsızdır⁶⁰.

Sabit ya da tesadüfi etkili modeller arasında seçim, modelin tahmin edilmesindeki amaca bağlı olarak da yapılabilir. Modelin tahmininden belli bir birim için çıkarsama yapılacaksa, sabit etkili model daha uygun olacaktır. Eğer veri seti geniş bir ana kütlemin gözlemlerinden oluşuyorsa ve ana kütlemin tümü için sonuç çıkarılmak isteniyorsa; sabit etkili modeli kullanmak çok fazla mantıklı değildir, tesadüfi etkili modelin kullanılması daha avantajlıdır.

Sabit etkili, tesadüfi etkili ve klasik modelden hangisinin kullanılacağı kararı yukarıda bahsedildiği gibi önsel olarak yapılacağı gibi, bu tespit bir takım testler sonucunda da yapılabilir. Bu testlerin içinde önemli olanlar burada incelenecektir.

⁶⁰ Pazarlıoğlu, a.g.e., 15.06.2005

1.4.1.1. Tesadüfi Etkiler Testi (Lagrange Çarpanı (LM) Testi)

Breusch-Pagan, tesadüfi etkiler varsayımının geçerli olup olmadığını sınamak için EKK'in hata terimlerine dayanan, Lagrange Çarpanı (LM) testini geliştirmişlerdir. Bu testte, tesadüfi etkilerin sıfır olduğu hipotezi ($H_0: \sigma_\mu^2 = 0$) araştırılmaktadır. LM test istatistiği şu şekildedir;

$$LM = \frac{nT}{2(T-1)} \left[\frac{\sum_{i=1}^n \left(\sum_{t=1}^T u_{it} \right)^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T u_{it}^2} - 1 \right]^2 \quad (1.47)$$

Bu test istatistiği χ^2 dağılımına uyar. LM test istatistiğinin χ^2 tablosu ile karşılaştırılması sonucu; eğer H_0 hipotezi reddedilemezse, birim ögelerinin varlığı kabul edilmeyecektir. Ters durumda yani H_0 hipotezi reddedilirse, tesadüfi etkili modelin geçerli olduğu sonucuna varılacaktır. Bu testin yardımıyla sadece tesadüfi etkili modelin geçerli olup olmadığına karar verilir. Eğer tesadüfi etkili model geçerli değilse, hangi modelin kullanılacağına karar vermek için ek testlere ihtiyaç vardır⁶¹.

1.4.1.2. Olabilirlik Oranı (LR) Testi

Bu test, LM testi sonucunda tesadüfi etkili modelin geçerli olmadığına karar verilirse, sabit etkili modelinin mi yoksa klasik modelin mi kullanılmasının uygun olacağını tespit etmek için yapılan bir testtir. H_0 hipotezi, klasik model doğrudur şeklinde kurulur. Test istatistiği hesaplanırken sabit etkili ve klasik modelden elde edilen log-olabilirlik değerleri kullanılmaktadır ve test istatistiği şu şekildedir;

⁶¹ George G. Judge v.d., **The Theory And Practice Of Econometrics**, 2nd Edition, Singapore, John Wiley&Sons, 1988, s. 486-487

$$LR = 2[l(kısıtlı) - l(kısıtsız)]$$

Bu eşitlikteki $l(kısıtlı)$ klasik modele ait olabilirlik fonksiyonunu, $l(kısıtsız)$ sabit etkili modele ait olabilirlik fonksiyonunu göstermektedir. LR test istatistiği q (kısıtlama sayısı) serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uymaktadır. H_0 hipotezi reddedilirse, sabit etkili modelin geçerli olduğuna karar verilir⁶².

1.4.1.3. Hausman Testi

Hausman testi⁶³, sabit etkili ve tesadüfi etkili modeller arasında seçim yapmak için kullanılır. Sabit ve tesadüfi etkili modeller arasındaki belirgin fark daha önce de belirtildiği gibi, birim etkisinin bağımsız değişkenlerle ilişkili olup olmadığıdır. Hausman testi; birim etki dolayısıyla hata terimi ile açıklayıcı değişkenler arasında korelasyon olup olmadığını yani tesadüfi etkili modelin uygun olup olmadığını ölçer. Eğer aralarında korelasyon yoksa, tesadüfi etkili model geçerlidir.

Hausman test istatistiği, tesadüfi etkiler tahmincisinin geçerli olduğu biçimindeki sıfır hipotezini, k serbestlik dereceli χ^2 dağılımı ile test etmektedir. Daha açık ifade ile, sıfır hipotezine göre açıklayıcı değişkenler ve hata terimi arasında korelasyon yoktur. Bu durumda tesadüfi etkili modelin kullanımı uygun olacaktır ve tesadüfi etkili modelin parametrelerini tahmin etmek için esnek GEKK metodu kullanılabilir. Sıfır hipotezinin alternatif hipotezine göre, sabit etkili model kullanılabilir ve bu modelin tahmini EKK yöntemi ile yapılabilir. EKK ve esnek GEKK tahmincilerinin varyans-kovaryans matrisleri arasındaki fark, iki tahminci arasındaki farkın varyans-kovaryans matrisidir. Hausman testi bu farkın (H) , sıfıra eşitliğini test etmek için kullanılır ve test istatistiği χ^2 dağılımına uyar⁶⁴.

⁶² Baltagi, *Econometric Analysis Of Panel Data*, s.66

⁶³ Bkz. J. A. Hausman, "Specification Test In Econometrics", *Econometrica*, Vol. 46, November 1978, Number 6, s. 1251-1271

⁶⁴ Kennedy, *a.g.e.*, s. 227-228

Hipotez $H_0: H=0$, tesadüfi etkili model uygundur şeklinde kurulabilir. Hipotez reddedilirse, sabit etkili modele geçerlidir ve EKK ve esnek GEKK varyans-kovaryans matrisleri eşittir. Test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$H = (\hat{\beta}_{TE} - \hat{\beta}_{SE})'(\sum_{SE} - \sum_{TE})^{-1}(\hat{\beta}_{TE} - \hat{\beta}_{SE}) \quad (1.48)$$

Bu eşitlikte TE indisi tesadüfi etkili modelin tahmincilerini, SE indisi ise sabit etkili modelin tahmincilerini göstermektedir. $\sum_{SE}$ ve $\sum_{TE}$ ise modellerinin kovaryans matrisini göstermektedir. H_0 hipotezi reddedilemezse, tesadüfi etkili modelin geçerli olduğu kabul edilir.

1.4.2. Spesifikasyon İçin Genelleştirilmiş Wald ve Score Testleri

Spesifikasyon için genelleştirilmiş Wald ve Score testleri kullanılabilir. Testler için kısıtlamalar çok boyutlu fonksiyon, $h(\gamma^0)=0$ ile verilir. $\frac{\partial h(\gamma)}{\partial \gamma'}$,nin rankı r olsun, $\tilde{\gamma}$ sabit ve $\hat{\gamma}$ ise γ^0 'ın kısıtsız tahminini gösterebilir. Genelleştirilmiş Wald (W) ve Score (S) istatistikleri sırasıyla şu şekildedir;

$$W = Nh(\hat{\gamma})' \left[\frac{\partial h}{\partial \gamma'}(\hat{\gamma}) \hat{J}^{-1} \frac{\partial h'}{\partial \gamma}(\hat{\gamma}) \right]^{-1} h(\hat{\gamma}) \quad (1.49)$$

$$S = \frac{1}{N} \frac{\partial L_N}{\partial \gamma'}(\tilde{\gamma}) \hat{J}^{-1} \frac{\partial h}{\partial \gamma'}(\tilde{\gamma}) \left[\frac{\partial h}{\partial \gamma'}(\tilde{\gamma}) \tilde{J}^{-1} \tilde{I} \tilde{J}^{-1} \frac{\partial h'}{\partial \gamma}(\tilde{\gamma}) \right]^{-1} \frac{\partial h'}{\partial \gamma}(\tilde{\gamma}) \tilde{J}^{-1} \frac{\partial L_N}{\partial \gamma}(\tilde{\gamma})$$

W ve S asimptotik olarak eşittir ve r serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uyar. Sıfır hipotezi reddediliyorsa, H_0 hipotezinde öngörülen spesifikasyonla tutarsız tahminler elde edilir. Her iki istatistik de N arttıkça sonsuza gider.

1.4.3. Panel Veri Modellerinde Varsayımdan Sapmalar Ve Testleri

Bu bölümde varsayımdan sapmalardan heteroskedasite ve otokorelasyonun panel veri modellerinde varlıkları araştırılacak ve varlıkları halinde tahmin yöntemleri ele alınacaktır.

1.4.3.1. Heteroskedasite

Tesadüfi etkili modelde hata teriminin ($u_{it} = v_{it} + \mu_i$), zamana ve birimlere göre eşit varyanslı yani homoskedastik olduğu varsayılmakla birlikte bu varsayım, panel veri ile kurulacak modeller için kısıtlayıcı bir varsayımdır. Modelde heteroskedasite varken homoskedastikmiş gibi kabul edilip tahminler yapmak, tahmincilerin etkinliğini engellediği gibi standart hatalar da sapmalı olur. Bu nedenle önce heteroskedasitenin varlığı test edilmeli ve eğer varsa ona göre tahmin yöntemi belirlenmelidir.

Panel veri ile çalışıldığında önemli bir konu, regresyon katsayılarının birimlere göre değerlendirilip değerlendirilmediğidir. Eğer birimlere göre değerlendiriliyorsa, bu durum her bir gözlemde bağımlı değişken için farklı bir varyansa (heteroskedasiteye) neden olur. Breusch-Pagan panel veri modellerinde heteroskedasitenin saptanması için, bir LM test önermişlerdir. Bu test için istatistik EKK regresyonu yardımı ile kolayca hesaplanabilir.

Zamana göre birim ortalamalar, standart hataya (σ_i) bölünerek,

$$\frac{1}{\sigma_i} \bar{Y}_i = \frac{1}{\sigma_i} \bar{X}_i' \beta + \omega_i \quad (1.50)$$

elde edilir. Burada,

$$\omega_i = \frac{1}{\sigma_i} \bar{X}_i' \mu_i + \frac{1}{\sigma_i} u_i$$

dir ve (1.50) modeli heteroskedastik varyanslı bir modeldir;

$$Var(\omega_i) = \frac{1}{T} + \frac{1}{\sigma_i^2} \bar{X}_i' \Delta \bar{X}_i \quad i = 1, \dots, N$$

H₀ hipotezi; model, homoskedastik bir varyansa sahiptir şeklinde kurulur (H₀:Δ=0). Homoskedastik varyans (Δ=0) durumunda $Var(\omega_i)$;

$$Var(\omega_i) = \frac{1}{T} \quad i = 1, \dots, N$$

haline gelir. Bu test istatistiği $[K(K+1)/2]$ serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uyar. H₀ hipotezi reddedilirse modelde heteroskedasite olduğuna karar verilir. Bu durumda, genelleştirilmiş hata öğeleri modelinde μ_i 'nin heteroskedastik olduğu varsayılarak $[\mu_i \sim (0, w_i^2)]$ esnek GEKK metodu ile çözüm yapılabilir ve N'in sonlu olduğu T'nin sonsuza gittiği varsayımı altında tutarlı tahminler elde edilebilir.

1.4.3.2. Otokorelasyon

Tesadüfi etkili modelin hata öğelerinde ($u_{it} = v_{it} + \mu_i$), sadece zamana göre korelasyona izin verilir. Bu da,

$$corr(u_{it}, u_{is}) = \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma_\mu^2 + \sigma_v^2}$$

şeklinde ifade edilebilir. Fakat bu varsayım, özellikle iktisadi çalışmalarda çok kısıtlayıcı bir varsayımdır. Örneğin tüketim ya da yatırım modelinde, şoklar en az birkaç dönemin davranışsal eşitliğini etkileyecektir, bu da hata terimleri arasında korelasyona neden olacaktır. Hata ögeleri modelinde, bu tür korelasyona izin verilmez. Otokorelasyon ihmal edilerek tahmin yapılırsa, katsayılar tutarlı fakat etkin olmaz, standart hatalar sapmalı olur. Bu nedenle otokorelasyon test edilmeli ve varlığı halinde ona göre tahmin yöntemi belirlenmelidir.

Tesadüfi etkili modelde otokorelasyonu test etmek için Bhargava, Franzini ve Narendranathan genelleştirilmiş Durbin-Watson istatistiğini önermişlerdir. Hipotezler $H_0: \rho=0$ (otokorelasyon yoktur) ve alternatif hipotez $|\rho|<1$ şeklinde kurulur. Test istatistiği şöyledir⁶⁵:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T (\hat{u}_{it} - \hat{u}_{i,t-1})^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{u}_{it}^2} \quad (1.51)$$

H_0 hipotezi kabul edilirse otokorelasyonun varlığı kabul edilir. 1. mertebeden otokorelasyon AR(1) olduğu düşünülürse;

$$(u_{it} = \rho u_{i,t-1} + \varepsilon_{it}), \quad |\rho| < 1$$

μ_i, u_{it} 'den bağımsız kabul edilir ve,

$$u_{it} \sim \left(0, \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{(1 - \rho^2)} \right)$$

⁶⁵ A. Bhargava - L. Franzini – W. Narendranathan, “Serial Correlation And Fixed Effect Models”, **The Review Of Economic Studies**, 49, 1982, s. 533-549

dir. Bu şekilde yeniden kurulan model esnek GEKK metodu ile tahmin edilebilir.

1.4.4. Normal Dağılımın Testi

Hata terimlerinin normal dağılmaması, tutarsız tahminlere neden olabileceği için normal dağılımın test edilmesi gereklidir. İki genelleştirilmiş score test önerilir: semi nonparametrik (SNP) alternatifine karşı test ve reset benzeri test.

Gallant ve Pahlmeier, tarafından önerilen semi nonparametrik alternatifine karşı test de, hata terimlerinin yoğunluğu için esnek bir fonksiyonel form kullanır. Lainsey, Lechner ve Pahlmeier, SNP yoğunluğu kullanılarak yapılan panel veri modelleri tahminlerini tartışmışlardır. t döneminde hata teriminin yoğunluğu;

$$f(\omega_t) = \frac{\alpha_t' M(\omega_t) \alpha_t}{\int_{-\infty}^{+\infty} \alpha_t' M(\omega) \alpha_t d\omega} \quad (1.52)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\alpha_t = \left[(2\pi)^{-1/4}, \alpha_{1,t}, \dots, \alpha_{H,t} \right]'$ bir katsayı vektörüdür.

$M(\omega)$, j.i. eleman $[\omega^{i+j} \exp(\omega^2 / 2)]$ ile matrisi gösterir ve H bir sabittir⁶⁶.

⁶⁶ Lechner Michael, “Some Specification Tests For Probit Models Estimated On Panel Data”, Journal Of Business & Economic Statistics, October 1995, Vol:13, No:4, s. 475-488 in Baltagi Badi H., **Recent Developments In The Econometrics Of Panel Data**, Vol. II, USA, Edward Elgar Publishing, 2002 s. 124-137

1.5. PANEL VERİNİN AVANTAJLARI VE KISITLAMALARI

Bu bölümde panel veri kullanmanın avantajlı yönleri ve doğurduğu kısıtlamalar incelenecektir.

1.5.1. Panel Verinin Avantajları

Ekonometrik araştırmalarda panel veri kullanımı, yatay kesit ve zaman serisi verilerinin avantajlarına ilave olarak bir çok avantaj sağlar.

Panel veride zaman serisi ve yatay kesit veri gözlemlerinin eş zamanlı olarak yer alması sebebiyle, gözlem sayısı ve dolayısıyla serbestlik derecesi artar. Böylece, açıklayıcı değişkenler arasındaki çoklu bağlantının derecesi azalır. Ekonometrik tahminlerin etkinliği ve güvenilirliği artar. Ayrıca panel veri kullanımı ile, sadece yatay kesit veri ya da zaman serisi verileri ile çözülemeyecek iktisadi sorunların analiz edilmesine olanak tanınır⁶⁷. Bir başka ifade ile, zaman serisi ve yatay kesit verilerin yetersiz olduğu durumlarda ekonometrik analiz yapılmasına olanak tanınır. Panel veri kullanımının, ekonometrik tahminler için sağladığı faydalar aşağıda başlıklar halinde ayrıntıları ile incelenecektir.

1.5.1.1. Birim Değişkenliğini Modele İlave Etmek

Panel veri birimlerin (bireylerin, firmaların, ülkelerin, şehirlerin vs.) değişken olduğunu varsayar. Zaman serileri ve yatay kesit veriler bu değişkenliği tek başına kontrol edemezler⁶⁸.

Zaman serisi verileri, örneğin mikro-ekonomik ya da sosyo-demografik faktörlerin etkisini göstermekte yetersizdir. Yatay kesit veride ise, mikro-ekonomik ve sosyo-demografik faktörlerden kaynaklanan değişiklikler modelde ifade edilirken zaman boyutu kullanılmaz. Yatay kesit verilerden tahmin edilen katsayılar, birim özelliklerinden çok birimler arası farklılıklarının etkileri görülmektedir.

⁶⁷ Hsiao, **a.g.e.**, s. 2

⁶⁸ Baltagi, **Econometric Analysis Of Panel Data**, s. 3

Panel veride ise, hem birim özellikleri hem de birimler arası farklılıklar eşanlı olarak ifade edilebilir.

1.5.1.2. Tahmin Sapmasının Azalması

Panel veri modellerinde, dışlanan değişkenler nedeniyle hata terimi ile açıklayıcı değişkenler ilişkili olacak ve parametre tahminleri sapmalı olacaktır. Sapmayı minimize etmek amacıyla, modeldeki açıklayıcı değişkenler ile hata terimi arasındaki korelasyonun üç tipinden bahsetmeye gerek vardır.

1- Spesifikasyon hatası ya da veri yetersizliği sonucunda, eşitlikte yer alması gereken fakat yer almayan (dışlanmış) değişkenler ile modeldeki açıklayıcı değişkenler arasındaki korelasyon nedeniyle, hata terimi ve bağımsız değişkenler arasındaki korelasyon,

2- Modelin dinamik yapısı ve şoklar nedeniyle, gecikmeli bağımlı değişkenler ile hata terimi arasındaki korelasyon,

3- Modelin eşanlılığı nedeniyle, ortak bağımlı değişkenler ve hata terimleri arasındaki korelasyon.

Korelasyonun kaynağını bilmek, tutarlı tahminler elde etmek için önemli bilgiler sağlar. Bu nedenden dolayı, korelasyonun yukarıda özetlenen üç tipi ayrıntıları ile açıklanacaktır.

- Dışlanan Değişken Sebebiyle Sapma: Genelde araştırmacılar, modelde yer alan açıklayıcı değişkenler ile modelden dışlanmış olan değişkenlerin etkilerinin korelasyonlu olduğunu açıkça kabul etmezler.

Panel veri modellerinde, birim ve/veya zaman boyutlu dışlanan değişkenlerden kaynaklanan sapma şu üç metoddan biri ile yok edilebilir:

(1) Birim ve/veya zaman etkisini yok etmek için örnek gözlemlerini değiştirmek,

(2) Birim ve/veya zaman etkisini göstermek için gölge değişken kullanmak,

(3) Gözlenen açıklayıcı değişkenler sabitken, gözlenemeyen etkilerin şartlı bir dağılımını kurmak.

Doğrusal panel veri modellerinde, dışlanmış değişkenler sebebiyle ortaya çıkan sapmayı yok etmek için bu üç metod da kullanılabilir. Ayrıca eğer birimlere ve zamana göre değerlendirilen hata terimi ögeleri bağımsız aynı dağılımlı olduğu varsayımı yapılıyorsa, sabit etkili model için kullanılacak gölge değişken yaklaşımı; etkilerin şartlı bir dağılımını kurmakta kullanılacak tesadüfi etkiler modeli için kovaryans tahmin yöntemi aynı sonuçları verecektir. Bu varsayımın yokluğunda, eğim katsayılarının kovaryans tahmincisi, sapmasız ve tutarlı olmasına rağmen etkin olmayacaktır.

Doğrusal panel veri modelleri için geçerli olan bu sonuçların bir sonraki bölümde bahsedilecek olan doğrusal olmayan panel veri modelleri için geçerli olduğunu söylemek çok zordur. Doğrusal olmayan modellerde, sabit etkiler ve tesadüfi etkiler yaklaşımları kullanılarak birbirinden farklı tahminler elde edilir. Dahası doğrusal durumun aksine, birim etkinin tahmini ile genel katsayıların tahminini ayırmak zordur. Ayrıca, T sabitken etkinin sayısı birim sayısı (N) ile birlikte arttığından dolayı, etkinin tahminine kalkışmak incidental parametre problemi yaratacaktır. Böylece, sabit etkiler yaklaşımı kullanılarak ne katsayıların tutarlı tahmini elde edebilir, ne de etkiler modele doğrusal olarak girmedikçe örnek gözlemlerinin değiştirilmesi yolu ile etkiler yok edilebilir⁶⁹.

- Modelin Dinamik Yapısı ve Şoklar Nedeniyle Sapma: Sapmanın iki kaynağa ayrılmasında yarar vardır. Bunlarda biri gecikmeli bağımlı değişkenler ile hatalar arasındaki korelasyonun göz ardı edilmesi yüzünden ortaya çıkarken, diğeri ise ilk gözlemlerin (Y_{i0}) yanlış modellenmesi yüzünden oluşmaktadır. Bu konu, dinamik panel veri konusuna girdiğinden dolayı burada ayrıntılı ele alınmamıştır.

⁶⁹ Hsiao, a.g.e., s. 215-216

- **Eşanlılık Sapması:** Bu sapma eşanlı panel veri modellerinde karşılaşılan bir problemdir. Eşanlılık sapmasını yok etmek için standart yaklaşım, tam bağımlı değişkenler ile hata terimleri arasındaki korelasyonu yok etmektir. Bunun için gölge değişken kullanılabilir. Eşanlılık sapması eşanlı panel veri konusuna girdiği için burada detay verilmemiştir.

1.5.1.3. Çoklu Doğrusal Bağlantı Problemini Azaltmak

Zaman serilerinde serbestlik derecesinin az olması ve ciddi çoklu doğrusal bağlantı, her bir açıklayıcı değişkenin tek başına etkisine karar vermek isteyen ekonometristleri hayal kırıklığına uğratar. Bu problem, örnekten sağlanan bilginin modelin ihtiyacı olan bilgiyi karşılamakta yeterli olmadığı sonucunu doğurduğundan, oldukça ciddi bir problemdir. Bu durumda, ya örnekten sağlanacak bilgiyi arttırmak ya da modelin ihtiyacı olan bilgiyi azaltmak zorunluluğu vardır. Panel veri kullanılarak hem serbestlik derecesi arttırılabilir hem de panel veride birimlere ait bilgilerinin varlığı nedeniyle, veriden sağlanan bilgi ile model için gerekli olan bilgi arasındaki fark azaltılabilir⁷⁰.

1.5.1.4. Daha Kapsamlı Modeller Kurabilmek

Panel veri, tek başına zaman serisi ya da yatay kesit veri kullanılarak kurulamayacak daha kapsamlı ve karmaşık davranışsal modeller yapılmasına ve bu modellerin test edilmesine imkan tanır.

Ancak panel verinin bu avantajlarının yanında, panel veri kullanmanın getirdiği bazı kısıtlamalar da vardır. Bunlardan bazıları aşağıda sıralanacaktır.

1.5.2. Panel Veri Kullanmanın Getirdiği Kısıtlamalar

Panel veri kullanmanın getirdiği bazı dezavantajlar ve kısıtlamalar vardır, bunlar aşağıdaki gibidir.

⁷⁰ Hsiao, a. e., s. 217-218

1.5.2.1. Hata Payında Oluşan Sapmalar

Panel veri modellerinde özellikle hata terimi büyük önem taşımaktadır, çünkü panel veri modellerindeki hata terimi;

- Zaman serisi modeline özgü sapmayı,
- Kesit veri modeline özgü sapmayı,
- Panel veri modeline özgü sapmaları taşır⁷¹.

Bu nedenlerden dolayı, panel veri modellerinde hata terimi çoğu zaman sapmalıdır.

1.5.2.2. Veri Toplama Problemi

Panel veri ile yapılan çalışmalarda en önemli problem, verilere ulaşmak ve verileri düzenlemektir. Türkiye’de düzenlenmiş panel verilerin yer aldığı kaynaklar oldukça sınırlıdır.

Ayrıca sansürlü gözlemler ve özellikle anket çalışmalarında çeşitli nedenlerden dolayı cevapsız kalan sorular nedeniyle, verinin kısıtlanması da mümkündür.

1.5.2.3. Zaman Serisinin Kısa Olma Problemi

Panel veride genellikle, birim boyutu fazla olmasına rağmen zaman boyutu kısadır. Bunun anlamı, asimptotik özelliklerin sonsuza uzanan birim sayısına bağlı olacaktır. Bu da, özellikle doğrusal olmayan panel veri modellerinde çözülmesi zor ekonometrik problemler yaratır⁷².

⁷¹ Kılıçbay, a.g.e., s. 315

⁷² Baltagi, *Econometric Analysis Of Panel Data* , s. 6-7

2. BÖLÜM

SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ MODELLER

Bazı ekonometrik modellerde, bağımlı değişkenin değerlerine belli sınırlamalar getirilmiş olabilir. Bağımlı değişken sadece 0 ve 1 değerlerini alabilir, veri yetersizlikleri nedeniyle ya da başka nedenlerden dolayı bağımlı değişkenin değerleri gözlenmemiş olabilir. Bu durumda, modele ilişkin çeşitli varsayımlar yapılarak veriler düzenlenir ve tahminler yapılır.

Bu bölümde, bir sonraki bölümde panel veri ile birlikte ele alınacak olan doğrusal olmayan modellerin türlerinden olan sınırlı bağımlı değişkenli modeller incelenecektir. Bunlar tercih modelleri, kesikli, sansürlü ve kalım modelleridir.

2.1. TERCİH MODELLERİ (NİTEL BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ MODELLER)

Bazı ekonometrik modeller verileri sürekli olarak gözlenebilen bağımlı değişkenlerden çok, ikili ya da çoklu değerler alan bağımlı değişkenler üzerine kurulmuştur. Bağımlı değişkeni nitel tercih değişkeni olan modellere, literatürde “tercih modelleri” ya da “kategorik modeller”, “nitel tercih modelleri” gibi isimler verilmiştir. Tercih modelleri, bağımlı değişkenin ikili (0, 1) ya da çoklu (1,2,3....) değer almalarına göre sırasıyla ikili ya da çoklu tercih modelleri olarak ve sayı modelleri olarak sınıflandırılabilirler. Tercih modellerinin bu üç temel türü aşağıdaki gibi özetlenebilir.

1) İkili (Dichotomous, Kalitatif ya da Gölge) Tercih Modelleri: Bu modellerde bağımlı değişken, iki mümkün cevaba bağlı olarak, 0 ve 1 değerlerini alır. Örnek olarak bir araba alıp almama kararı, bir koleje gidip gitmeme kararı, bir sendikaya üye olup olmama kararı ya da bir dönemde (örneğin bir hafta) bir kişinin maaşlı bir işe girip girmeme kararı verilebilir. Son örnek için ikili değişken Y_i ,

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{eğer kişi } i \text{ bu haftada maaşlı bir işe girerse} \\ 0 & \text{eğer kişi } i \text{ bu haftada maaşlı bir işe girmezse} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanabilir.

2) Çoklu (Polychotomous) Tercih Modelleri: Bu modellerde bağımlı değişken, ikiden fazla mümkün değer alır. Ekonometride bu değişkenlerin sıralanmış ve sıralanmamış değişkenler olmak üzere iki türü vardır.

- **Sıralanmamış Değişkenli Modeller:** Bu tür modellerde, alternatiflerin (bağımlı değişkenin aldığı değerlerin) doğal bir sırası yoktur. Örnek olarak, bireylerin işe ulaşımı verilebilir. Bu bağımlı değişken bir çok faktör ile yakından ilgilidir; metro bileti fiyatı ya da benzin ücreti gibi. Bireylerin işe ulaşımı şu şekilde örneklendirilebilir:

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{eğer birey arabası ile tek başına işe gidiyorsa} \\ 2 & \text{eğer birey arabası ile en az bir birey ile beraber işe gidiyorsa} \\ 3 & \text{eğer metro kullanıyorsa} \\ 4 & \text{eğer otobüs kullanıyorsa} \\ 5 & \text{eğer yürüyor yada başka bir şekilde gidiyorsa} \end{cases}$$

Görüldüğü gibi, bağımlı değişkenin aldığı değerlerin bir sırası yoktur.

- **Sıralanmış (Sıralı) Değişkenli Modeller:** Bu tür modellerde alternatifler, doğal bir sıraya sahiptir. Örnek olarak bireylerin sağlık durumu verilebilir. Her birey kötü, iyi ya da mükemmel sağlıklı olarak teşhis edildiğinde, bağımlı değişken örneğin şöyle tanımlanabilir;

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{eğer birey i'nin sağlığı kötü ise} \\ 2 & \text{eğer birey i'nin sağlığı iyi ise} \\ 3 & \text{eğer birey i'nin sağlığı çok iyi ise} \end{cases}$$

Örnekten de görüldüğü gibi bu değişkenlere ait verilerde sıralanmamış değişkenlerin aksine, bir sıra vardır.

Sıralı değişkenlerin özel bir türü ardışık değişkenlerdir. Bu değişkenlerin aldığı değerlerde, 2. olayın gerçekleşmesi 1. sinin gerçekleşmesine, 3. nün gerçekleşmesi de ilk iki olayın gerçekleşmesine bağlıdır. Örnek olarak alınan eğitimin derecesi verilebilir;

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{eğer birey i ilköğretim diplomasına sahipse} \\ 2 & \text{eğer birey i lise diplomasına sahipse} \\ 3 & \text{eğer birey i üniversite diplomasına sahipse} \\ 4 & \text{eğer birey yüksek lisans diplomasına sahipse} \end{cases}$$

Bu sıralamada yüksek lisans diplomasının, ortaokul, lise ve üniversite diplomalarına sahip olduktan sonra alınabileceği görülmektedir. İlk olay (ortaokul diplomasına sahip olma) gerçekleşmeden, hiçbir olayın gerçekleşmesi mümkün değildir.

3) Sayı Modelleri: Bu modellerde bağımlı değişkene ait bazı gözlemler, verilen bir dönemde meydana gelen olayların sayısını gösterir. Bir yılda verilen patentlerin sayısı, bir hafta boyunca süper marketten alınan malların sayısı, bir sürücünün t döneminde geçirdiği kaza sayısı gibi durumlar, örnek olarak verilebilir⁷³. Bağımlı değişken Y; 1,2,..... gibi değerler alabilir. Bağımlı değişkeni sayı değişkenleri ile kurulan modeller, genelde poisson dağılım kullanılarak modellenir. Bu tür modeller, uygulamalı ekonometride çok fazla kullanılmaz.

Tercih modellerinin, klasik regresyon analizi ile tahmini uygun olmayacağı için bu modeller, olasılık modelleri kullanılarak analiz edilmelidir. Bağımlı değişken nominal veya kategorik ise, ilişkileri tahmin etmek için ikili ve çoklu logit/probit modellerin kullanımı yaygındır. Bununla beraber bağımlı

⁷³ Jack Johnston & John Dinardo, **Econometric Analysis**, 4th Edition, Singapore, McGraw-Hill, 1997, s. 414

değişkenin hem kategorik hem de sıralı olduğu durumlarda, sıralı logit veya sıralı probit modelleri kullanılabilir. Genel olarak sıralı regresyon modeli olarak adlandırılan sıralı logit/probit modellerin, daha çok ekonomi ve finansal araştırma alanlarında kullanımı yaygındır. Sıralı bağımlı değişkenli modelleri tahmin etmek için EKK yöntemi kullanılırsa, EKK regresyon varsayımlarının çoğu ihlal edilebilir, anlamsız parametre tahmincileri ile karşılaşılabilir, varyanslar yanlış hesaplanabilir ve hipotez testleri geçersiz olabilir⁷⁴. Bu nedenle daha sonraki bölümlerde ayrıntılı olarak tartışılacak olan alternatif tahmin yöntemleri önerilmiştir. Sayı modeli ise, poisson ya da negatif binomial modeller yardımıyla ifade edilir ve tahmin edilir.

Şimdi tercih modellerinin yukarıda bahsedilen türleri, ayrıntılı olarak incelenecektir.

2.1.1. İkili Tercih Modelleri

Eğer bağımlı değişken (Y) sadece 2 değer alıyorsa yani 0 ve 1 değerlerini alan nitel (gölge) değişken ise, bu tür modellerden söz edilir. Genel model şu şekilde ifade edilirse;

$$Y_i^* = \beta'X_i + u_i \quad (2.1)$$

burada $u_i \sim N(0, 1)$ ve u_i ile u_j ($i \neq j$) birbirinden bağımsızdır. Y_i şu şekilde tanımlanabilir;

$$Y_i = I(Y_i^* > 0)$$

⁷⁴ Şenay Üçdoğruk - Fahamet Akın –Hamdi Emeç, “Hanehalkı Harcamaların Olasılıklarını Sıralı Regresyon Modeli İle Tahmin Etme”, Çukuruva Üniversitesi, **5.Ulusal Ekonometri Ve İstatistik Sempozyumu**, 2001, (çevrimiçi) <http://idari.cu.edu.tr/sempozyum/bil13.htm>, 23.06.2005

burada $I(\cdot)$, parantez içindeki ifadenin gerçekleşmesi durumunda bire; diğer durumlarda sıfıra eşit olan bir gösterge değişkendir⁷⁵.

Örnek olarak işgücüne katılım modelinde verilen dönemde ($Y=1$)’in çalışmayı, ($Y=0$)’in çalışmamayı temsil ettiğini düşünelim. Bağımlı değişkeni etkileyen faktör setinin; yaş, medeni hal, eğitim, çocuk sayısı, iş tecrübesi vs. olduğunun bilindiği varsayalım. İkili tercih değişkenine ait olasılıklar şu şekilde gösterilebilir;

$$\begin{aligned} \text{Prob}(Y_i = 1) &= F(\beta'X_i) \\ \text{Prob}(Y_i = 0) &= 1 - F(\beta'X_i) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Burada β parametre seti, Y ’nin gerçekleşme olasılığı üzerinde X ’deki değişikliklerin etkisini yansıtmaktadır, örneğin; işgücüne katılma olasılığı üzerinde medeni durumun marjinal etkisini yansıtmaktadır. Burada en önemli konu, eşitliğin sağ tarafı için uygun modele karar verilmesidir.

Doğrusal regresyon modellerinde bağımlı değişken, bağımsız değişkenler artı hata terimi olarak yazılabilirken ($Y = \beta'X + u$), nitel bağımlı değişkenli modellerde bağımlı değişkenin olasılığı, farklı modeller kullanılarak ifade edilebilir⁷⁶. Bu modeller doğrusal olasılık modeli (DOM), logit, probit ve complementary (tamamlayıcı) log-log model gibidir.

2.1.1.1. Doğrusal Olasılık Modeli

Doğrusal olasılık modeli, bağımlı değişkeni 0-1 aralığında olasılık değerleri alan model olarak tanımlanabilir⁷⁷. (2.1) modelinde, X veriyken Y ’nin koşullu beklenen değeri $E[Y_i|X_i]$, X veriyken olayın gerçekleşme olasılığı ise

⁷⁵ Arthur Lewbel, “Identification Of The Binary Choice Model With Misclassification”, **Economic Theory**, 2000, (çevrimiçi), <http://fmwww.bc.edu/EC-P/WP457.pdf>, 23.06.2003

⁷⁶ Peter Kennedy, **A Guide To Econometrics**, Oxford, Blackwell Publishers, 1998, s. 238

⁷⁷ Selahattin Güriş & Ebru Çağlayan, **Ekonometri Temel Kavramlar**, İstanbul, Der Yayınları, 2005, s. 678

$P(Y_i=1|X_i)$ olarak tanımlanabilir. $Y_i=1$ iken, olayın gerçekleşme olasılığı (P) ve $Y_i=0$ iken, olayın gerçekleşmeme olasılığı ($1-P$) ise;

$$E[Y_i] = 0(1-P) + 1(P) = P \quad (2.3)$$

ve,

$$E[Y_i|X_i] = \beta'X = P$$

şeklindedir⁷⁸. Bu modellerde bağımlı değişken iki değer aldığı için hata terimi de iki değer almakta ve binom dağılmaktadır. Fakat büyük örneklerde dağılımın normal olduğu varsayılmaktadır⁷⁹.

Bu model EKK yöntemi ile tahmin edilebilir. Fakat tahmin aşamasında ve sonrasında bir çok sorunla karşılaşılır. Bunlar:

- u_i , β' 'ya bağılı olarak heteroskedastiktir. Çünkü, $(\beta'X_i)$ 'in sıfıra ya da bire eşitlenmesi sebebiyle, $(1-P)$ ve (P) olasılıkları sırasıyla $(1-\beta'X_i)$ ve $(\beta'X_i)$ olur. $\text{Var}[u_i]$ ise şu şekilde olacaktır⁸⁰:

$$\text{Var}[u_i] = P(1-P) = \beta'X_i (1 - \beta'X_i) \quad (2.4)$$

Buradan da hata teriminin varyansının X 'e bağılı olduğu görülebilir.

- Bu tür regresyon modelleri regresyon analizi ile çözülmüşse, bağımlı değişkenin tahmini değeri 0-1 aralığının dışına çıkacaktır.

⁷⁸ Damodar N. Gujarati, **Basic Econometrics**, 3rd edition, New York, McGraw Hill, 1995, s. 541-542

⁷⁹ Güriş & Çağlayan, **a.g.e.**, s. 680

⁸⁰ William H. Greene, **Econometric Analysis**, 2nd Edition, New Jersey, Printice Hall, 1993, s. 637

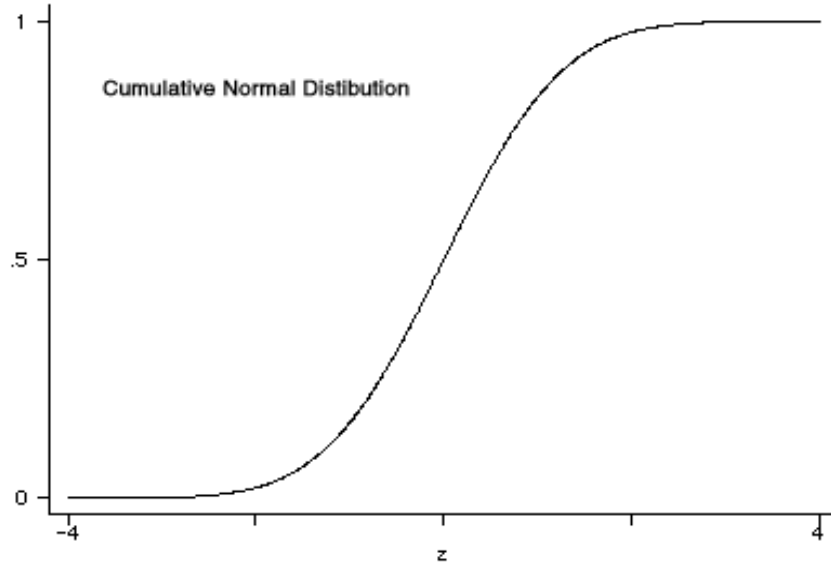
- Modelin R^2 'si çok düşük olacak, bu nedenle modelin başarısı için bir ölçüt olarak gösterilemeyecektir⁸¹.

Model, esnek GEKK metodu ile ya da tartılı EKK yöntemleri ile de tahmin edilebilir. Fakat bu durumda $\beta'X_i$, yanlış olasılıklara ve negatif varyansa neden olacağından dolayı, 0-1 aralığında kısıtlanamaz. Bu dezavantajlarından dolayı, ikili tercih modellerini tahmin ederken doğrusal olasılık modelini kullanmak iyi bir tercih olmayacaktır. Doğrusal olasılık modelinin yetersizliği, doğrusal olamayan bir spesifikasyonun daha uygun olabileceği düşüncesini akla getirir. Amaç, bağımlı değişkenin olasılığını 0-1 arasında tahmin edebilen model spesifikasyonu bulmak olmalıdır. Bu duruma, S-şekilli bir eğri uygun olabilir. Burada, S-şekilli üç eğri ve oluşturdukları modeller ele alınacaktır. Bu eğrilerin oluşturdukları modeller; logit model, probit model ve tamamlayıcı log-log modelleridir. Bu üç model birbirine çok benzerdir, (0-1) aralığında değer alan değişkenler için $X_i \rightarrow -\infty$ iken, $E(Y_i) \rightarrow 0$ ve $X_i \rightarrow +\infty$ iken, $E(Y_i) \rightarrow 1$ değerlerini alırlar. Bu modellerin çözümleri, günümüzde bir çok paket program ile kolayca yapılabilmektedir.

2.1.1.2. Probit Model

“Probit” terimi ilk defa, 1930’da Chester Bliss tarafından kullanılmıştır. Literatürde probit model, “normit model” ismiyle de bilinir. Bir çok analizde probit model için, kümülatif normal dağılım fonksiyonu (cdf) kullanılmaktadır. Bu fonksiyon doğrusal değildir ve dönüşümlerle doğrusallaştırılması gereklidir. Probit model, şekil (2.1)’de görüldüğü gibi S-şekilli bir eğridir.

⁸¹ Kennedy, **a.g.e.**, s. 223



Şekil 2.1. Kümülatif Normal Dağılım *

(2.1) modelinden hareketle, ikili değişken Y_i ile gözlenemeyen değişken Y_i^* arasında aşağıdaki gibi bir ilişki vardır:

$$\begin{aligned} Y_i^* > 0 & \text{ ise } Y_i = 1 \\ Y_i^* \leq 0 & \text{ ise } Y_i = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Y_i 'nin beklenen değeri;

$$\begin{aligned} E(Y_i) &= P_i = P(Y_i=1) \\ &= P(Y_i^* > 0) = P(-u_i < \beta'X_i) \\ &= F(\beta'X_i) = F(Z_i) \end{aligned}$$

* Applied Categorical & Nonnormal Data Analysis, Probit Regression Models, UCLA Department Of Education (Çevrimiçi), <http://www.gseis.ucla.edu/courses/ed231/notes3/prrobit1.html>, 23.06.2005

şeklinde ifade edilebilir. Burada, $F(\cdot)$ standart normal kümülatif dağılım fonksiyonunu temsil eder ve şöyle gösterilebilir;

$$P_i = F(Z_i) = F(\beta'X_i) = \int_{-\infty}^{\beta'X_i} f(z)dz \quad (2.6)$$

$f(z)$ ise $[z \sim N(0, 1)]$, yoğunluk fonksiyonunu gösterir. Bu fonksiyonun doğrusal olmadığından bahsedilmişti. Doğrusallaştırmak için, kümülatif normal yoğunluk fonksiyonunun tersi alınabilir;

$$Z_i = F^{-1}(P_i) = \beta'X_i \quad (2.7)$$

burada $F^{-1}(P_i)$, standart normal kümülatif dağılım fonksiyonunun tersidir⁸².

Probit model ML yöntemi ile tahmin edilirse, log-olabilirlik fonksiyonu,

$$\ln L = \sum w_i \ln \Phi(\beta'x_i) \sum w_i \ln(1 - \Phi(\beta'x_i)) \quad (2.8)$$

şeklindedir.

2.1.1.3. Logit Model

Logit modelde lojistik dağılım kullanılmaktadır. Logit model şu şekilde ifade edilebilir;

⁸² Jan Kmenta, **Elements Of Econometrics**, 2nd Edition, New York, Mcmillan Publishing, 1990, s. 553

$$E(Y_i) = \frac{1}{1 + e^{-\beta'X_i}} = \frac{e^{\beta'X_i}}{1 + e^{\beta'X_i}} \quad (2.9)$$

burada $E(Y_i) = P(Y_i=1)$ 'dir. $\beta'X_i$, $-\infty$ ve $+\infty$ arasında değer alırken; $F(\beta'X_i)$, 0 ile 1 arasında değer alır. Bu dağılım, kuyrukları dışında kümülatif normal dağılıma (probit) çok benzer, fakat hesabı daha kolaydır.

Basitleştirmek amacıyla $E(Y_i) = P_i$ eşitliği yazılıp, $\beta'X_i$ için çözülürse,

$$L_i = \ln \left[\frac{P_i(Y_i = 1)}{1 - P_i(Y_i = 1)} \right] = \ln(e^{\beta'X_i}) = \beta'X_i \quad (2.10)$$

elde edilir. Burada L_i doğrusal, fakat olasılık P_i doğrusal değildir. Köşeli parantezin içindeki ifade $[P_i/(1-P_i)]$, odds oranı olarak bilinir ve $Y_i=0$ 'a karşı $Y_i=1$ 'in ihtimalinin oranıdır. Eşitliğin sol tarafındaki tüm ifade ise, odds oranının logaritmasını ya da $Y_i=1$ için olayın logitini ifade eder⁸³.

Eğer $Y_i=1$ olasılığında, X_i 'deki bir değişikliğin etkisi ile ilgileniliyorsa şu bulunur:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial X_i} &= \frac{\partial P_i}{\partial \log P_i(1 - P_i)} \times \frac{\partial \log P_i(1 - P_i)}{\partial X_i} \\ &= \beta P_i(1 - P_i) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Logit model de, ML yöntemi ile tahmin edilebilir ve olabilirlik fonksiyonu;

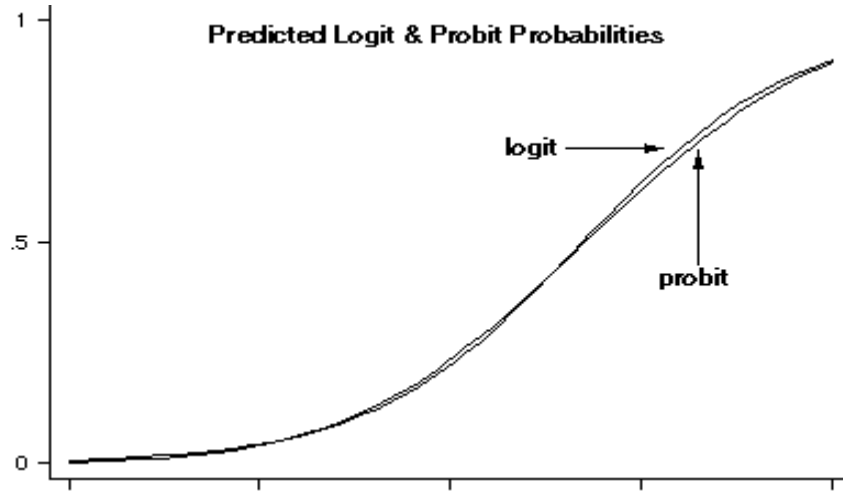
⁸³ Leonard Lardaro, **Applied Econometrics**, New York, Harper Collins College Publishers, 1993, s. 408

$$L = \prod_i \frac{e^{\beta'X_i}}{(1 + e^{\beta'X_i})} \prod_j \frac{1}{(1 + e^{\beta'X_i})} \quad (2.12)$$

şeklinde ifade edilebilir⁸⁴.

2.1.1.4. Logit ve Probit Modellerinin Karşılaştırılması

Lojistik ve kümülatif normal eğriler birlikte aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Şekil 2.2. Logit Ve Probit Modellerinde Olasılıklar^{*}

Görüldüğü gibi, lojistik dağılım kuyrukları dışında normal dağılıma benzer, kuyruklar ise 7 serbestlik dereceli t dağılımını andırır. Lojistik ve kümülatif normal dağılım fonksiyonların şekillerine bakıldığında, iki dağılımın ortadaki değerler için birbirine çok yakın olduğu görülür, fakat lojistik fonksiyon kümülatif normal fonksiyona göre kuyruklarda daha az yoğunlaşmıştır. Bu nedenle lojistik fonksiyon, verinin kuyruklarda daha yoğun olduğu durumlara uygun bir dağılım fonksiyonu değildir.

⁸⁴ Kennedy, **a.g.e.**, s. 243

^{*} Applied Categorical & Nonnormal Data Analysis, Probit Regression Models, **a.g.e.**, 23.06.2003

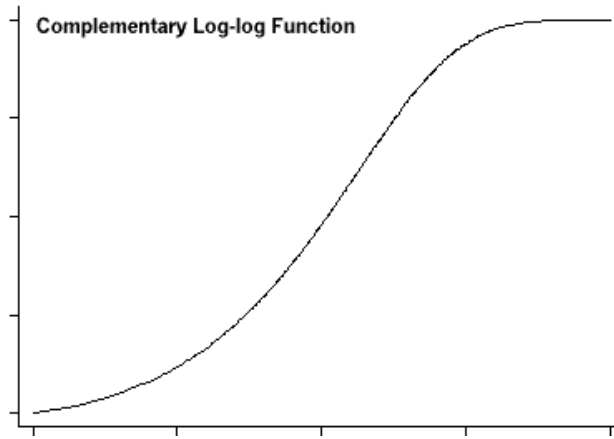
Bağımlı değişkenin ikili tercih değişkeni olduğu durumlarda, logit ve probit model birbirine benzerdir. Ancak bağımlı değişkenin çoklu tercih değişkeni olduğu durumlarda, iki model arasında büyük farklılıklar vardır.

2.1.1.5. Tamamlayıcı Log-Log Model

İkili tercih modellerinden probit ve logit modellerine alternatif bir model, tamamlayıcı log-log modeldir. Bu model şu şekilde ifade edilebilir:

$$\log(-\log(1 - P_i)) = \beta'X_i \quad (2.13)$$

görüldüğü gibi tamamlayıcı log-log model logit modele çok benzer. Bu model genelde, olayın gerçekleşme olasılığının çok küçük ya da çok büyük olduğu zamanlarda kullanılır. Tamamlayıcı log-log model, logit ve probit modellerden farklı olarak, asimetriktir ve aşağıdaki gibi gösterilmektedir.



Şekil 2.3. Tamamlayıcı Log-Log Fonksiyon *

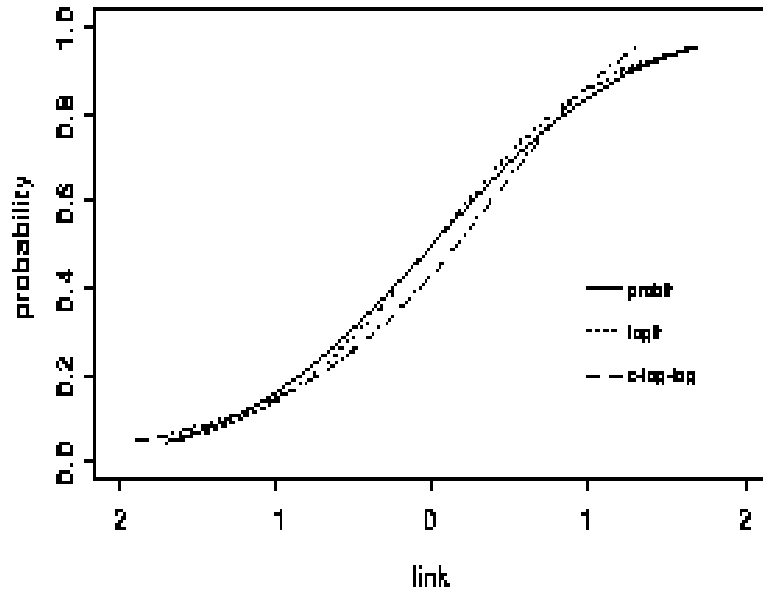
* Applied Categorical & Nonnormal Data Analysis, Complementary Log-Log Models, UCLA Department Of Education (Çevrimiçi), <http://www.gseis.ucla.edu/courses/ed231c/notes2/clog.html>, 23.06.2005

Tamamlayıcı log-log model ML yöntemi ile tahmin edilebilir. Olabilirlik fonksiyonu şu şekildedir;

$$\ln L = \sum w_i \ln \Phi(\beta'X_i) + \sum w_i \ln(1 - \Phi(\beta'X_i)) \quad (2.14)$$

burada, w_i isteğe bağlı tartıları gösterir⁸⁵. Bu modelin tahmini, logit ve probit modellerinkine benzer şekilde yapılır.

Tamamlayıcı log-log modelini, logit ve probit modelleri ile karşılaştırmak için grafikleri beraberce aşağıda gösterilmektedir.



Şekil 2.4. Logit, Probit Ve Tamamlayıcı Log-Log Modelleri İçin Olasılıklar*

Şekile bakıldığında, orta kısımlarda tamamlayıcı log-log modelinin diğer iki modelden farklı olduğu görülmektedir, fakat bu fark örnek sayısının çok fazla olduğu durumlarda yok olacaktır.

⁸⁵ Applied Categorical & Nonnormal Data Analysis, a.e., 23.06.2005

* Applied Categorical & Nonnormal Data Analysis, a.e., 23.06.2005

2.1.1.6. İkili Tercih Modellerinin Tahmini

Bu bölümde, ikili tercih modellerinden logit, probit ve tamamlayıcı log-log modellerin tahmin yöntemleri ele alınacaktır. Tamamlayıcı log-log modelin logit modele çok benzemesi nedeniyle, bu bölümde daha çok logit ve probit modellerin tahmin yöntemleri ele alınacaktır. İkili tercih modellerinin tahmin edilmesinde EKK yöntemi kullanılırsa, tutarlı fakat etkin olmayan tahminciler elde edilir. Bu nedenle bu modeller ML, tartılı EKK yöntemleri ile tahmin edilebilir. Tahminlere geçmeden önce bazı genelleştirmelerin yapılması faydalı olacaktır.

Hem probit hem de logit modeli temsil eden genel eşitlik şu şekilde yazılabilir;

$$\begin{aligned}\frac{\partial E[Y_i]}{\partial X_i} &= \left\{ \frac{dF(\beta'X_i)}{d(\beta'X_i)} \right\} \beta \\ &= f(\beta'X_i)\beta\end{aligned}\tag{2.15}$$

burada $f(\cdot)$, kümülatif dağılım için yoğunluk fonksiyonudur. Normal dağılım için bu,

$$\frac{\partial E[Y_i]}{\partial X_i} = \phi(\beta'X_i)\beta$$

şeklindedir. Burada, $\phi(\cdot)$ standart normal yoğunluktur. Lojistik dağılım için ise,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Lambda(\beta'X_i)}{\partial (\beta'X_i)} &= \frac{e^{\beta'X_i}}{(1 + e^{\beta'X_i})^2} \\ &= \Lambda(\beta'X_i)(1 - \Lambda(\beta'X_i))\end{aligned}$$

şeklindedir. Burada,

$$\Lambda(\beta'X_i) = \frac{\exp(\beta'X_i)}{1 + \exp(\beta'X_i)}$$

dir. Böylece logit model için (2.15) şu şekilde olur;

$$\frac{\partial E[Y_i]}{\partial X_i} = \Lambda(\beta'X_i)(1 - \Lambda(\beta'X_i))\beta$$

Bu eşitliğin, X 'in değerine bağlı olarak değer alacağı açıkça görülmektedir⁸⁶. Şimdi ikili tercih modellerinin tahmin yöntemlerine geçilebilir.

2.1.1.6.1. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi

İkili tercih modellerinin tahmini, genelde ML metodu ile yapılır. n gözlemlili bir örnek için olabilirlik fonksiyonu;

$$L = \prod_{Y_i=0} [1 - F(\beta'X_i)] \prod_{Y_i=1} F(\beta'X_i)$$

ya da,

$$L = \prod_i [F(\beta'X_i)]^{Y_i} [1 - F(\beta'X_i)]^{1-Y_i} \quad (2.16)$$

⁸⁶ Greene, **Econometric Analysis**, s. 639

şeklinde gösterilebilir, bu fonksiyonun logaritması alınırsa log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\ln L = \sum_i [Y_i \ln F(\beta'X_i) + (1 - Y_i) \ln(1 - F(\beta'X_i))] \quad (2.17)$$

Maksimizasyon için 1.mertebe koşulu,

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \sum_i \left[\frac{Y_i f_i}{F_i} + (1 - Y_i) \frac{-f_i}{(1 - F_i)} \right] X_i = 0 \quad (2.18)$$

şeklindedir. Burada,

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} z^2\right)$$

Doğrusal olasılık modeli kullanılmadıkça, (2.18)'deki eşitlik doğrusal olmayacağından iteratif bir çözüm gerektirecektir⁸⁷.

Logit model için, (2.18)'de (2.7) ve (2.11) yerleştirilip sadeleştirme yapıldıktan sonra gerekli 1. mertebe koşullar şu hale gelir;

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \sum_i (Y_i - \Lambda_i) X_i = 0 \quad (2.19)$$

Eğer $(Y_i - \Lambda_i)$ terimine bir kalıntı gibi bakılırsa, bunun EKK'deki kalıntı ile bazı benzer özellikler taşıdığı söylenebilir.

⁸⁷ Greene, a.e., s. 643-644

Logit model için (2.17)'in 2.türevi (2. mertebe koşul, Hessian) ise şöyledir:

$$H = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \beta'} = - \sum_i \Lambda_i (1 - \Lambda_i) X_i X_i' \quad (2.20)$$

Görüldüğü gibi, 2.türev bağımlı değişkeni (Y_i) içermez ve Hessian (2. türev) daima negatif çıkar, bu yüzden log-olabilirlik global konkavdır. Logit modelinin parametrelerin tahmin edilebilmeleri için en doğru seçim Newton'un metodudur. Bu metod birkaç iterasyonda, log olabilirliğin maksimumuna yaklaşacaktır⁸⁸.

Probit model için hesap daha kolaydır. Aşağıdaki gibi bir basitleştirmenin yardımıyla;

$$\begin{aligned} \text{eğer } Y_i = 0 \text{ ise,} \quad \lambda_i = \lambda_{0i} &= \frac{-\phi_i}{1 - \Phi_i} \\ \text{eğer } Y_i = 1 \text{ ise,} \quad \lambda_i = \lambda_{1i} &= \frac{\phi_i}{\Phi_i} \end{aligned} \quad (2.21)$$

1.türev şu şekilde elde edilebilir;

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \sum_i \lambda_i X_i \quad (2.22)$$

2.türevin elde edilmesinde,

$$\frac{df(z)}{dz} = -z\phi(z)$$

⁸⁸ Greene, a.e., s. 644

ifadesinin yardımı olacaktır. 2. türev (Hessian),

$$H = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \beta'} = - \sum_i \lambda_i (\lambda_i + \beta' X_i) X_i X_i' \quad (2.23)$$

şeklinde elde edilir. Hessian, β 'nin her değeri için negatiftir. $Y_i=1$ olduğu zaman, skaler kısım $1 - \text{Var}[e|e < \beta' X_i]$ ve $Y_i=0$ olduğu zaman, skaler kısım $1 - \text{Var}[e|e > -\beta' X_i]$ 'dir. Her iki durumda da, varyans 0 ve 1 arasındadır. ML tahmincisi için asimptotik kovaryans matrisi, Hessian'ın tersi kullanılarak tahmin edilebilir.

Daha önce görüldüğü gibi logit modelde Hessian, Y_i 'yi içermez, bu nedenle $H=E[H]$ 'dir. Fakat bu, probit model için doğru değildir; çünkü probit model λ_i 'yi içerir ve λ_i ise, Y_i 'nin bir fonksiyonudur⁸⁹.

Tahmin edilen olasılıklar, $(F(\hat{\beta}'X) = \hat{F})$ ve tahmin edilen marjinal etkiler, $(f(\hat{\beta}'X) \times \hat{\beta} = \hat{f}\hat{\beta})$ 'dir ve bunlar parametre tahminlerinin doğrusal olmayan fonksiyonlarıdır. Tahmin edilen olasılıklar için;

$$Asy.Var[\hat{F}] = \left(\frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{\beta}} \right)' V \left(\frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{\beta}} \right) \quad (2.24)$$

eşitliği yazılabilir. Burada,

$$V = Asy.Var[\hat{\beta}]$$

⁸⁹ Greene, a.e., s. 645

dir. $z = X'\hat{\beta}$ ise, $\hat{\beta}$ 'nin tahmin edilen asimptotik varyans matrisi aşağıdaki gibi hesaplanır. Türev vektörü,

$$\frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{\beta}} = \left(\frac{d\hat{F}}{ds} \right) \left(\frac{\partial z}{\partial \hat{\beta}} \right) = \hat{f}X_i$$

ve $Asy.Var[\hat{F}]$,

$$Asy.Var[\hat{F}] = \hat{f}^2 X_i' V X_i$$

şeklindedir. Bu hesaplamalarda, özellikle X vektörü önemli rol oynar. $\hat{\gamma} = \hat{f}\hat{\beta}$ ise, $Asy.Var[\hat{\gamma}]$ şu şekildedir:

$$Asy.Var[\hat{\gamma}] = \left[\frac{\partial \hat{\gamma}}{\partial \hat{\beta}'} \right] V \left[\frac{\partial \hat{\gamma}}{\partial \hat{\beta}'} \right]'$$

Türevlerin matrisi ise aşağıdaki gibidir;

$$\hat{f} \left(\frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \hat{\beta}'} \right) + \hat{\beta} \left(\frac{d\hat{f}}{dz} \right) \left(\frac{\partial z}{\partial \hat{\beta}'} \right) = \hat{f}I + \left(\frac{d\hat{f}}{dz} \right) \hat{\beta}X_i'$$

Probit model için, $df/dz = -z\phi$ olması nedeniyle:

$$Asy.Var[\hat{\gamma}] = \phi^2 [I - (\beta'X_i)\beta X_i'] V [I - (\beta'X_i)\beta X_i']' \quad (2.25)$$

Logit model için, ise $\hat{f} = \hat{\Lambda}(1 - \hat{\Lambda})$ olması nedeniyle:

$$\frac{d\hat{f}}{dz} = (1 - 2\hat{\Lambda}) \left(\frac{d\hat{\Lambda}}{dz} \right) = (1 - 2\hat{\Lambda})\hat{\Lambda}(1 - \hat{\Lambda})$$

ve terimlerin yerine yerleştirilmesi ile $Asy.Var[\hat{\gamma}]$ şu hale gelir:

$$Asy.Var[\hat{\gamma}] = \left(\hat{\Lambda}(1 - \hat{\Lambda}) \right)^2 \left[I + (1 - 2\hat{\Lambda})\hat{\beta}X_i' \right] V \left[I + (1 - 2\hat{\Lambda})\hat{\beta}X_i' \right] \quad (2.26)$$

Önceki gibi bu değerin elde edilmesinde, X_i vektörü önemli rol oynayacaktır⁹⁰.

Sonuç olarak logit ve probit modellerde asimptotik kovaryans matrisin, Hessian'ın negatif tersinin yardımıyla hesaplandığı söylenebilir. Katsayıların hipotez testleri için, bilgi matrisindeki standart hatalar kullanılır. Tahmincinin normal dağılımından hareketle, kritik noktalar için t tablosundansa, standart normal tablonun kullanımı daha uygun olacaktır.

2.1.1.6.2. Tartılı En Küçük Kareler Yöntemi

İkili tercih modellerinin tahmini için tartılı EKK metodu kullanılabilir, bu metod ML tahmincisi ile aynı özellikleri taşır. Probit model için tartılar şu şekilde gösterilebilir;

$$w_i = \left[\frac{n_i \phi_i^2}{\Phi_i (1 - \Phi_i)} \right]^{1/2}$$

⁹⁰ Greene, a.e., s. 645-646

ve logit model için ise tartılar,

$$w_i = [n_i \Lambda_i (1 - \Lambda_i)]^{1/2}$$

gibidir. Bu tartılar L_i ile çarpılarak;

$$w_i L_i = \beta' w_i X_i + w_i u_i$$

elde edilir. Burada $w_i L_i = L_i^*$, $w_i X_i = X_i^*$ ve $w_i u_i = u_i^*$ kısaltmaları yapılırsa,

$$L_i^* = \beta' X_i^* + u_i^*$$

modeli elde edilir ve bu model artık EKK yöntemi ile tahmin edilebilir. Sonra antilog alınarak olasılıkların tahmini ($\hat{\Lambda}_i$) elde edilebilir⁹¹.

İkili tercih modellerinin tahmininde tartılı EKK yöntemi kullanıldığı zaman iki problemle karşılaşılır. Bunlar;

- Genelde örnek sayısı fazla ise, tahmincinin varyansı fazlasıyla düşük olabilir. Oysaki tartılı EKK ile kurulan regresyonlarda bu genel yargının tersine bir durum vardır, düşük standart hatalar ve yüksek t oranlarına rastlamak imkansızdır. Aynı sonuca, ML tahminlerinde de rastlanır.

- Logit ve probit modellerde, ML ve esnek GEKK tahmincileri sapmalı olur. Bu duruma şöyle bir öneri getirilebilir; gözlemler 0 veya 1 olduğu zaman, gözlemlerin hepsine küçük bir sabit (örneğin 0,001) eklenebilir ya da çıkarılabilir⁹².

⁹¹ Güriş & Çağlayan, **a.g.e.**, s. 690

⁹² Greene, **Econometric Analysis**, s. 653-655

2.1.2. Çoklu Tercih Modelleri

Bu tür modellere literatürde sıkça rastlanır. İkili tercih modellerinde sadece iki kategori varken, bu modellerde ikiden fazla kategori vardır. Çoklu tercih modelleri için daha öncede bahsedildiği gibi, işe ulaşım ilgili örnek ve eğitim seviyesi ile ilgili örnek verilebilir. Bunlardan 1. örnek sıralı olmayan çoklu tercih modellerine; 2. örnek ise sıralı çoklu tercih modellerine örnek olarak verilebilir. Sıralı olmayan çoklu tercih modelleri çoklu logit ve çoklu probit modeller ile; sıralı çoklu tercih modelleri ise sıralı logit ve sıralı probit modelleri ile tahmin edilebilirler.

Çoklu logit model Newton'un metodu ile ya da ML metodu ile tahmin edilebilir. Çoklu logit modelinin zayıflığı, iki alternatif arasındaki seçimin kalan alternatiflerden bağımsız olarak yapıldığının varsayılmasıdır. Bu, "ilgisiz alternatiflerden bağımsızlık" olarak bilinir. İşe ulaşım örneği ele alınırsa; araba, kırmızı otobüs ve üçüncü alternatifle ulaşım söz konusu olsun. Çoklu logit modelde araba ya da kırmızı otobüs arasında seçim, üçüncü alternatifin (bisiklet, tren ya da mavi otobüs) ne olduğu önemsenmeden yapılır⁹³. İlgisiz alternatiflerden bağımsızlık varsayımının doğurduğu sakıncalı problem, çoklu probit modeli çoklu logit modele göre daha avantajlı hale getirir. Çoklu probit modelde olasılıklar, çoklu normal dağılımdan türetilir. Çoklu probit modelindeki tercihler, alternatif kategorilerle ilişkilidir. Bu modelin tahmini, çok zor ve külfetlidir.

Sıralı çoklu tercih modelleri, çoklu logit ve çoklu probit modelleri kullanılarak tahmin edilirse etkin olmazlar, çünkü sıralı olmayan çoklu logit ya da probit modeller, bağımlı değişken sıralı (0,1,2,.....serisi) ise başarısız olurlar⁹⁴. Sıralı çoklu tercih modelleri daha çok sosyal bilimlerde; ekonomi ve finans alanlarında kullanılmaktadır. Sıralı logit modellerde "kategoriler birbirine paraleldir" varsayımı kullanılmaktadır. Bağımlı değişkenin kodlarından (1, 2, 3) en büyük olan değer (3) referans alınarak, bu referansa göre logit modeller

⁹³ Kmenta, **a.g.e.**, s. 558

⁹⁴ Kennedy, **a.g.e.**, s. 236

türetilir. Bu modelde de odds oranının, tüm kategoriler için sabit olduğu varsayılır⁹⁵. Sıralı probit modelde, katsayıların yorumlanmasına çok dikkat edilmelidir. Çünkü ekstra hesaba gerek duyulmaksızın, bu modelde hangi katsayıların yorumlanması gerektiği açık değildir.

Çoklu tercih modelleri araştırma konumuza girmediği için burada ayrıntılı olarak incelenmeyecektir

2.1.3. Sayı Modelleri

Değişkenlere ait veriler arasında sadece pozitif değerler yer aldığı zaman, bu tür modeller söz konusu olur. Bu modeller, çoklu doğrusal regresyon kullanılarak analiz edilebilir. Fakat sıfıra yakın olan değerlerin varlığı ve bağımlı değişkenin ikili ya da çoklu tercih değişkeni olması nedeniyle, EKK yöntemiyle yapılan tahminlerin düzeltilmesi gereklidir⁹⁶. Sayı modelleri için literatürden şu örnekler verilebilir:

- Bir dönemde yapılan trafik kazaları sayısı,
- Bir hamurdaki kuru üzümün sayısı,
- Bir ormandaki hastalıklı ağaçların sayısı.

Görüldüğü gibi, bu örneklerde veriler negatif değerler alamazlar⁹⁷.

Böyle verilerle çalışıldığında, Poisson ya da negatif binomial modelleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Poisson model basit bir doğrusal olmayan modeldir ve parametrelerin tahmin edilmesi için en basit yol ML tekniğidir. Newton'un metodu da, bu modelin tahmini için uygun ve basit bir algoritmadır. Poisson model, " Y_i 'nin varyansının ortalamasına eşit olduğu" varsayımı nedeniyle eleştirilmektedir.

⁹⁵ Analysis Of Categorical Dependent Variable With SAS And SPSS, Models For Multiple Outcomes, Indiana University, Stat/Math Center, www.indiana.edu/~statmath/stat/all/cat/giant.html, 24.06.2003

⁹⁶ Greene, *Econometric Analysis*, s. 676

⁹⁷ Ulrich Halekon, University Of Southern Denmark, Master Of Applied Statistics, Lecture Notes: Generalized Linear Models, Module 7: Count Data And Poisson Regression, (çevrimiçi) <http://genetics.agrsci.dk/biometry/courses/statmaster/course/module07/>, 23.06.2005

Sayı modelleri de araştırma konumuza girmediği için detaylı olarak incelenmemiştir.

2.1.4. Tercih Modellerine İlişkin Testler

İkili tercih modellerinde kısıtlamaların geçerliliğinin sınanması için bir takım testler yapmaya ihtiyaç vardır. Bu modellerde F testi, modelin geçerliliğini sınamak için iyi birer ölçü değildir. Bu nedenle bu ölçüte alternatif olarak LR, Wald ve LM testleri ele alınacaktır.

2.1.4.1. Olabilirlik Oranı (LR) Testi

Probit ve logit modelde eğim katsayılarının hepsinin sıfıra eşit olduğu hipotezini test etmek için kullanılan olabilirlik oranı (LR) testi, regresyondaki eğim katsayılarının tümünün sıfır olduğu hipotezini test eden F testine benzeyen genel bir testtir. Şu şekilde genel model ele alınırsa;

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i$$

Bu test için, sabit terim kalıntıları kısıtsızdır. Hipotez;

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

şeklinde kurulur. Kısıtsız model,

$$\ln \left[\frac{P(D_i = 1)}{1 - P(D_i = 1)} \right] = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i \quad (2.27)$$

Kısıtlı model ise,

$$\ln \left[\frac{P(D_i = 1)}{1 - P(D_i = 1)} \right] = \beta_0 + u_i$$

gibidir. Test, kısıtsız modelin kısıtlı modele göre performansını ölçer. Hem kısıtlı, hem de kısıtsız modele ait olabilirlik fonksiyonu elde edilir. Olabilirlik oranı istatistiği:

$$LR = -2 \left[\ln \hat{L}_R - \ln \hat{L} \right] \quad (2.28)$$

burada, $\hat{L}_R$ ve $\hat{L}$ sırasıyla kısıtlı ve kısıtsız modeller için log-olabilirlik fonksiyonlardır. LR test istatistiği, k serbestlik dereceli χ^2 tablosu kullanılarak test edilir.

Sadece birkaç katsayının ($\beta_1, \beta_2, \beta_3$) anlamlılığı inceleniyorsa hipotez;

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

şeklinde kurulabilir. Kısıtlı model ise aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$\ln \left[\frac{P(D_i = 1)}{1 - P(D_i = 1)} \right] = \beta_0 + \beta_4 X_{4i} + \beta_5 X_{5i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i \quad (2.29)$$

ve test aynı şekilde yapılır.

2.1.4.2. Wald Testi

Bu test de LR testi gibi, kısıtlamaların geçerli olup olmadığına karar vermek için kullanılır. Fakat LR testinin aksine, kısıtsız tahminlerden hareket edilir. Hipotez H: $R\beta = q$ şeklindedir. Test istatistiği ise şu şekilde kurulur;

$$W = \hat{\beta}'_L V_L^{-1} \hat{\beta}_L \quad (2.30)$$

burada V , $\hat{\beta}$ 'nin asimptotik kovaryans matrisinin tahminini göstermektedir. Test istatistiği daha açık bir ifade ile aşağıdaki gibi de gösterilebilir:

$$W = (R\hat{\beta} - q)' \{R(Est.Asy.Var[\hat{\beta}]R')\}^{-1} (R\hat{\beta} - q)$$

W istatistiği, kısıtlama sayısına eşit serbestlik derece ile χ^2 dağılır. H_0 hipotezi doğru ise, kısıtlamalar geçerlidir.

2.1.4.3. Lagrange Çarpanı (LM) Testi

Bu test de kısıtlamaların geçerliliğinin sınanması için kullanılır. Lagrange çarpanı test istatistiği;

$$LM = g'_i V_i g_i$$

dir. Burada g_i , kısıtlanmış parametre vektörüne değer veren kısıtsız modelin 1.türevidir, V_i ise ML tahmincisinin asimptotik kovaryans matrisinin 3 tahmincisinden birisidir. LM test istatistiği daha açık bir ifade ile;

$$LM = \left(\sum_i g_i X_i \right)' \left\{ \sum_i E[H_i] X_i X_i' \right\}^{-1} \left(\sum_i g_i X_i \right) \quad (2.31)$$

biçiminde yazılabilir. Burada (H_i) 2. türevdir ve,

$$H_i = d^2 \ln F_i / d(\beta' X_i)^2$$

şeklinde gösterilebilir. Logit model için hipotez, F testi gibi eğim katsayılarının hepsinin sıfır olduğu şeklinde olduğu zaman;

$$LM = nR^2$$

yazılabilir. Burada R^2 , X_i ile $(Y_i - P)$ arasında kurulan regresyondaki belirginlik katsayısıdır. LM test istatistiği, test edilen parametre sayısına eşit serbestlik derecesi ile, χ^2 dağılımına uyar⁹⁸.

2.1.5. Tercih Modellerinde Modelin Açıklama Gücünün Belirlenmesi

Doğrusal modellerde uygunluk ölçüsü olarak kullanılan belirginlik katsayısı, tercih modellerinde olduğundan düşük çıkacağından uygun bir ölçüt değildir. Çünkü doğrusal modellerde, bağımlı değişkenin ortalama ve varyansı farklı parametreler iken; ikili tercih modellerinde ortalama P ve varyans (1-P)'dir, dolayısıyla ortalama ve varyans P parametresine bağlıdır⁹⁹. Bu nedenle, bu modellerde R^2 'yi ikame etmek için, pseudo R^2 kullanılabilir. Pseudo- R^2 , modelin açıklama gücünü belirlenmeye çalışılırken kullanılan temel kriterlerdir ve standart R^2 gibi modelin sabit terimi haricinde kalan tüm değişkenlerin sıfır olduğu

⁹⁸ Greene, *Econometric Analysis*, s. 647-648

⁹⁹ Gürış & Çağlayan, *a.g.e.*, s. 692

hipotezi ile ilişkilidir¹⁰⁰. Bu modellerin doğruluk düzeyini test etmek için kullanılan pseudo-R² için çeşitli öneriler vardır.

- Mc-Fadden'in önerdiği pseudo-R²;

$$Pseudo - R^2 = 1 - \left(\frac{\log L_u}{\log L_c} \right) \quad (2.32)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada L_u: genel modelin olabilirliğini, L_c: sadece sabit terimi içeren modelin olabilirliğidir.

- Cox –Snell tarafından önerilen pseudo-R²;

$$Pseudo - R^2 = 1 - \left(\frac{L_u}{L_c} \right)^{2/n} = 1 - \exp(-LR / n)$$

olarak gösterilebilir¹⁰¹.

- Estella tarafından önerilen pseudo-R² ise şu şekilde formüle edilmektedir;

$$Pseudo - R^2 = \left(1 - \frac{\log L_u}{\log L_c} \right)^{-(2/n) \log L_c} \quad (2.33)$$

- Cragg ve Uhler tarafından önerilen pseudo-R² ;

¹⁰⁰ Kayhan Akyıldız, “Getiri Farkı Ekonomik Aktivitenin Tahmininde Öncü Gösterge İşlevi Görebilir mi? Türkiye Örneği”, Ekonomik Araştırmalar Genel Müdürlüğü, **Hazine Dergisi**, Sayı-16, 2003, s. 16-17

¹⁰¹ Pseudo R²(Engl: Pseudo R² Oder Pseudo-R-Square), <http://www.lrz-msenchen.de/~wlm/ilm-p17.htm>, 09.08.2005

$$Pseudo - R^2 = \left(\frac{L_u^{2/n} - L_c^{2/n}}{(1 - L_c^{2/n})L_u^{2/n}} \right)$$

şeklinde. Bu pseudo-R²'lerin hepsi birbirine yakın sonuçlar vermekle birlikte, hesaplanması daha kolay olduğu için Mc-Fadden'in (2.32) ve Estella'nın (2.33) önerdiği pseudo-R²'ler daha çok kullanılmaktadır. Mc-Fadden'in pseudo-R²'si bazen Mc-Fadden R² ismini de alabilir. Pseudo-R² de, R² gibi 0-1 arasında sınırlanmıştır¹⁰².

2.2. KESİKLİ MODELLER

Bu bölümde, bir ana kütleden çekilen örnekten elde edilen bir örnek ile ilgilenilecektir. Kesikli modeller, belli bir oranda sınırlanmış gözlemleri olan bağımlı ve bağımsız değişkenler içeren modellerdir ve bu nedenle bu tür modellere budanmış modeller de denilir. Hem bağımlı hem de bağımsız değişkenlere ait sınırlı ya da kayıp gözlemler vardır. Örneğin başlangıç noktası çalışmaya başlamadan önce ise, T zamanının oluşumunun farkında olunmaz, bu durumda kayıt kesiklidir (budanmıştır) denilir¹⁰³. Konuyu daha iyi anlayabilmek için önce kesikli dağılımdan bahsetmekte yarar görülmektedir.

2.2.1. Kesikli Dağılım

Kesikli dağılım, bazı spesifik değerler için kesiksiz dağılımın özel bir halidir. Örneğin geliri 100.000\$ olan Amerikalılar ele alındığında, bu örneğin dağılımı, tüm dağılımın yalnızca bir bölümüdür.

Eğer X sürekli bir tesadüfi değişkense, pdf f(X) vardır ve a bir sabit olacaktır:

¹⁰² Lardaro, a.g.e., s. 417-418

¹⁰³ İsa Altun & Hülya Atıl, "Sansürlenmiş Gözlemler", Süleyman Demirel Üniversitesi, 4. Ulusal Zootekni Bilim Kongresi, 01-02.09.2004, (çevrimiçi), http://4uzbk.sdu.edu.tr/4UZBK/BGB/4UZBK_092.pdf, 23.06.2005

$$f(X | X > a) = \frac{f(X)}{\text{Prob}(X > a)} \quad (2.34)$$

Örnek olarak uniform bir dağılım ele alınırsa;

$$f(X) = 1, \quad 0 \leq X \leq 1$$

$X = \frac{1}{3}$ 'e kesiklilik için,

$$\begin{aligned} f\left(X | X > \frac{1}{3}\right) &= \frac{f(X)}{\text{Prob}\left(X > \frac{1}{3}\right)} \\ &= \left(\frac{1}{\frac{2}{3}}\right) \\ &= \frac{3}{2} \quad \frac{1}{3} < X \leq 1 \end{aligned}$$

olacaktır. Bir çok araştırmada, kesikli normal dağılım kullanılmaktadır. X , μ ortalama ve σ standart sapma ile normal dağılıma sahipse olasılık;

$$\begin{aligned} \text{Prob}(X > a) &= 1 - \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right) \\ &= 1 - \Phi(\alpha) \end{aligned}$$

gibi gösterilebilir. Burada,

$$\alpha = \frac{a - \mu}{\sigma}$$

dir ve $\Phi(\cdot)$ ise, standart normal dağılım cdf' dir¹⁰⁴. Kesikli normal dağılım,

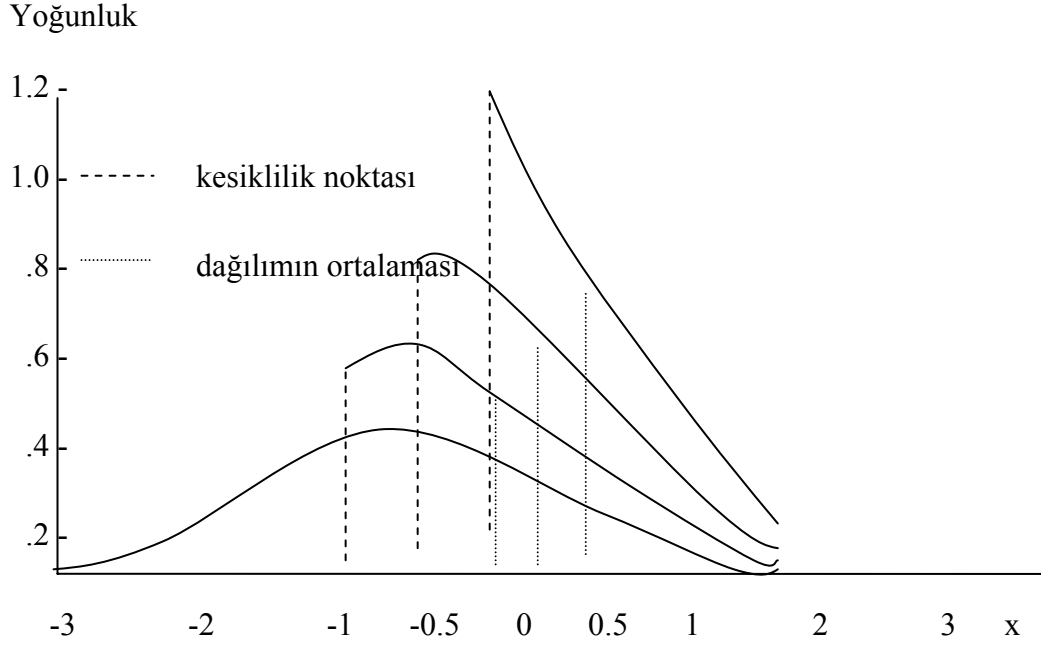
$$\begin{aligned} f(X | X > a) &= \frac{f(X)}{1 - \Phi(\alpha)} \\ &= \frac{(2\pi\sigma^2)^{-1/2} e^{-(X-\mu)^2/(2\sigma^2)}}{1 - \Phi(\alpha)} \\ &= \frac{(1/\sigma)\phi((X - \mu)/\sigma)}{1 - \Phi(\alpha)} \end{aligned}$$

şeklindedir. Burada $\phi(\cdot)$, standart normal pdf' dir. $\mu=0$ ve $\sigma=1$ ile kesikli standart normal dağılım, şekil (2.5)'de $a=-0,5$; 0 ve 0,5 için verilmiştir. Kesikli dağılan bir tesadüfi değişkene “*kesikli tesadüfi değişken*” ismi verilir¹⁰⁵.

Kesikli normal dağılımlar aşağıdaki grafikte görülmektedir.

¹⁰⁴ Greene, **Econometric Analysis**, s. 683-684

¹⁰⁵ Greene, **a.e.**, s. 684



Şekil 2.5. Kesikli Normal Dağılımlar*

2.2.2. Kesikli Regresyon Modeli

$[u_i^* \sim N(0, \sigma^2)]$ varsayımlarını sağlayan $[u_i^* \sim N(0, \sigma^2)]$ bir regresyon modeli şu şekilde gösterilirse,

$$Y_i^* = \beta'X_i^* + u_i^*$$

burada örneğin, bağımlı değişken Y_i^* , ailelerin dayanıklı mallar için yaptığı harcamalar; X_i ise gelir olsun. Çalışmanın yapıldığı yılda dayanıklı mallara harcama yapan aileler için bağımlı değişken, asıl harcamaya (Y_i) eşit kabul edilir ve gözlenemeyen Y_i^* yerine, gözlenen Y_i konulur Dayanıklı mal harcaması yapmayan aileler için ise, bağımlı ve bağımsız değişkenler gözlenmemiş kabul edilir. Kesikli modellerde bağımlı değişken şöyle tanımlanabilir;

* Greene, a.e., s. 684

$Y_i^* \leq a$ ise, gözlem yok

$$Y_i^* > a \text{ ise, } Y_i = Y_i^* \quad (2.35)$$

Böylece regresyon eşitliği şu hale gelir;

$$Y_i = \beta'X_i + u_i$$

bu durumda Y_i ve u_i 'nin dağılımı değişecektir; Y_i sıfıra, u_i ise $\beta'X_i$ 'ye kesikli hale gelecektir. Dolayısıyla, Y_i ve u_i 'nin dağılımlarının grafiğinde alt kuyruk kesilecek; olasılıklar kesim noktasına yığılacaktır. Y_i 'nin ortalaması Y_i^* 'dan ve u_i 'nin ortalaması u_i^* 'dan farklı olacaktır¹⁰⁶. Y_i 'nin dağılımı artık,

$$Y_i | X_i \sim N[\beta'X_i, \sigma^2]$$

Şeklinde gösterilebilir. Y_i 'nin kesiklilik noktası eşik değerinden (a 'dan) daha büyük olduğu zaman ise, Y_i 'nin dağılımı aşağıdaki gibidir;

$$E[Y_i | Y_i > a] = \beta'X_i + \sigma \frac{\phi((a - \beta'X_i)/\sigma)}{1 - \Phi((a - \beta'X_i)/\sigma)} \quad (2.36)$$

ya da;

$$E[Y_i | Y_i > a] = \beta'X + \sigma\lambda_i(\alpha_i) \quad (2.37)$$

¹⁰⁶ Kmenta, a.g.e., s. 561

burada, $\alpha_i = (a - \beta'X_i) / \sigma$ 'dır. Modeldeki marjinal etkiler şu şekilde elde edilebilir:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E[Y_i | Y_i > a]}{\partial \lambda} &= \beta + \sigma \left(\frac{d\lambda_i}{d\alpha_i} \right) \frac{\partial \alpha_i}{\partial \lambda} \\
 &= \beta + \sigma (\lambda_i^2 - \alpha_i \lambda_i) \left(-\frac{\beta}{\sigma} \right) \\
 &= \beta (1 - \lambda_i^2 + \alpha_i \lambda_i) \\
 &= \beta (1 - \delta(\alpha_i))
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Alt ana kütlede ($Y_i > a$) regresyon varyansı ise şu şekilde gösterilebilir:

$$\text{Var}[Y_i | Y_i > a] = \sigma^2 (1 - \delta(\alpha_i))$$

Marjinal etkinin, (2.38) eşitliğinde verildiği gibi $\beta(1 - \delta(\alpha_i))$ ya da sadece β katsayısı olup olmayacağı, çalışmanın amacına bağlıdır. Eğer analiz alt ana kütle ile ilgiliyse, (2.38) eşitliği geçerli olacaktır. Eğer, çalışma tüm ana kütle ile ilgili ise, ilgilenilen β katsayısı olacaktır¹⁰⁷.

2.2.3. Kesikli Regresyon Modelinin Tahmini

Bu bölümde, kesikli regresyon modellerin tahmini için kullanılan yöntemlerden En Küçük Kareler (EKK) ve Maksimum Olabilirlik (ML) yöntemleri ele alınacaktır.

¹⁰⁷ Greene, *Econometric Analysis*, s. 688

2.2.3.1. En Küçük Kareler (EKK) Yöntemi

Kesikli regresyon modelinin tahmini EKK yöntemi ile yapılabilir. (2.37) eşitliğinin yardımıyla;

$$\begin{aligned} Y_i | Y_i > a &= E[Y_i | Y_i > a] + u_i \\ &= \beta'X_i + \sigma\lambda_i\alpha_i + u_i \end{aligned} \quad (2.39)$$

yazılabilir. Burada u_i ; Y_i 'den, Y_i 'nin beklenen değerinin farkıdır ve sıfır ortalamaya sahip fakat heteroskedastiktir. Var (u_i) şöyle yazılabilir;

$$\text{Var}[u_i] = \sigma^2(1 - \lambda_i^2 + \lambda_i\alpha_i)$$

Var[u_i] görüldüğü gibi, X_i 'nin bir fonksiyonudur. Eğer (2.39)'daki regresyon modeli, EKK metodu ile tahmin edilmek istenirse, doğrusal olmayan terim (λ_i) dışlanmak zorunda kalacaktır. Tahminlerin tümü, dışlanan değişken yüzünden beklenenden daha yüksek sapmalı çıkacaktır. Fakat x 'in dağılımı hakkında bilgi olmadan, sapmanın ne kadar ciddi olduğuna karar vermek mümkün değildir¹⁰⁸.

2.2.3.2. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi

Kesikli regresyon modeli ML yöntemi ile de tahmin edilebilir. $f(Y_i)$ için aşağıdaki eşitlik vardır;

$$f(Y_i) = \frac{\frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{(Y_i - \beta'X_i)}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{(a - \beta'X_i)}{\sigma}\right)}$$

¹⁰⁸ Greene, a.e., s. 689

log-olabilirlik ise, şu şekilde ifade edilebilir;

$$\ln L = -\frac{n}{2}(\ln(2\pi) + \ln \sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_i (Y_i - \beta'X_i)^2 - \sum_i \ln \left[1 - \Phi \left(\frac{a - \beta'X_i}{\sigma} \right) \right] \quad (2.40)$$

Olabilirlik fonksiyonunun doğrusal olmaması sebebiyle, doğrusal olmayan modeller için önerilen yöntemlerin kullanılması uygun olacaktır. (2.40)'ın maksimizasyonu için gerekli 1. mertebe koşul şöyledir;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} &= \sum_i \left[\frac{Y_i - \beta'X_i}{\sigma^2} - \frac{\lambda_i}{\sigma} \right] X_i = 0 \\ &= \sum_i \left[-\frac{1}{2\sigma^2} + \frac{(Y_i - \beta'X_i)^2}{2\sigma^4} - \frac{\alpha_i \lambda_i}{2\sigma^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.41)$$

burada,

$$\alpha_i = \frac{a - \beta'X_i}{\sigma}$$

ve,

$$\lambda_i = \frac{\phi(\alpha_i)}{1 - \Phi(\alpha_i)}$$

eşitlikleri vardır. Bu model için Hessian da hesaplanabilir¹⁰⁹.

¹⁰⁹ Greene, **a.e.**, s. 689-690

Gözlem sayısının fazla olduğu zamanlarda, bu modelin EKK tahminleri ve maksimum olabilirlik (ML) tahminleri arasındaki orantısal ilişkiler tutarlıdır. Uygulamada, ML tahminleri ile karşılaştırılınca, EKK tahminlerinin sıfıra doğru sapmalı olduğu görülmektedir.

2.3. SANSÜRLÜ BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ (TOBİT) MODELLER

Bazen sadece bağımlı değişkene ait, bir takım veriler gözlenmemiş olabilir. Bu durumda sansürlü modeller söz konusu olur. Zaten mikro ekonomik verilerde genel bir problem, bağımlı değişkenin sansürlü olmasıdır. Bağımlı değişken sansürlü olduğu zaman, belli bir orandaki değerlerin hepsi tek bir değere dönüştürülecektir.

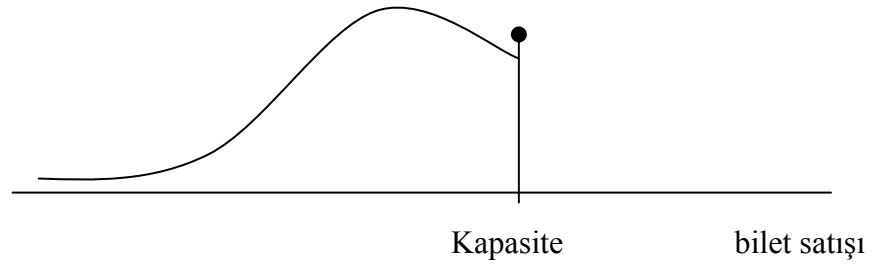
Sansürlü örnekte sadece bağımlı değişkenin değerinde kayıp bilgiler varken; kesikli örnekte sadece bağımlı değil, bağımsız değişkenlerin de değerlerinde gözlenemeyen yani kayıp gözlemler vardır ve bazen kayıp gözlemlerin sayısı bilinmeyebilir¹¹⁰.

Sansürlü modelde, orijinal tesadüfi değişkenden (Y_i^*), dönüştürülmüş yeni bir tesadüfi değişken (Y_i) şöyle tanımlanabilir (bu tanımlama yapılırken basitleştirmek amacıyla sansür noktası $a=0$ alınmıştır):

$$\begin{cases} Y_i^* \leq 0 & \text{ise } Y_i = 0 \\ Y_i^* > 0 & \text{ise } Y_i = Y_i^* \end{cases}$$

Örneğin bir eğlence merkezine girebilmek için bilet satışı ele alınsın. Eğlence merkezinin doluluk kapasitesi bellidir, kapasite dolduktan sonra bilet satılmaz. Bu noktadan itibaren veri sansürlüdür. Şekil (2.6), bu durumu açıkça göstermektedir.

¹¹⁰ Kmenta, a.g.e., s. 561



Şekil 2.6. Bilet Satışı Ve Kapasite Doluluğu Örneği*

Sansürlü regresyon modelinde, sansürlü normal dağılım kullanılmaktadır. Konunun daha iyi anlaşılabilmesi için sansürlü normal dağılımdan bahsetmekte yarar vardır.

2.3.1. Sansürlü Normal Dağılım

Sansürlü bir değişken için dağılım teorisi, kesikli olanla benzerdir. Kesikli dağılımda, dağılımın sadece $(Y=0)$ 'ın yukarıdaki bölümü için hesap yapılır. Veri sansürlü olduğu zaman ise, $(Y=0)$ 'ın altındaki bölüm için de dağılım varsayımı yapılır ve örnek verisi için kullanılan dağılım, kesikli dağılım ve sürekli dağılımın karışımı olur. $Y_i^* \sim N[\mu, \sigma^2]$ ise olasılıklar;

$$\text{Prob}(Y_i = 0) = \text{Prob}(Y_i^* \leq 0)$$

$$= \Phi\left(-\frac{\mu}{\sigma}\right)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)$$

ve eğer $Y_i^* > 0$ ise Y_i , Y_i^* 'in yoğunluğudur.

* Greene, **Econometric Analysis**, s. 692

Toplam olasılık istenildiği gibi 1'dir, fakat sansürlü nokta için sansürlü bölgedeki tüm olasılıklar tayin edilebiliyorsa, bu durumda 0'dır¹¹¹.

2.3.2. Sansürlü Regresyon (Tobit) Modeli

Sansürlü dağılım varsayımı üzerine kurulu regresyon modeline, “*sansürlü regresyon modeli*” ya da “*Tobit modeli*” ismi verilir. Mikro ekonomik verilerin bir kısmında bağımlı değişkenin belli bir orandaki gözlemleri, tek bir değişken üzerine çevrilir; bilet talebi örneğinde kapasiteyi aşan tüm talep, alanın kapasitesine çevrilir. Tobit modeli ilk kez James Tobin tarafından kullanılmıştır. Regresyon, klasik regresyon modelindeki gibi, ortalamalardan yararlanılarak elde edilir¹¹². Tobit modelin tanımlanmasında hareket noktası, sansürlü bağımlı değişkendir.

Tobit modeli için bağımlı değişken eşitlik (2.35)'de tanımlandığı gibidir. Tobit modeli EKK yöntemi ile tahmin edilirse, sapmalı ve tutarsız tahminler elde edilir.¹¹³

Sansürlü değer sıfırdan farklı ise, γ_i gibi bir değişken yardımıyla bağımlı değişken düzeltilebilir. γ_i 'nin sabit olmadığı fakat değerlerinin bilindiği varsayılırsa bağımlı değişkenin düzenlenmesi ile genel model şu şekilde yazılabilir,

$$Y_i^* + \gamma_i = \beta'X_i + u_i \quad (2.42)$$

ve analiz aynı şekilde yapılır. Fakat γ_i sabit değil ve bilinmiyorsa, modelin EKK yöntemi ile tutarlı bir tahmini sağlanamaz. Bu modellerin tahmini, ML ya da iki aşamalı EKK yöntemlerinden biriyle yapılabilir¹¹⁴.

¹¹¹ Greene, a.e., s. 691-692

¹¹² Greene, a.e., s. 694

¹¹³ Aysel Akbay Özdeş – Erkan Aktaş – Ali Koç, “Konsantre Meyva Suyu Talebinin Tobit Modeli İle Analizi”, **Tr. J. Of Agriculture And Forestry**, 23, Tübitak, 1999, s. 494

¹¹⁴ Kmenta, a.g.e., s. 562

Sansürlü ya da sansürsüz ana kütleden tesadüfi olarak çekilen bir gözlem için,

$$E[Y_i | X_i] = \Phi\left(\frac{\beta'X_i}{\sigma}\right)(\beta'X_i + \sigma\lambda_i) \quad (2.43)$$

dir. Burada,

$$\lambda_i = \frac{\phi(\beta'X_i / \sigma)}{\Phi(\beta'X_i / \sigma)} \quad (2.44)$$

eşitliği vardır.

- Amaç sansürsüz gözlemlere dikkat çekmekse, Tobit modelindeki tahmin değerlerinin hesaplanması için sansürlü ortalama $E(Y_i|X_i)$ fonksiyonundan hareket edilmelidir. Örneğin satılan bilet sayısının tahmini için, sansürlü ortalama kullanılması daha uygundur.
- Amaç kolay bir çözüm aramaksa, gözlenemeyen indeks değişkenin ortalaması $E(Y_i^* | X)$ daha ilgi çekici olacaktır.

Modeldeki marjinal etkilerde de farklılıklar vardır. İndeks değişken (Y_i^*) için marjinal etkiler,

$$\frac{\partial E[Y_i^* | X_i]}{\partial X_i} = \beta$$

şeklinde iken, Y için marjinal etkiler,

$$\frac{\partial E[Y_i | X_i]}{\partial X_i} = \beta \Phi\left(\frac{\beta' X_i}{\sigma}\right)$$

şeklidedir. Bunlardan hangisinin kullanılacağı, tahminin amacına bağlı olarak belirlenebilir¹¹⁵. Y için marjinal etkiler şu şekilde ayrıştırılabilir;

$$\frac{\partial E[Y_i | X_i]}{\partial X_i} = \beta X_i [\Phi_i (1 - \lambda_i (\alpha_i + \lambda_i)) + \phi_i (\alpha_i + \lambda_i)]$$

burada,

$$\Phi_i = \Phi(\beta' X_i / \sigma) = \Phi(\alpha_i)$$

ve,

$$\lambda_i = \phi_i / \Phi_i$$

dir. İki bölüm ayrı ayrı alınırsa,

$$\frac{\partial E[Y_i | X_i]}{\partial X_i} = \text{Pr ob}[Y_i^* > 0] \frac{\partial E[Y_i^* | X_i, Y_i^* > 0]}{\partial X_i} + E[Y_i^* | X_i, Y_i^* > 0] \frac{\partial \text{Pr ob}[Y_i^* > 0]}{\partial \lambda_i}$$

elde edilir. Bu eşitliğin, eğim vektörünün ayrıştırılmış haline eşit olduğu görülebilir¹¹⁶.

¹¹⁵ Greene, **Econometric Analysis**, s. 695

¹¹⁶ Greene, **a.e.**, s. 695

Böylece, X_i 'deki bir değişikliğin iki etkisi ortaya çıkar;

- Dağılımın pozitif bölümünde, Y_i^* 'ın şartlı ortalamasını etkiler,
- Dağılımın pozitif bölümüne düşecek olan gözlemlerin olasılığını etkiler.

Sansürlü regresyon (Tobit) modeli, maksimum olabilirlik (ML) yöntemi ile tahmin edilebilir. Tobit modelinin tahmini, kesikli regresyon modelinin tahminine benzer. Alışıldık terimler kullanılarak Tobit modeli, çok tanıdık bir hale gelir ve bir çok paket programı ile sıradan regresyon gibi rahatça çözülebilir.

Sansürlü regresyon için log-olabilirlik şu şekildedir;

$$\ln L = \sum_{Y_i} -\frac{1}{2} \left[\ln(2\pi) + \ln \frac{1}{\sigma^2} + \frac{(Y_i - \beta'X_i)^2}{\sigma^2} \right] + \sum_{Y_i=0} \ln \left[1 - \Phi \left(\frac{\beta'X_i}{\sigma} \right) \right] \quad (2.45)$$

Bu eşitliğin iki bölümü sırasıyla, sansürsüz gözlemler için ve sansürlü gözlemler için ilgili olasılıkları temsil eder. (2.45)'de verilen dağılım daha öncede belirtildiği gibi, kesikli dağılım ve sürekli dağılımın bir karışımıdır ve bu nedenle olabilirlik fonksiyonunun standart olmayan bir türüdür.

(2.45) eşitliği, $\gamma = \beta/\sigma$ ve $\theta = 1/\sigma$ kısaltmaları kullanılarak şu şekilde basitleştirilebilir¹¹⁷:

$$\ln L = \sum_{Y_i} -\frac{1}{2} \left[\ln(2\pi) + \ln \theta^2 + (\theta Y_i - \gamma'X_i)^2 \right] + \sum_{Y_i=0} \ln [1 - \Phi(\gamma'X_i)]$$

¹¹⁷ Greene, a.e., s. 696

Bu eşitlik, (2.45) eşitliğine nazaran daha basit bir yapıdır. Hessian daima negatif tanımlıdır ve çözüm için, Newton'un metodunun kullanılması kolaydır. Orijinal parametreler, ($\gamma = \beta/\sigma$ ve $\theta = 1/\sigma$) eşitlikleri yardımıyla düzeltilir. Tahminlerin asimtotik varyans matrisi, $[\gamma, \theta]$ 'dan elde edilir;

$$\text{Asy.Var}[\beta, \sigma] = J \text{Asy.Var}[\gamma, \theta] J'$$

Burada,

$$J = \begin{bmatrix} \partial\beta/\partial\gamma' & \partial\beta/\partial\theta \\ \partial\sigma/\partial\gamma' & \partial\sigma/\partial\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/\theta)I & (-1/\theta^2)\gamma' \\ 0' & -1/\theta^2 \end{bmatrix}$$

eşitliği vardır.

ML yöntemine alternatif olarak tutarsız sonuç vermesine rağmen, EKK metodu sıkça kullanılmaktadır. ML yöntemine alternatif oluşturabilecek başka tutarlı sonuçlar veren yöntemler de vardır. Bir olasılık, sadece sansürlü gözlemler kullanılarak kesikli regresyon için ya da tüm örnek kullanılarak Tobit model için koşullu ortalamaya doğrusal olmayan EKK'in uygulanmasıdır. Bir başka olasılık, Heckman'ın iki aşamalı düzeltme yöntemini kullanmaktır¹¹⁸.

2.4. ÖRNEK SEÇİM MODELLERİ

Tobit model, örnek seçim (sample selection) modellerinin özel bir durumudur. Örnek seçim modelinde Tobit modelinden farklı ikinci bir eşitlik (selection eşitliği) daha vardır. Bu eşitlik örneğin, tesadüfi olmamasına yol açar; geniş bir ana kütleden alt ana kütle elde edilir. Buradaki temel problem, araştırmacıların sadece alt ana kütle ile ilgili değil, ana kütle ile ilgili

¹¹⁸ Greene, a.e., s. 696-697

sonuç çıkarmak istemeleridir. Örneğin kadınların işgücü arzı modelinde, ilk önce kurulan model EKK yöntemi ile tahmin edilir. Daha sonra gerçek ücret yerine tahmini ücretler konulur. Veri sansürlüdür, çünkü sadece çalışan bireylere ait tahminler vardır. Bu durumda selection sapması görülür yani parametreler sapmalı tahmin edilir¹¹⁹.

Tobit modelde, hangi gözlemlerin örnekte yer alacağına karar verirken bir kısıtlama olduğu bilinir. Örneğin bir tüketici dayanıklı bir mal almaya karar verirken, dayanıklı mal maliyetine eşit bir değer, eşik değeri olarak kabul edilir. Bu eşik değeri, her bir birey için bireylerin özelliklerine bağlı olmadan tek olacaktır ve tesadüfi bir hata içerecektir. Örnek seçim modelinde ise, bu eşik değeri bilinmez, bireyden bireye değişen değerler alır ve stokastiktir.

Bu model Tobit modelinden farklı olarak, türevi zor alınan bir olabilirlik fonksiyonuna sahiptir ve ekonometri paket programlarının bazılarında bulunmaz. Bu nedenle araştırmacılar, ML yöntemine alternatif yöntemler ararlar. Heckman'ın iki aşamalı tahmin süreci ML'ye iyi bir alternatiftir.

Örnek seçim modellerinin klasik örneği Mroz¹²⁰ tarafından kurulan, kadınların işgücü arzı modelidir. Bu örnek için kurulan modele, 753 tane 30-60 yaş arası beyaz kadın dahil edilmiştir ve iş gücüne katılan kadınların sadece çalıştıkları saat gözlemlenmiştir. Örnek seçim modelinin başarısızlığı, davranışsal parametrelerin tutarsız tahminlerine neden olmasındır¹²¹.

2.5. KALIM MODELLERİ

Kalım (survival) modelleri, literatürde süre (duration) modelleri olarak da bilinir. Kalım modellerinin analizi, son 50 yıldır oldukça gündemde olan bir konudur. Bağımlı değişkene ait gözlemler, iki olay arasında geçen sürenin uzunluğundan oluşur. Buradaki iki olay, bir olayın başlaması ve sona ermesidir.

¹¹⁹ Ernst R. Berndt, **The Practice Of Econometrics: Classic And Contemporary**, United States, Addison-Wesley Publishing Company, 1991, s. 624

¹²⁰ Bkz. Thomas Mroz, "The Sensitivity Of An Empirical Model Of Married Womans Hours Of Work To Economic And Statistical Assumptions", **Econometrica**, 55, 4, July 1987, s. 765-799

¹²¹ Ekaterini Kyriazidou, "Estimating Of A Panel Data Sample Selection Model", **Econometrica**, Vol.65, No.6, November 1997, s. 1335

Bir başarısızlığa kadar geçen zamanın uzunluğunun analizi genelde mühendislerin ve tıpçıların ilgilendiği bir konudur¹²². Bu modellerle yapılan ilk analiz, işsizlik süresidir. Örnek olarak kalp nakli gibi bir operasyon ya da bir hastalığın teşhisinden sonra hayatta kalma süresinin uzunluğu, doğuma kadar geçen sürenin uzunluğu verilebilir. Sosyal bilimciler işsizlik süresi uzunluğu örneğinden başka şu örnekleri kullanmışlardır: meslekte başarısızlığa kadar geçen zamanın uzunluğu, tutuklanmalar arasında geçen zamanın uzunluğu, satın alımlar arasında geçen zamanın uzunluğu gibidir. Stute¹²³ bir makalesinde, kalım analizinde doğrusal olmayan bir regresyon modelini incelemiştir. Bu çalışmada farklı gözlem sayılarında, değişik sansürleme yapıları arasında karşılaştırmalar yapılmıştır.

Kalım analizi ya da süre modellerinin analizinde ilgilenilen bağımlı değişken, bir olayın başlangıcından itibaren ya bitene kadar ya da ölçü alınan bir sonuca kadar geçen zamanın uzunluğudur. Gözlemler, zamanın kesit bir bölümünden ($t_1, t_2, \dots, t_n$) meydana gelmektedir ve takvim zamanında farklı noktalarda başlayabilir. Bazen ikinci olay yani sonlanma anı gözlemlenemeyebilir, bu kalım analizinde sansürleme olarak bilinir. İstatistikte başlama ve sonlanma arasında kalan herhangi bir değişkenin (lerin) incelendiği durumlarla sıkça karşılaşılmaktadır.

Dağılımın normal olduğunu varsaymak, bir takım nedenlerden dolayı cazip değildir; örneğin normal dağılan bir değişken negatif değerler alabilirken bu modellerde pozitif değerler istenilir. Dağılımın tanımlanması için en çok kullanılan fonksiyon, risk oranı fonksiyonudur.

Literatürde yer alan kalım modelleri: normal, ters normal [ters Gaussian, Bkz.Lanchester (1990)], log-normal, F, Gamma, Weibull, exponensiyel (üssel) ve diğerleridir. Bu modellerin risk fonksiyonları çok farklıdır. Üssel için risk fonksiyonu sabitken; Weibull için monotonik artan ya da azalan; log-normal ve log-lojistik için ise önce artan sonra azalandır. Kalım modelleri için exponensiyel dağılım, doğrusal regresyon modellerinde normal dağılıma benzer rol oynar, yani

¹²² Laszlo Matyas & Patrick Sevestre, **The Econometrics Of Panel Data**, Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers, 1996, s. 400

¹²³ Winfried Stute, "Nonlinear Censored Regression", **Statistica Sinica**, 9, 1999, s. 1089-1102

referans bir dağılımdır. Model tanımlanırken exponensiyellik varsayımı uygun görülüyorsa, bir açıklamaya gerek duyulur¹²⁴.

Kalım modellerinin parametreleri, ML yöntemi ile tahmin edilebilir. Sansürlü gözlemler varsa, bu gözlemler Tobit modeldeki gibi tam olarak modele dahil edilebilir.

Kalım modelleri veriler arasında negatif değerler varsa bunları sıfır kabul edip çözüm yapar, bizim araştırma konumuzda veriler arasındaki negatif değerlerin sayısının fazla olması nedeniyle bu model kullanılamayacaktır. Bu nedenle ayrıntılı olarak incelenmemiştir.

¹²⁴ Matyas & Sevestre, **a.g.e.**, s. 502

3. BÖLÜM

SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ PANEL VERİ MODELLERİ

VE TAHMİN YÖNTEMLERİ

Sınırlı bağımlı değişkenli modeller literatürde, doğrusal olmayan panel veri modelleri olarak da bilinirler. Son yıllarda sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modellerinin analizi, mikro ekonometride oldukça popüler hale gelmiştir. Bu bölümde; bir önceki bölümlerde yer alan konumuz ile ilgili sınırlı bağımlı değişkenli modeller ile panel veri analizi birleştirilecek ve tahmin yöntemleri tartışılacaktır.

3.1. SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ PANEL VERİ MODELLERİ

Bu bölümde; panel tercih modelleri (nitel bağımlı değişkenli panel veri modelleri), kesikli panel modelleri ve sansürlü bağımlı değişkenli panel veri modelleri incelenecektir.

3.1.1. Panel Tercih Modelleri (Nitel Bağımlı Değişkenli Panel Veri Modelleri)

Tercih modelleri bir önceki bölümde bahsedildiği gibi ikili ve çoklu tercih modelleri ve sayı modelleri olarak sınıflandırılabilir. Çoklu tercih modelleri, ikili tercih modellerinin genelleştirilmiş bir türü olarak kabul edilebileceğinden aynı başlık altında açıklanmaya çalışılacaktır.

Tercih modellerinde bağımlı değişken, zaman t 'de i . birim için olay gerçekleşmişse 1 değerini ($Y_{it}=1$), gerçekleşmemişse 0 değerini ($Y_{it}=0$) almaktadır. Y_{it} 'nin 1 değerini alma olasılığı (örneğin zaman t 'de i . aile bir araba almışsa); P_{it} ile, Y_{it} 'nin 0 değerini alma olasılığı (örneğin zaman t 'de i . aile bir araba almamışsa) ise; $(1-P_{it})$ ile gösterilmektedir. Y_{it} 'nin beklenen değeri;

$$E(Y_{it}) = 1.P_{it} + 0.(1-P_{it}) = P_{it}$$

Açıklayıcı değişkenler ile t zamanında i . birim için olayın gerçekleşme olasılığı ise,

$$P_{it} = \text{Prob}(Y_{it}=1) = E(Y_{it}|X_{it}) = F(\beta' X_{it})$$

şeklindedir¹²⁵. İkili tercih modellerinde doğrusal olasılık modeli; $(\beta' X_{it})$ 'nin değerini 0-1 aralığında kısıtlamaz. Oysaki, bu modeller ilk bölümde de bahsedildiği gibi, olasılık modelleridir ve sadece 0-1 aralığında değer almalıdırlar. Bu nedenle doğrusal olasılık modellerinin, panel veri analizinde de kullanımı iyi bir tercih olmayacaktır. Literatürde, tercih modellerinden ikili tercih modelleri ve özellikle panel logit ve panel probit modelleri sıkça kullanılmaktadır. Carrasco'nun¹²⁶ panel probit model ile ilgili bir çalışması, bu konuya verilebilecek önemli bir örnektir.

Ayrıca, çoklu logit modeli pazarlama alanında ve bireysel seçim davranışlarını modellemek yaygın olarak kullanılmaktadır. Gruca ve Sudharshan¹²⁷, iki değişkenli (fiyat ve pazarlama) çoklu logit modelini tahmin etmişlerdir. Çoklu logit modelinin exponensiyel yapısı; pazar payı rekabetinin, denge modelinde kullanımına olanak sağlamaktadır.

Honore ve Kyriazidou¹²⁸, gecikmeli bağımlı değişkenli tercih modellerinin panel veri ile analizinde, tutarlı ve asimptotik etkin tahmincileri elde etmenin mümkün olduğunu göstermişlerdir.

3.1.2. Sansürlü Bağımlı Değişkenli Ve Kesikli Panel Veri Modelleri

Bu bölümde, bir önceki bölümde ayrıntılarıyla incelenen sansürlü bağımlı değişkenli ve kesikli modellerinin panel veri yöntemleri ile ifadeleri incelenecektir.

¹²⁵ Badi H. Baltagi, **Econometric Analysis Of Panel Data**, Chichester, John Wiley & Sons, 1995, s. 178

¹²⁶ Bkz. Raquel Carresco, "Binary Choice With Binary Endogenous Regressors In Panel Data: Estimating The Effect Of Fertility On Labour Participation", **CEMFI Spain**, October 1998, s.1-43

¹²⁷ Bkz. Thomas S. Gruca & Sudharshan D., "Equilibrium Characteristics Of Multinomial Logit Market Share Models", **Journal Of Marketing Research**, Vol. 28, November 1991, s. 480-482

¹²⁸ Bkz. Bo E. Honore & Ekaterini Kyriazidou, "Panel Data Discrete Choice Models With Lagged Dependent Variables", **Econometrica**, Vol: 68, No: 4, July 2000, s. 839-874

Bazen iktisadi ilişkilerde tesadüfî değişkenler için sansür ile karşılaşılabilir. Daha önce bahsedilen çalışılan saat gözlemi örnek olarak verilebilir. Bu örnek sansürlüdür, çünkü eğer i. birey t zamanında çalışmıyorsa, çalışılan saat 0 olarak gösterilir ve regresyon modeli Tobit model kullanılarak ifade edilir.

Genel panel veri modeli şu şekilde gösterilirse;

$$Y_{it} = \beta'X_{it} + \mu_i + u_{it} \quad (3.1)$$

burada, $u_{it} \sim \text{IIN}(0, \sigma_u^2)$ 'dir ve Tobit model için bağımlı değişken,

$$\begin{cases} Y_{it}^* > 0 \text{ ise,} & Y_{it} = Y_{it}^* \\ \text{diğer durumlarda,} & Y_{it} = 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada, Y_{it} örneğin t zamanında bir araba ya da eve yapılan harcama ya da çalışılan saat olabilir. Eğer i. birey t zamanında bir araba ya da ev satın almıyorsa, birey işsizse ya da t zamanında çalışmıyorsa Y_{it} , 0 olacaktır.

Sabit etkili Tobit modelde, sabit etkili probit modeldeki gibi μ_i 'nin, β ve σ_u^2 parametreleri üzerindeki etkisi yok edilemez. T sabitse tutarlı tahminler elde edilemez, çünkü μ_i 'deki tutarsızlık β ve σ_u^2 'ede geçer. Kesikli modelde sadece $Y_{it}^* > 0$ durumu ele alınır, diğerleri gözlenmemiş kabul edilir.

Heckman ve MaCurdy¹²⁹ yaptıkları çalışmada, kadınların emek arzı modelinin tahmini için sabit etkili Tobit modeli kullanmışlardır. Bu model hem kesikli, hem de sansürlü bağımlı değişkenli model ile tahmin edilmiştir. Kesikli

¹²⁹ J. Heckman & T. MaCurdy, "A Life-Cycle Model Of Female Labour Supply", **Rewiev Of Economic Studies**, 62, 1980, s. 47-74

model sürekli çalışan bireylerin gözlemlerinden ibaretken; sansürlü bağımlı değişkenli modelde eğer birey çalışmıyorsa çalışılan saat 0 olarak gösterildiği tesadüfi bir örnekten ibarettir. Bu modelde birim etkilerin özel bir anlamı olmadığından, X_{it} 'den bağımsız düşünülmemiştir. Bu nedenle tesadüfi etkiler spesifikasyonunu tercih etmemişler, sabit etkileri kullanmışlardır. Bu çalışma ile sabit etkili Tobit model için iteratif bir ML tahmin yöntemi önermişlerdir.

Honore¹³⁰ ise, trimmed EKK tahmincisini önermiştir. Bu, semi-parametrik bir tahmincidir. Temel varsayım; kalıntı u_{it} 'nin, X_{it} ve μ_i ile bağımsız şartlı aynı dağılımlı olmasıdır. Ayrıca Honore, GMM tahmincisini de önermiştir. GMM tahmincisi, tutarlı ve ortognallik şartlarını sağlayan bir tahmincidir. Honore, bu tahmincilerin tutarlı ve asimptotik normal olduğunu da göstermiştir. Monte Carlo sonuçlarına göre; $N \geq 200$ için asimptotik dağılım küçük örnek dağılımlarına benzer, fakat N küçükse bu tahmincinin dağılımı çarpıktır. Monte Carlo denemeleri kullanılarak Honore, sabit etkili dinamik Tobit model için ve ilgilenilen tek bir parametre (λ_t) olduğu zaman, GMM tahmincisinin ML'den daha iyi sonuçlar verdiğini ispatlamıştır.

Heckman ve MaCurdy, tesadüfi etkili Tobit modeline karşı çıkmış olmasına rağmen; Maddala¹³¹, Heckman&Willis¹³² ve Chamberlain, tesadüfi etkili Tobit tahmincisini kullanmışlardır. Kim ve Maddala, 12 yıl için (1976-1987) gözlenen 649 US imalatçı firmanın, panel Tobit ile kar davranışlarını analiz etmişlerdir¹³³.

Keane¹³⁴, sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modellerinin tahmin edilmesi için McFadden moment tahmincisinin genelleştirilmiş bir türünü incelemiştir.

¹³⁰ Bo E. Honore, "Trimmed Lad And Least Squares Estimation Of Truncated And Censored Regression Models With Fixed Effects", **Econometrica**, Vol: 60, No: 3, May 1992, s. 533-565

¹³¹ Bkz., G. S. Maddala, "Limited Dependent Variable Models Using Panel Data", **The Journal Of Human Resources**, XXII (3), s. 307-338

¹³² Bkz., J. Heckman & R. Willis, "Estimation Of A Stochastic Model Of Reproduction: An Econometric Approaches", In N. E. Terleckyj (Ed.), **Household Production And Consumption**, New York, Columbia University Press, 1975, s. 99-138

¹³³ Baltagi, **Econometric Analysis Of Panel Data**, s. 184

¹³⁴ Bkz., Michael P. Keane, "A Computationaly Practical Simulation Estimator For Panel Data", **Econometrica**, Vol: 62, No: 1, January 1994, s. 95-116

3.2. SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ PANEL VERİ MODELLERİNİN TAHMİNİ

Bu bölümde sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modellerinin genel olarak tahmin yöntemleri, sabit etkiler ve tesadüfi etkiler ayrımı yapılarak ele alınacaktır.

3.2.1. Sınırlı Bağımlı Değişkenli Panel Veri Modellerinin Sabit Etkiler Varsayımıyla Tahmini

Panel veride birim etkilerin varlığı, anlamlılığı zorlaştırır. Eğer tesadüfi birim etki yoksa yani birim etki sabitse, tahmin daha kolay olacaktır. Birim etkinin (μ_i) sabit olduğu varsayılıyorsa, genel model (3.1) modelidir ve bu modelde, $Y_{it}=0$ olasılığı,

$$\Pr ob(Y_{it} = 0) = \Pr ob(u_{it} \geq -\beta'X_{it} - \mu_i)$$

olasılığına bağlıdır ve şu şekilde gösterilebilir;

$$\Pr ob(u_{it} \geq -\beta'X_{it} - \mu_i) = \int_{-\beta'X_{it} - \mu_i}^{\infty} f(u_{it}) du_{it} = 1 - F(-\beta'X_{it} - \mu_i) \quad (3.2)$$

burada, $f(u_{it})$ ve $F(u_{it})$ sırasıyla, u_{it} 'nin olasılık yoğunluk ve kümülatif dağılım fonksiyonlarıdır. Eğer $f(u_{it})$, normal ve lojistik yoğunluk fonksiyonlarındaki gibi simetrikse;

$$\Pr ob(u_{it} > -\beta'X_{it} - \mu_i) = F(\beta'X_{it} - \mu_i)$$

dir. Doğrusal olmayan sabit etkili modelin tahmini için bir çok metod önerilmekle birlikte, burada maksimum olabilirlik, şartlı maksimum olabilirlik ve semi-parametrik tahmin yöntemleri ele alınacaktır.

3.2.1.1. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi

Sabit etkiler varsayımıyla sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modellerinin tahmini ML yöntemi ile yapılabilir. (3.1) eşitliğine bakıldığında, iki bilinmeyen parametre vektörü olduğu görülür: μ_i ve β . T'nin sonsuza gittiği varsayımı altında, ML yöntemi ile tutarlı tahminler elde etmek mümkündür. Oysa, panel veride T genelde küçüktür ve bu nedenle, μ_i 'ye ait bilgi içeren sınırlı sayıda Y_{it} ($t=1, \dots, T$) gözlemi vardır. μ_i parametrelerinin sayısı, kesit birim (N) sayısı ile birlikte artar, fakat bu artış μ_i hakkında ek bilgi sağlamaz. Bu da Neyman ve Scott'ın¹³⁵ bahsettiği “incidental parametre problemi”ne yol açar. μ_i 'nin tüm tahminleri, N büyük olsa bile T sonlu ise sapmalıdır¹³⁶.

Doğrusal regresyon modelinde T sabit olduğu zaman μ_i tutarsız olsa bile, β ve μ_i 'nin asimptotik bağımsız olması nedeniyle, within tahmincisi kullanılarak β 'nin tutarlı tahminlerinin elde edilebileceğinden bahsedilmiştir. Fakat bu sonuç doğrusal olmayan modeller için geçerli değildir, çünkü bu modellerde β ve μ_i 'nin tahminleri birbirinden bağımsız değildir ve $\hat{\mu}_i$ 'nin tutarsızlığı β 'nin tahmincisine de geçer. N sonsuza gitmesine rağmen, β 'nin ML tahmincisi tutarsız olur¹³⁷.

Genel olarak doğrusal olmayan bir modelde, T gözlem ve N birim için log-olabilirlik fonksiyonu,

$$\text{Log } L = \sum_{i=1}^N \left[\sum_{t=1}^{T_i} \log g(Y_{it}, \beta'X_{it} + \mu_i, \theta) \right], \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T$$

¹³⁵ J. Neyman & E. L. Scott., “Consistent Estimates Based On Partially Consistent Observations”, **Econometrica**, 16, 1948, s. 1-32

¹³⁶ Laszlo Matyas & Patrick Sevestre, **The Econometrics Of Panel Data**, Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers, 1996, s. 414

¹³⁷ Baltagi, **Econometric Analysis Of Panel Data**, s. 179

şeklinde ifade edilir. Burada $g(\cdot)$ yoğunluktur ve analiz edilecek olan modeli tanımlar (logit, probit, kesikli regresyon, poisson, tobit vs.). Bu modelde K adet ‘ana’ parametre vardır, θ ise ilgilenilen modele özgü parametreleri temsil eder¹³⁸. Bu modelin kolayca maksimize edilebileceği düşünülse de uygulamada, sabit etkili modelin çözülmesinde bazı problemlerle karşılaşmaktadır. Bunlardan birincisi, parametre sayısının fazla olması, ikincisi ise incidental parametre problemidir.

β ve θ biliniyorsa; i. grupta μ_i için çözüm, sadece $T(i)$ gözlem üzerine kuruludur. μ_i ’nin tahmincisi için, asimptotik varyans $O[1/T(i)]$ ’dir. Fakat gerçekte β bilinemez ancak tahmin edilebilir ve tahminci, μ_i ’nin tahmincisinin bir fonksiyonudur. Bu nedenle, β ’nın tahmincisinin asimptotik varyansı da $O[1/T(i)]$ ’dir. β ’nın ML tahmincisi, N sonsuza giderken ($N \rightarrow \infty$) bir sabite yaklaşmayan tesadüfi bir değişkenin fonksiyonudur. $\hat{\beta}$, küçük örneklerde sapmalıdır. Hsiao, küçük örneklerde sapmanın %100 olduğunu göstermiştir. Heckman’ın, probit modelle yaptığı Monte Carlo çalışmasında, sabit etkili modelde eğim tahmincisinin sapmanın ($T(i)=8$ ve $N=100$ iken) %10’unun sıfıra yaklaştığını göstermiştir. Diğer yandan çok küçük $T(i)$ ’ye sahip örneklerde, ML tahmincilerinin sonlu örnek özelliklerini sağladığı görülür¹³⁹.

Burada β ’nın tahmincisinin tutarsızlığı, logit model için ispat edilecektir. Logit model için log-olabilirlik fonksiyonu;

$$\log L = - \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \log[1 + \exp(\beta'X_{it} + \mu_i)] + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T Y_{it} (\beta'X_{it} + \mu_i) \quad (3.3)$$

şeklindedir. (3.3)’ün maksimizasyonu için 1. mertebe koşullar,

¹³⁸ William Greene, “Fixed And Random Effect In Nonlinear Models”, **JEL Classification** C1, C4, January 29, 2001, s. 5

¹³⁹ William Greene, “Estimating Econometric Models With Fixed Effects”, **JEL Classification**, C1, C4, Nisan 2001, s. 3

$$\frac{\partial \log L}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left[-\frac{e^{\beta'X_{it}+\mu_i}}{1+e^{\beta'X_{it}+\mu_i}} + Y_{it} \right] X_{it} = 0 \quad (3.4)$$

ve,

$$\frac{\partial \log L}{\partial \mu_i} = \sum_{t=1}^T \left[-\frac{e^{\beta'X_{it}+\mu_i}}{1+e^{\beta'X_{it}+\mu_i}} + Y_{it} \right] = 0 \quad i=1,\dots,N \quad (3.5)$$

dir¹⁴⁰. Basitleştirmek için T=2 varsayılırsa, açıklayıcı değişken sayısı K=1 olur; (X_{i1}=0 ve X_{i2}=1). 1. türev eşitlikleri (3.4) ve (3.5)'de verilen bu varsayımlar yerine konulursa;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log L}{\partial \beta} &= \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^2 \left[-\frac{e^{\beta'X_{it}+\mu_i}}{1+e^{\beta'X_{it}+\mu_i}} + Y_{it} \right] X_{it} = 0 \\ &= \sum_{i=1}^N \left[-\frac{e^{\beta'+\mu_i}}{1+e^{\beta'+\mu_i}} + Y_{i2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

ve,

$$\frac{\partial \log L}{\partial \mu_i} = \sum_{t=1}^2 \left[-\frac{e^{\beta'X_{it}+\mu_i}}{1+e^{\beta'X_{it}+\mu_i}} + Y_{it} \right] = 0 \quad (3.7)$$

elde edilir. (3.7) çözülerek;

¹⁴⁰ Matyas & Sevestre, **a.g.e.**, s. 415

$$\begin{cases} Y_{i1} + Y_{i2} = 2 & \text{ise,} & \hat{\mu}_i = \infty \\ Y_{i1} + Y_{i2} = 0 & \text{ise,} & \hat{\mu}_i = -\infty \\ Y_{i1} + Y_{i2} = 1 & \text{ise,} & \hat{\mu}_i = -\beta/2 \end{cases} \quad (3.8)$$

(3.8)'de verilen bilgiler, (3.6)'da yerine yerleştirilir ve n_1 'in, $Y_{i1}+Y_{i2} = 1$ olan birimlerin sayısını; n_2 'nin ise, $Y_{i1}+Y_{i2} = 2$ olan birimlerin sayısını gösterdiği varsayılırsa;

$$\sum_{i=1}^N \left[\frac{e^{\beta' + \mu_i}}{1 + e^{\beta' + \mu_i}} \right] = n_1 \left(\frac{e^{\beta/2}}{1 + e^{\beta/2}} \right) + n_2 = \sum_{i=1}^N Y_{i2} \quad (3.9)$$

eşitliği elde edilir¹⁴¹. β 'nın tahmincisi şöyledir;

$$\hat{\beta} = 2 \left\{ \log \left(\sum_{i=1}^N Y_{i2} - n_2 \right) - \log \left(n_1 + n_2 - \sum_{i=1}^N Y_{i2} \right) \right\} \quad (3.10)$$

$\left(\sum_{i=1}^N Y_{i2} - n_2 \right)$ ifadesi, n sonsuza giderken,

$$\begin{aligned} p \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N Y_{i2} - n_2 \right) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{Pr ob}(Y_{i1} = 0, Y_{i2} = 1 \mid \beta, \mu_i) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{e^{\beta' + \mu_i}}{(1 + e^{\mu_i})(1 + e^{\beta' + \mu_i})} \end{aligned}$$

¹⁴¹ Cheng Hsiao, **Analysis Of Panel Data**, Cambridge, Cambridge University Press, 1986, s. 160

ve $\left(n_1 + n_2 - \sum_{i=1}^N Y_{i2} \right)$ ifadesi ise, n sonsuza giderken,

$$\begin{aligned} p \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left(n_1 + n_2 - \sum_{i=1}^N Y_{i2} \right) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{Pr } ob(Y_{i1} = 1, Y_{i2} = 0 \mid \beta, \mu_i) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{e^{\mu_i}}{(1 + e^{\mu_i})(1 + e^{\beta' + \mu_i})} \end{aligned}$$

haline gelir. Böylece $p \lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\beta} = 2\beta$ olduğu görülür, bu da logit modelde β tahmincisinin ML yöntemi ile tutarlı olmadığını ispatıdır¹⁴².

Çoklu tercih modelleri için bağımlı değişken Y'nin, i. birim için $m_i + 1$ (0, 1, 2,....., m) değer aldığı varsayılır ve bu modellerde bağımlı değişken Y şöyle tanımlanabilir,

$$Y_{ij} = \begin{cases} Y_{ij} = j & (i = 1, \dots, N) \text{ ise}; & 1 \\ Y_{ij} \neq j & (i = 0, 1, \dots, m_i) \text{ ise}; & 0 \end{cases}$$

ve olabilirlik fonksiyonu ise, şöyle yazılabilir:

$$L = \prod_{i=1}^N \prod_{j=0}^{m_i} F_{ij}^{Y_{ij}}$$

T zaman döneminden ve N birimden oluşan bir örnek çalışıldığı zaman eğer modelde birim etkisi varsa,

¹⁴² Matyas & Sevestre, **a.g.e.**, s. 415

$$E(u_{it}u_{is}) = \sigma_{\mu_i}^2 + E(v_{it}v_{is}) \quad (3.11)$$

ve eğer zaman etkisi varsa,

$$E(u_{it}u_{jt}) = \sigma_{\lambda_t}^2 + E(v_{it}v_{jt}) \quad (3.12)$$

dir. Böylece eğer v_{it} , i ve t 'ye karşı bağımsız dağılımlı ise; $E(u_{it}u_{is}) = \sigma_{\mu_i}^2 \neq 0$ ve $E(u_{it}u_{jt}) = \sigma_{\lambda_t}^2 \neq 0$ olur. $(Y_{1t}, \dots, Y_{Nt})$ 'nin ortak olabilirliği, sadece Y_{it} 'nin olabilirliği gibi yazılamaz. Ortak olabilirlik fonksiyonu, çok boyutlu bir dağılım fonksiyonunun integrasyonunu içerir.

Sabit etkili modellerin çok önemli bir varsayımı da, u_{it} ile μ_i ve λ_t 'nin bağımsız olduğudur. Eğer dışlanan değişkenlerin etkileri, modelde yer alan açıklayıcı değişkenler ile ortogonal değilse (korelasyonlu ise); olabilirlik fonksiyonunun ML tahmincisi ya da genelleştirilmiş ML tahmincisi, β 'nın sapmalı bir tahmincisidir. Sadece kesit veri ya da zaman serisi verisi ile çalışıldığında, dışlanan değişken etkisini kontrol etmek için basit hiçbir yol yoktur. Eğer doğrusal regresyon modelinde olduğu gibi, X ve u arasındaki ortogonal olmayan ilişki; modelde yer alan açıklayıcı değişkenler ile dışlanan birim ya da zaman değişkenleri arasındaki korelasyondan kaynaklanıyorsa, panel veri kullanımı dışlanan değişkenlerin etkilerinin kontrolü için olanak sağlar¹⁴³.

Bununla birlikte, eğer olabilirlik fonksiyonu konkavsa, probit ve logit modellerde parametre tahminin bulmak için Newton-Raphson (maksimum score) metodu kullanılabilir. Manski¹⁴⁴ bir çalışmada, bu yöntemle parametrelerin tutarlı tahmin edilebileceğini göstermiştir. Newton-Raphson metoduna göre;

¹⁴³ Matyas & Sevestre, **a.e.**, s. 413

¹⁴⁴ Charles F. Manski, "Semiparametric Analysis Of Random Effects Linear Models From Binary Panel Data", **Econometrica**, Vol. 55, No. 2, March 1987, s. 357-362

$$\hat{\beta}^{(j)} = \hat{\beta}^{(j-1)} - \left(\frac{\partial^2 \log L}{\partial \beta \partial \beta'} \right)^{-1}_{\beta=\hat{\beta}^{(j-1)}} \left(\frac{\partial \log L}{\partial \beta} \right)_{\beta=\hat{\beta}^{(j-1)}} \quad (3.13)$$

burada $\hat{\beta}^{(j)}$, β 'nin j. iteratif çözümü gösterir¹⁴⁵.

Bu modelde β 'nin tahmini için, ağırlıklı EKK metodu da kullanılabilir. Bu metoddan elde edilen tahminci, “*minimum χ^2 tahmincisi*” olarak da bilinir. Minimum χ^2 tahmincisi, ML tahmincisi ile aynı asimptotik etkinliğe sahiptir ve hesabı ML'den daha kolaydır. Bununla birlikte, sonlu örneklerde minimum χ^2 tahmincisi ML'den daha küçük bir ortalama kareli hataya sahiptir. İstatistiksel olarak tercih edilebilir olmakla birlikte minimum χ^2 metodu, ML metoduna göre daha fazla kısıtlama gerektirir. Bu metodun uygulanabilmesi için, açıklayıcı değişken vektörünün her bir değeri için tekrarlı gözlemlere ihtiyaç duyulur. Fakat genelde, çoğu açıklayıcı değişken sürekli ve örnek boyutu oldukça geniştir.

3.2.1.2. Şartlı Maksimum Olabilirlik Yöntemi

Küçük örneklerde, sabit etkiler varsayımıyla olabilirlik fonksiyonunun maksimizasyonunun tutarsız tahminler verdiğinden bahsedildi. Bu nedenle, parametrelerin tahmin edilmesinde alternatif bir yöntem olarak şartlı bir olabilirlik fonksiyonu önerilmektedir. Bu yöntemde birim etkiyi ifade eden katsayı için minimum yeterli bir istatistik şartı aranmaktadır¹⁴⁶. Andersen¹⁴⁷ tarafından önerilen bu yöntemle, birim etkinin varlığı halinde yapısal parametreler (β) tahmin edilmektedir. Bu yöntemle göre, eğer birim etki (μ_i) için minimum yeterli bir istatistik (τ_i) varsa ve bu istatistik yapısal parametrelerden (β) bağımsızsa, şartlı yoğunluk fonksiyonu şöyledir;

¹⁴⁵ Matyas & Sevestre, **a.g.e.**, s. 413

¹⁴⁶ Gary Chamberlain, “Analysis Of Covariance With Qualitative Data”, **Rewiev Of Economic Studies**, 47, 1980, s. 228

¹⁴⁷ E. B. Andersen, “Asymtotic Properties Of Conditional Maximum Likelihood Estimators”, **Journal Of The Royal Statistical Society, Series B**, 32, 1970, s. 283-301

$$g(\tau_i | \beta, \mu_i) \text{ için, } f(Y_i | \beta, \tau_i) = \frac{f(Y_i | \beta, \mu_i)}{g(\tau_i | \beta, \mu_i)} \quad (3.14)$$

Bu yöntem, β 'nin μ_i 'ye bağımlılığını ortadan kaldırmaktadır. Dolayısıyla $(\tau_1, \dots, \tau_N)$ veri iken, $(Y_1, \dots, Y_N)$ 'nin şartlı yoğunluk fonksiyonunun maksimizasyonu ile β 'nin tutarlı bir tahmincisi elde edilecektir.

ML'nin, minimum yeterli istatistiğin bir fonksiyonu olması nedeniyle μ_i için minimum yeterli istatistik (eğer varsa), log-olabilirlik fonksiyonunun μ_i 'ye göre kısmi türevi alınarak bulunabilir¹⁴⁸. Logit model örnek olarak ele alınırsa, Y_i 'nin ortak olasılığı,

$$\text{Prob}(Y_i) = \frac{\exp\{\mu_i(\sum_{t=1}^T Y_{it}) + \beta'(\sum_{t=1}^T X_{it} Y_{it})\}}{\prod_{t=1}^T [1 + \exp(\beta'X_{it} + \mu_i)]} \quad (3.15)$$

şeklinde olur. Logit model için log-olabilirlik fonksiyonu (3.3)'de ve (3.3)'ün μ_i 'ye göre kısmi türevi ise, (3.5)'de verilmişti. (3.5)'den aşağıdaki eşitlik yazılabilir;

$$\sum_{t=1}^T Y_{it} = \sum_{t=1}^T \left[\frac{e^{\beta'X_{it} + \mu_i}}{1 + e^{\beta'X_{it} + \mu_i}} \right] \quad i = 1, \dots, N \quad (3.16)$$

Böylece μ_i 'nin minimum yeterli istatistiğinin, $(\sum_{t=1}^T Y_{it})$ olduğu sonucuna varılır.

$(\sum_{t=1}^T Y_{it})$ 'nin olasılığı,

¹⁴⁸ Matyas & Sevestre, **a.g.e.**, s. 416

$$\Pr ob\left(\sum_{t=1}^T Y_{it}\right) = \frac{T!}{\left(\sum Y_{it}\right)\left(T - \sum Y_{it}\right)!} \times \frac{\exp\left\{\mu_i \left(\sum_{t=1}^T Y_{it}\right)\right\}}{\prod_{t=1}^T \{1 + \exp(\beta' X_{it} + \mu_i)\}} \times \left\{ \sum_{d \in \tilde{B}_i} \exp\left(\beta' \sum_{t=1}^T X_{it} d_{it}\right) \right\} \quad (3.17)$$

şeklinde ifade edilebilir¹⁴⁹. Burada,

$$\tilde{B}_i = \left\{ (d_{i1}, \dots, d_{iT}) \mid d_{it} = 0 \text{ yada } 1, \text{ ve } \sum_{t=1}^T d_{it} = \sum_{t=1}^T Y_{it} \right\}$$

dir. Bu nedenle, $\left(\sum_{t=1}^T Y_{it}\right)$ 'nin Y_i için şartlı olasılığı şöyle düzenlenebilir:

$$\Pr ob\left(Y_i \mid \sum_{t=1}^T Y_{it}\right) = \frac{\exp\left\{\beta' \left(\sum_{t=1}^T X_{it} Y_{it}\right)\right\}}{\sum_{d \in \tilde{B}_i} \exp\left(\beta' \sum_{t=1}^T X_{it} d_{it}\right)} \times \frac{\left(\sum Y_{it}\right)\left(T - \sum Y_{it}\right)!}{T!} \quad (3.18)$$

$\left(\sum_{t=1}^T Y_{it}\right)$ 'nin yerini tutacak, $T+1$ farklı alternatif set $(1, 2, \dots, T)$ vardır. $\sum_{t=1}^T Y_{it} = 0$

ya da $\sum_{t=1}^T Y_{it} = T$ için oluşturulan grupların olabilirlik fonksiyonuna hiç katkıları

olmaz, çünkü bu durumda olasılık 1'e eşit olur. $\left(\sum_{t=1}^T Y_{it} = s\right)$ ise, gruplar içi

alternatif setler, $\binom{T}{s}$ elemana sahiptir. Örneğin $T=2$ ise, ilgilenilen durum sadece

¹⁴⁹ Matyas & Sevestre, **a.e.**, s. 417

$(Y_{i1}+Y_{i2}=1)$ 'dir. İki olasılık: $(Y_{i1}, Y_{i2})=(0,1)$ ise $\omega_i=1$; $(Y_{i1}, Y_{i2})=(1,0)$ ise $\omega_i=0$ şeklinde yazılabilir¹⁵⁰. Şartlı olasılık,

$$\begin{aligned} \text{Pr ob}(\omega_i | Y_{i1} + Y_{i2} = 1) &= \frac{\text{Pr ob}(\omega_i = 1)}{\text{Pr ob}(\omega_i = 1) + \text{Pr ob}(\omega_i = 0)} \\ &= \frac{\exp[\beta'(X_{i2} - X_{i1})]}{1 + \exp[\beta'(X_{i2} - X_{i1})]} \\ &= F[\beta'(X_{i2} - X_{i1})] \end{aligned} \quad (3.19)$$

şeklinde olur ki bunun da μ_i 'ye bağlı olmadığı görülebilir. (3.18) eşitliği, açıklayıcı değişkenler $(X_{i2}-X_{i1})$ ve Y 'nin iki çıktısı $(0,1)$ ve $(1,0)$ ile ikili logit fonksiyon halini alır. Şartlı log-olabilirlik fonksiyonu ise,

$$\log L^* = \sum_{i \in \tilde{B}_i} \{ \omega_i \log F[\beta'(X_{i2} - X_{i1})] + (1 - \omega_i) \log [1 - F[\beta'(X_{i2} - X_{i1})]] \} \quad (3.20)$$

gibi ifade edilebilir. Burada, $\tilde{B}_i = \{i | Y_{i1} + Y_{i2} = 1\}$ 'dir¹⁵¹. Şartlı olabilirlik fonksiyonu, dışsal parametrelerden (birim etkiden) bağımsızdır ve β 'nın şartlı ML tahmincisi tutarlıdır.

Doğrusal olasılık ve logit model için basit dönüşüm fonksiyonları bulunabilse de, probit model için birim etkilerden (μ_i) bağımsız β parametreleri için basit fonksiyonlar bulunamaz. T sonlu iken probit model için, β 'nın tutarlı bir tahmincisi elde edilememektedir. Bir başka ifade ile, şartlı olabilirlik yaklaşımı sabit etkili probit model için, hesaplama kolaylığı sağlamayacaktır; büyük N ve sabit T için tutarsız tahminlere neden olacaktır.

¹⁵⁰ Matyas & Sevestre, **a.e.**, s. 417

¹⁵¹ Hsiao, **a.g.e.**, s. 162-163

Hausman testi, logit modelinin ML tahmincisi ile, şartlı ML tahmincisi arasındaki farkı bulmak üzerine kurulmuştur. Logit ML tahmincisi, birim etki olmaması ve alternatif tahmin yöntemlerine göre tutarsız olması biçimindeki sıfır hipotezini (H_0), tutarlı ve etkin olma hipotezine karşı test eder. Chamberlain'in şartlı ML tahmincisi H_0 kabul ya da reddedilsin tutarlıdır, fakat tüm veri kullanılmadığı için etkin değildir.

3.2.1.3. Semi-Parametrik Yöntem

Doğrusal model için T 'nin küçük ve N 'in sonsuza gittiği varsayımı altında; μ_i 'nin diferansiyel denklem ile yok edilebilmesi sebebiyle, yapısal parametreler (β) için ML tutarlı; doğrusal olmayan model için ise, μ_i 'nin diferansiyel denklem ile yok edilememesi sebebiyle, tutarsız olduğundan bahsedilmiştir. Semi-parametrik yaklaşım ile, birim etkiden (μ_i) elde edilen bilginin zayıf olması ve β tahminini fazla etkilememesi nedeni ile μ_i yok edilebilir, dolayısıyla bu yöntemle tutarlı tahminciler elde edilebilir¹⁵².

Manski, örnek ortalama fonksiyonunu $[H_N(b)]$ maksimum eden tahmincinin kullanılmasıyla, modelin yapısal parametrelerinin (β) tutarlı tahmin edilebileceğini göstermiştir. Örnek ortalama fonksiyonu;

$$H_N(b) \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T \text{sgn}(w'_{it}b)(Y_{it} - Y_{i,t-1}) \quad (3.21)$$

dir. Burada,

¹⁵² Matyas & Sevestre, **a.g.e.**, s. 419-420

$$w_{it} = X_{it} - X_{i,t-1}$$

$$w_{it}b \geq 0 \text{ ise, } \text{sgn}(w'_{it}b) = 1$$

$$w_{it}b < 0 \text{ ise, } \text{sgn}(w'_{it}b) = -1$$

eşitlikleri yazılabilir ve $H_N(b)$, şuna yaklaşacaktır;

$$H(b) \equiv E[\text{sgn}(w'_{it}b)(Y_{it} - Y_{i,t-1})] \quad (3.22)$$

(3.22) eşitliğindeki $H(b)$, ($b=\beta$)'da maksimum edilir¹⁵³.

İkili tercih modeli ele alındığında;

$$\begin{aligned} X'_{it}\beta &> X'_{i,t-1}\beta \Leftrightarrow E(Y_{it} | X_{it}) > E(Y_{i,t-1} | X_{i,t-1}) \\ X'_{it}\beta &= X'_{i,t-1}\beta \Leftrightarrow E(Y_{it} | X_{it}) = E(Y_{i,t-1} | X_{i,t-1}) \\ X'_{it}\beta &< X'_{i,t-1}\beta \Leftrightarrow E(Y_{it} | X_{it}) < E(Y_{i,t-1} | X_{i,t-1}) \end{aligned} \quad (3.23)$$

yazılabilir ve (3.23) eşitliği, 1.farklara göre düzenlendikten sonra,

$$\begin{aligned} w'_{it}\beta &> 0 \Leftrightarrow E(Y_{it} - Y_{i,t-1} | w_{it}) > 0 \\ w'_{it}\beta &= 0 \Leftrightarrow E(Y_{it} - Y_{i,t-1} | w_{it}) = 0 \\ w'_{it}\beta &< 0 \Leftrightarrow E(Y_{it} - Y_{i,t-1} | w_{it}) < 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

¹⁵³ Matyas & Sevestre, **a.e.**, s. 419

elde edilir. Bu teknikle, β yerine normleştirilmiş vektör β^* kullanılır. Burada, $\beta^* = \frac{\beta}{\|\beta\|}$ ve $\|\beta\|$ Euclidean normdur. Böylece ortalama fonksiyonları arasındaki fark;

$$\begin{aligned} H(\beta^*) - H(b) &= E \left\langle \left[\text{sgn}(w'_{it}\beta^*) - \text{sgn}(w'_{it}b) \right] (Y_{it} - Y_{i,t-1}) \right\rangle \\ &= 2 \int_{W_b} \text{sgn}(w'\beta^*) E[Y_t - Y_{t-1} | w] dF_w \end{aligned} \quad (3.25)$$

haline gelir. Burada $W_b = [w : \text{sgn}(w'\beta^*) \neq \text{sgn}(w'b)]$ ve F_w , w 'nin dağılımını gösterir¹⁵⁴. Tüm w için,

$$\text{sgn}(w'_{it}\beta^*) E[Y_t - Y_{t-1} | w] = |EY_t - Y_{t-1} | w|$$

eşitliği vardır. Bu nedenle (3.24),

$$H(\beta^*) - H(b) = 2 \int_{W_b} |EY_t - Y_{t-1} | w| dF_w \geq 0 \quad (3.26)$$

şeklinde de yazılabilir. Manski, (3.21) fonksiyonunun maksimize edilmesi ile elde edilen tahmincinin, β^* 'ın tutarlı bir tahmincisi olduğunu ispatlamıştır¹⁵⁵.

¹⁵⁴ Matyas & Sevestre, **a.e.**, s. 419

¹⁵⁵ Matyas & Sevestre, **a.e.**, s. 419-420

3.2.2. Sınırlı Bağımlı Değişkenli Modellerin Tesadüfi Etkiler Varsayımıyla Tahmini

Birim etki μ_i sabit, fakat tesadüfi gibi kabul edilip çözüm yapılıyorsa, β tahmincisinin asimptotik özellikleri değişmeden kalır. Bununla birlikte, eğer μ_i tesadüfi fakat sabit gibi kabul ediliyorsa, bilgiden anlamlı bir kayıp söz konusudur ve bu durumda β 'nın tahmininde etkinlik kaybı oluşur.

Tesadüfi etkili modelde lojistik fonksiyon, korelasyonların tümünün $1/2$ 'ye kısıtlanması ve esnek olmaması nedeniyle ekonometrik uygulamalarda çok fazla kullanılmaz.

μ_i , X_i 'den bağımsız ve tek değişkenli dağılım G 'den elde edilen tesadüfi bir örneklem ise, log-olabilirlik fonksiyonu şu şekilde ifade edilebilir;

$$\log L = \sum_{i=1}^N \log \int \prod_{t=1}^T F(\beta'X_{it} + \mu_i)^{Y_{it}} [1 - F(\beta'X_{it} + \mu_i)]^{1-Y_{it}} dG(\beta, \mu_i) \quad (3.27)$$

N sonsuza giderken (3.27)'nin maksimum edilmesi ile, β ve μ_i için tutarlı tahminçiler elde edilecektir¹⁵⁶.

Şimdi tesadüfi etkiler varsayımıyla sınırlı bağımlı değişkenli modellerin tahmin yöntemlerinden ML ve minimum aralık yöntemi ele alınacaktır.

3.2.2.1. Maksimum Olabilirlik (ML) Yöntemi

Eğer μ_i ile X_{it} arasında korelasyon varsa, (3.27)'nin maksimizasyonu dışlanan değişkenlerden kaynaklanan sapmayı yok etmeyecektir ve tahminçiler tutarsız olacaktır. μ_i ve X_{it} arasındaki bağlantıya izin vermek için, μ_i 'nin X_{it} 'ye bağlı bir dağılımının bilinmesi gerekmektedir. μ_i ile X_{it} arasındaki ilişki için farklı görüşler öne sürülmüştür;

¹⁵⁶ Hsiao, **a.g.e.**, s. 164-165

- Mundlak, μ_i ile X_{it} arasındaki ilişkiyi şöyle tanımlamıştır; “ X_{it} ’nin ortalama değeri μ_i ’ye bağlıdır” ve şu şekilde gösterilebilir¹⁵⁷;

$$\mu_i = \pi \bar{X}_i + w_i$$

- Chamberlain¹⁵⁸ ise, μ_i ile X_{it} arasında şu şekilde bir ilişki olduğunu varsayar;

$$\mu_i = \sum_{t=1}^T m'_t X_{it} + \eta_i = m' X_i + \eta_i \quad (3.28)$$

burada, $m' = (m'_1, \dots, m'_T)$ ve $X'_i = (X'_{i1}, \dots, X'_{iT})$ ’dir. Ayrıca, regresyon fonksiyonunun $[E(\mu_i|X_i)]$ doğrusal olduğu ve η_i ’nin spesifik bir olasılık dağılımına sahip olduğu varsayılmaktadır.

Tesadüfî etkili model için (3.27) eşitliğinde, (3.28)’de verilen varsayım yerleştirilirse log-olabilirlik fonksiyonu şu hale gelir;

$$\log L = \sum_{i=1}^N \log \int \prod_{t=1}^T F(\beta' X_{it} + m' X_i + \eta)^{Y_{it}} [1 - F(\beta' X_{it} + m' X_i + \eta)]^{1-Y_{it}} dG^*(\eta) \quad (3.29)$$

burada G^* , η için bir tek değişkenli dağılım fonksiyonudur. Örneğin, F sıfır ortalama ve σ_η^2 varyansla bir standart normal dağılım fonksiyonu ise, spesifikasyon çoklu probit modeli verecektir;

¹⁵⁷ Maddala, **Limited Dependent Variable Models Using Panel Data**, s. 310

¹⁵⁸ Chamberlain G., **a.g.e.**, s. 225-238

$$\beta'X_{it} + m_i'X_{it} + \eta_i + u_{it} > 0 \quad \text{ise,} \quad Y_{it} = 1 \quad (3.30)$$

burada, $(u_{it} + \eta_i)$ sıfır ortalama ve $(I_T + \sigma_\eta^2 ee')$ varyans-kovaryans matrisi ile bağımsız normal dağılmaktadır¹⁵⁹.

(3.29) ve (3.27) eşitlikleri arasındaki fark sadece, birim etki (μ_i) ile X_i arasındaki bağımlılığı göstermek için (3.29) fonksiyonunda $(m'X_i)$ teriminin yer almasıdır, bunun dışında (3.27) ile (3.29)'un temel özellikleri aynıdır. (3.29) ya da (3.27)'nin maksimizasyonu, β için tutarlı ve etkin bir tahminci sağlamasına rağmen hesaplanması biraz karışıktır. Hem u_{it} hem de η_i (ya da μ_i) normal dağılıyorsa, log-olabilirliklerin ikili probit model için değil, çoklu probit model için hesaplanması söz konusu olacaktır. Bu durumda da, ML tahmincisini elde etmek için T-boyutlu integralin çözümünü bulmak gerekir.

Zaman değişkeninin katsayılarını tahmin etmek için Hausman ve Taylor¹⁶⁰ genel modelde μ_i 'leri, μ_i 'den bağımsız X_{1i} ve X_{2i} değişkenlerine ayırtırmayı önermişlerdir.

$$\mu_i = \pi_1'Z_{1i} + \pi_2'Z_{2i} + w_i$$

Hesaplama için önerilen basit bir yaklaşımda ise, Y_{it} 'nin X_i 'ye bağlı dağılımının probiti şu şekilde gösterilmektedir;

$$\text{prob}(Y_{it}=1) = \Phi \left[(1 + \sigma_\eta^2)^{-1/2} (\beta'X_{it} + m'X_i) \right] \quad (3.31)$$

¹⁵⁹ Chamberlain, a.e., s. 233-235

¹⁶⁰ J. A. Hausman & W. E. Taylor, "Panel Data And Unobservable Individual Effects", *Econometrica*, 49, 1981, s. 1377-1398

burada Φ , kümülatif normal dağılım fonksiyonunu göstermektedir. Probit modelin ML yöntemi ile tahmini $\hat{\pi}_t$ 'ni verir ve N'in sonsuza yaklaşmasından dolayı şuna yaklaşacaktır;

$$\Pi = (1 + \sigma_\eta^2)^{-1/2} (I_T \otimes \beta' + em') \quad (3.32)$$

Bu şekilde, $[(1 + \sigma_\eta^2)^{-1/2} \beta \text{ ve } (1 + \sigma_\eta^2)^{-1/2} m]$ 'nin tutarlı tahmincileri, (3.32)'den basitçe elde edilebilmektedir¹⁶¹. Daha sonra Heckman'ın önerisi ile süreç, tahmin edilen parametrelerin (3.29)'da yerlerine yerleştirilmesi ve daha sonra $(1 + \sigma_\eta^2)^{-1/2} \beta \text{ ve } (1 + \sigma_\eta^2)^{-1/2} m$ 'ye bağlı σ_η^2 ile ilgili olan fonksiyonların optimizasyonu şeklinde ilerler¹⁶².

3.2.2.2. Minimum Aralık Tahmincisi

Karmaşık sayısal integrasyonlar içermeyen alternatif bir yaklaşım da, Chamberlain¹⁶³ tarafından önerilen ve (3.32) kısıtlamasını yok sayan, Π 'nin tahmin edilmesi için minimum aralık yaklaşımının kullanılmasıdır. Chamberlain bir çalışmada, 924 evli kadının işgücüne katılma modelini tahmin etmek için, hem sabit etkili logit tahmincisini hem de tesadüfi etkili minimum fark tahmincisini uygulamıştır. Bu tahmin metodları işgücüne katılmada, özellikle küçük çocukların varlığının etkisi nedeniyle farklı sonuçlar vermiştir. Bu farklı sonuçlar, yapısal eşitlikten X_{it} 'nin gecikmeli değerlerinin dışlanması nedeniyle sabit etkili logit modelin yanlış spesifikasyonu yüzünden ya da tesadüfi etkiler spesifikasyonunda μ_i ile X_{it} arasındaki ilişkinin yanlış tanımlanması yüzünden meydana gelmiş olabilir¹⁶⁴. Bu yaklaşımda,

¹⁶¹ Baltagi, **Econometric Analysis Of Panel Data**, s. 182

¹⁶² Hsiao, **a.g.e.**, s. 166

¹⁶³ G. Chamberlain, "Panel Data", In Z. Griliches & M. D. Intriligator, **Handbook Of Econometrics**, Volume II, Amsterdam, Elsevier Science Publishers, 1984, s. 1247-1318

¹⁶⁴ Baltagi, **Econometric Analysis Of Panel Data**, s. 182

$$\pi = \text{vec}(\Pi') = f(\theta)$$

kısıtlaması konulur. Burada, $\theta' = (\beta', m', \sigma_\eta^2)$ 'dir. Bu yöntemde doğrusal durumdaki gibi, minimum aralık tahmincisi kullanılmaktadır. Chamberlain, aşağıdaki eşitliği minimum yapacak bir $\hat{\theta}$ 'nin seçilmesini önerir;

$$[\hat{\pi} - f(\theta)]' \hat{\Omega}^{-1} [\hat{\pi} - f(\theta)] \quad (3.33)$$

burada $\hat{\Omega}$, $\Omega = J^{-1} \Delta J^{-1}$ 'nin tutarlı bir tahmincisidir¹⁶⁵ ve,

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & J_T \end{bmatrix}$$

$$J_T = E \left\{ \frac{\phi_{it}^2}{\Phi_{it}(1 - \Phi_{it})} X_i X_i' \right\}$$

$$\Delta = E[\Psi \otimes X_i X_i']$$

eşitlikleri vardır. Ψ_i , TxT boyutlu matrisinin t,s. elemanı,

$$\psi_{it} = h_{it} h_{is}$$

dir ve bu ifadede h_{it} ,

¹⁶⁵ Hsiao, **a.g.e.**, s. 166

$$h_{it} = \frac{Y_{it} - \Phi_{it}}{\Phi_{it}(1 - \Phi_{it})} \phi_{it} \quad t=1, \dots, T$$

şeklindedir. Standart normal dağılım fonksiyonu ϕ_{it} , πX_i 'ye değer verir. Ω 'nin tutarlı bir tahmincisi, π yerine $\hat{\pi}$ 'nin kullanılması ile elde edilebilir¹⁶⁶.

μ_i 'ye ve hata terimlerine [u_{it} ve $\phi(u_{it} | \mu_i)$] bağlı alternatif bir yaklaşım, ML tahmincisinin hesabını basitleştirir. $u_{it} = \mu_i + v_{it}$ eşitliği vardır ve μ_i , 0 ortalama ve 1 varyansla bağımsız normal dağılmaktadır. Dağılım şöyledir;

$$\begin{aligned} Prob(Y_{i1}, \dots, Y_{iT}) &= \int_{c_{i1}}^{b_{i1}} \dots \int_{c_{iT}}^{b_{iT}} \prod_{t=1}^T \phi(u_{it} | \mu_i) f(\mu_i) d\mu_i du_{i1} \dots du_{iT} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\mu_i) \prod_{t=1}^T [\Phi(b_{it} | \mu_i) - \Phi(c_{it} | \mu_i)] d\mu_i \end{aligned} \quad (3.34)$$

Burada,

$$Y_{it}=1 \text{ ise, } c_{it} = -\beta'X_{it} \text{ ve } b_{it} = \infty$$

$$Y_{it}=0 \text{ ise, } c_{it} = -\infty \quad \text{ve } b_{it} = \beta'X_{it}$$

dir. $f(\mu_i)$, σ_μ^2 varyans ile normal dağıldığı varsayılan μ_i 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonudur ve $\Phi(. | \mu_i)$, $\phi(. | \mu_i)$ 'nin kümülatif dağılım fonksiyonudur. (3.34) eşitliği, T-boyutlu integrasyonu bir tek integrale indirger.

¹⁶⁶ Matyas & Sevestre, **a.g.e.**, s. 423

Ayrıca Butler ve Moffitt¹⁶⁷ Gaussian quadrature sürecini kullanarak, T boyutlu integrasyonu tek integrale indirgemiş ve büyük T'ler için etkin tahminler elde etmeyi başarmışlardır. Gerekli integralin bulunması için Gaussian quadrature formülü, Hermite integrasyon formülüdür ve şu şekildedir;

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} g(z) dz = \sum_{j=1}^l w_j g(z_j) \quad (3.35)$$

burada w_j , j. noktadaki ağırlıkları verir.

Ayrıca Fuller ve Battese¹⁶⁸, dönüştürülmüş değişkenlerin EKK yöntemi ile tahmin edilebileceğini göstermişlerdir. Dönüştürülmüş değişkenler şöyledir;

$$Y_{it} - \lambda \bar{Y}_i \text{ ve } X_{it} - \lambda \bar{X}_i$$

burada, $\lambda = 1 - \sqrt{\Theta}$ eşitliği vardır.

Tesadüfi etkili modelin tahmin metodları, μ_i ve X_{it} 'nin korelasyonsuz olduğunu varsayar ve bu ciddi bir kısıtlamadır. Avery, Hansen ve Hotz¹⁶⁹, χ^2 dağılımına uyan bir bağımsızlık testi test önermişlerdir. Bu testle μ_i ve X_{it} 'nin ortogonalite şartları sınanmaktadır. Eğer exogeneity (bağımlılık) reddedilirse, tahmin edilen model için μ_i ile X_{it} arasındaki korelasyonun yapısının bilinmesi gereklidir.

¹⁶⁷ J. S. Butler & Robert Moffitt, "A Computationally Efficient Quadrature Procedure For The One-Factor Multinomial Probit Model", **Econometrica**, Vol.50, No.3, May 1982, s. 761-764

¹⁶⁸ W. A. Fuller & G. E. Battese, "Transformations Of Linear Models With Nested-Error Structure", **Journal Of The American Statistical Association**, 68, 1973, s. 626-632

¹⁶⁹ Avery B. Robert – Peter Lars Hansen – V. Joseph Hotz, "Multiperiod Probit Models And Orthogonality Condition Estimation", **International Economic Review**, Vol. 24, No. 1, February 1983, s. 21-35

Tercih modellerinde bağımlı değişkenin yanlış sınıflandırılması (misclassification), geleneksel tahmin teknikleri kullanıldığında katsayı tahminlerinin tutarsız olmasına neden olur. Hausman, Abrevaya ve Scot Morton, yanlış sınıflamayı düzeltmede geliştirilmiş bir ML tahmincisi önermişlerdir¹⁷⁰.

¹⁷⁰ J. A. Hausman – Jason Abrevaya – Morton F.M. Scott, “Misclassification Of Dependent Variable In A Discrete-Response Setting”, **Journal Of Econometrics**, Volume 87, Issue. 2, December 1998, s. 239-269

4. BÖLÜM
İMKB’DE İŞLEM GÖREN İMALAT SANAYİİNE AİT HİSSE
SENETLERİ RİSKLERİNİN PİYASA RİSKİNE GÖRE
BÜYÜK OLMA OLASILIĞINI ETKİLEYEN
FAKTÖRLERİN BELİRLENMESİ

Bu bölümde İMKB’de işlem gören imalat sanayi sektöründeki hisse senetlerinin toplam risklerinin, genel endeksin toplam riskinden daha büyük olma olasılığına etki eden faktörler incelenecektir. Bu çerçevede ekonometrik açıdan doğrusal olmayan panel veri modellerinin çözüm yöntemleri incelenecek ve birbirleriyle karşılaştırılacaktır. Ancak daha önce, risk kavramını tanımlamanın faydalı olacağını düşünüyoruz.

4.1. RİSK VE RİSKİ ETKİLEYEN UNSURLAR

Bu bölümde, önce risk kavramı ele alınacak daha sonra riski etkileyebilecek unsurlar incelenecektir.

4.1.1. Risk Kavramı

Bir yatırımcının nihai amacı; hisse senedine yatırdığı birikimi için yeterli, doyurucu bir getiri oranı (verim) elde etmektir. Hisse senetleri, menkul değerler arasında riskli yatırım araçlarından birisidir. Her hisse senedinin gelecekte sağlayacağı getiri oranının, yatırımcının hedeflediği ya da beklediği getiri oranının altına düşme olasılığı vardır. Bu olasılık, yatırımcı açısından hisse senedine yapılan yatırımın riskini oluşturur¹⁷¹. O halde risk, “getirilerdeki değişkenlik” olarak, bir başka ifade ile yatırım dönemi sonunda gerçekleşen getiri oranının, beklenen getiri oranı üzerinde yada altında gerçekleşme durumu ya da “beklentilerden sapma” olarak da tanımlanabilir ve bu değer getirilerin olasılık dağılımının genişliği ile ölçülebilir. Beklenen getirilerin dağılımı ne kadar dar bir alanda gerçekleşiyorsa, değişkenlik de o kadar az olacak ve böylece yatırımlarla ilişkilendirilebilecek risk de o kadar küçük olacaktır.

Getirinin dağılımının değişkenliği, standart sapma ile ölçülebilir. Standart sapma ne kadar küçük ise olasılık dağılımı o kadar dar, buna bağlı olarak da yatırımın riski o kadar küçüktür. Olası getiri oranının, beklenen getiri oranına yakın olması halinde standart sapma (σ) küçük değer alacak, sağlanacak getiri

¹⁷¹ Öztin Akgüç, **Finansal Yönetim**, 6. Baskı, Avcıol Basım, İstanbul, 1994, s. 836

oranının alt ve üst sınırları birbirine yakın olacaktır¹⁷². Sonuç olarak, standart sapmanın küçük olması riskin az olduğunun göstergesidir.

Standart sapma, mutlak rakamlara dayalı bir dağılım ölçüsü olduğu için olası getiri oranlarının değerlerinden büyük ölçüde etkilenir. Dolayısıyla birden fazla hisse senedinin risk dereceleri karşılaştırılırken standart sapmanın esas alınması yanıltıcı olabilir, bu nedenle dağılımın göreceli olarak hesaplanması yani nispi dağılım ölçüsü olan değişim katsayısının (DK) kullanılması uygun olur. Değişim katsayısı, standart sapmanın beklenen getiri oranına bölünmesiyle elde edilir;

$$DK = \frac{\text{i varlıvarlın standart sapması}}{\text{i varlıvarlın beklenen getiri oranı}}$$

Uygulamada varlıkların beklenen getiri oranlarının hesaplanmasında, genellikle geçmiş getiri oranları kullanılmaktadır. Geçmişin geleceğin tahmininde iyi bir gösterge olabileceği varsayımından hareketle varlık beklenen getiri oranı, gerçekleşmiş getiri oranlarının ortalaması olarak hesaplanabilir¹⁷³. O halde değişim katsayısı (DK), gerçekleşmiş getiri oranlarının standart sapmalarının ortalamalarına oranlanması (σ/μ) ile hesaplanabilir. Yatırım araçlarının beklenen getirilerinin değişkenlik göstermesi nedeniyle, birden çok yatırım aracı kıyaslanırken DK, standart sapmaya göre daha fazla tercih edilen bir ölçüdür. Hesaplanan DK değerlerine göre tercih yapılırken DK'sı daha yüksek olan hisse senedinde dağılım daha yaygın olduğundan, söz konusu hisse senedine yapılacak yatırımın alternatif hisse senedine yapılacak yatırımdan daha riskli olduğu sonucuna varılır ve bu nedenle DK değeri daha düşük olan hisse senedi tercih edilir¹⁷⁴.

¹⁷² A. Osman Gürbüz & Yakup Ergincan, **Şirket Değerlemesi Klasik ve Modern Yaklaşımlar**, İstanbul, Literatür, 2004, s. 38

¹⁷³ Erdiñç Altay, **Sermaye Piyasası'nda Varlık Fiyatlama Teorileri**, İstanbul, Derin Yayınları, 2004, s. 15

¹⁷⁴ Gürbüz & Ergincan, **a.e.**, s. 39

Risk çeşitli nedenlere bağlı olarak oluşmaktadır. Bu nedenler iki başlık altında toplanabilir: bunlar sistematik risk ve sistematik olmayan risktir. Şimdi bu riskler ayrıntılı olarak açıklanacaktır.

4.1.1.1. Sistematik Risk

Sistematik risk, ekonomik, politik, sosyal yapı ve bu yapıların değişkenliğinden kaynaklanan ve piyasadaki bütün varlıkları etkileyen bir risk türüdür. Sistematik riski, şirket yöneticilerinin kontrol etme olanağı yoktur. Dolayısıyla bu riskin etkileri firmaların hisse senetlerinin getiri oranlarına yansarak, yatırımcılar için de kontrol edilemeyen risk olmaktadır¹⁷⁵. Sistematik risk, β katsayısı ile ifade edilebilir.

Sistematik riskin kaynakları: faiz oranı riski, satın alma gücü (enflasyon) riski ve piyasa riski olarak gruplanabilir.

- **Faiz Oranı Riski:** Piyasadaki genel faiz oranındaki değişkenliği ifade eden bir risk türüdür. Faiz oranlarındaki değişimler, sabit getirili varlıkların piyasa fiyatlarında ve dolayısıyla getiri oranlarında değişimlerin meydana gelmesine yol açmaktadır. Piyasa faiz oranının yükselmesi, sabit getirili menkul kıymetlerin fiyatlarını düşürerek yatırımcısının zararına neden olurken, aynı zamanda da yatırım tutarını daha yüksek bir faiz oranı ile değerlendirme fırsatının yitilmesi anlamında fırsat maliyetine de neden olur¹⁷⁶.

- **Satın Alma Gücü (Enflasyon) Riski:** Fiyatlar genel seviyesindeki değişkenlikten kaynaklanan bir risk türüdür. Bu risk, yatırımcıların sahip oldukları varlıkların parasal değerlerinde enflasyon nedeniyle meydana gelen kaybı ifade etmektedir¹⁷⁷. Hisse senetleri enflasyona karşı en dirençli finansal varlık türüdür.

¹⁷⁵ Akgüç, a.g.e., s. 837

¹⁷⁶ Altay, a.g.e., s. 6

¹⁷⁷ Altay, a.e., s. 7

Enflasyon dönemlerinde, birikimlerin reel değerlerinin korunabilmesi için hisse senetlerine yatırım yapılması önerilir.

- **Piyasa Riski:** Sermaye piyasasında belirli bir nedene veya nedenlere bağlanabilen fiyat oynamalarının yanı sıra, geçerli ekonomik nedene dayanmayan fiyat değişimleri de görülmektedir. Bunlar, ekonomik nedenlere dayanmayan daha çok psikolojik etkiler sonucu finansal varlık fiyatlarında görülen düşüşlerdir ve yatırımcılar açısından piyasa riskini oluşturur. Genellikle yatırımcıların paniğe kapılmasına neden olan siyasal olaylar veya siyasal gelişmeler, menkul kıymet piyasasında önemli fiyat düşüşlerine yol açmaktadır. Piyasa riski kısa süreli olmasına karşın, paniğe kapılan bazı yatırımcıların bu dönemlerde, finansal varlıklarını paraya çevirdikleri gözlenmektedir¹⁷⁸.

4.1.1.2. Sistemik Olmayan Risk

Firmaya ve/veya firmanın faaliyette bulunduğu endüstriye ait özelliklerin doğurduğu riske “sistemik olmayan risk” denir. Yönetim hataları, grevler, teknolojik gelişmeler, yeni buluşlar, tüketici tercihlerinde değişimler gibi etmenler, hisse senetlerinin getiri oranında sistemik olmayan oynamalara yol açabilir. Sistemik olmayan riskin kaynakları finansal risk, yönetim riski, iş riski şeklinde sıralanabilir.

- **Finansal Risk:** Hisse senetlerini birikim sahiplerine sunan ortaklığın, kaynak yapısı içinde, ortaklığa sabit yükler getiren kaynakların (banka kredileri, tahviller, kira sözleşmeleri gibi) varlığı finansal riski oluşturur. Söz konusu ortaklığın mali yükümlülüklerini yerine getirememesi, bunun sonucu olarak zorunlu tasarrufa gitmesi ya da iflas etmesi, hisse senetleri getiri oranı üzerinde olumsuz etkiler doğurur. Bir firmanın finansal riski değerlendirilirken *borçlar/öz*

¹⁷⁸ Akgüç, a.g.e., s. 838

sermaye; borçlar/aktif toplamı; maddi duran varlıklar/öz sermaye; faiz karşılama oranı; borç servis oranı gibi oranlardan yararlanılabilir.

- **Yönetim Riski:** Firmaların başarıları daha çok yönetici kadrolarının yeteneklerine bağlıdır. Yönetim hataları, hisse senetlerinin değerini belirleyen değişkenleri büyük ölçüde etkiler. Yönetim hataları sonucu firmanın satışları ve karı azalabileceği gibi riski de artabilir.

- **İş Riski:** Bir firmanın satışları ve faaliyet geliri üzerinde olumsuz etki doğurabilecek tüm gelişmeler, iş riski başlığında toplanabilir. Tüketici zevklerindeki değişimler, şiddetlenen dış rekabetler, iş kolunda yaygın grevler, teknolojik gelişmeler iş riskinin kaynaklarına örnek olarak verilebilir. Bu alanlardaki olumsuz gelişmeler, firmanın faaliyet karının azalmasına ve bunun etkisiyle hisse senedinin getiri oranının azalmasına neden olur¹⁷⁹.

Sistemik olmayan risk genel olarak firmadan ve firmanın bağlı bulunduğu endüstriden kaynaklanan risk olarak tanımlanabildiğinden, finansal oranlardaki (rasyolardaki) değişiklikler ile açıklanabilir. Bu nedenle, oranların kısaca açıklanmasında yarar görülmektedir.

Oranlar, sekiz grupta incelenecek ve her bir grupta yer alan belli başlı ve en kapsamlı olan oranlar ele alınacaktır*.

a. Likidite Oranları

Likidite oranları, şirketin kısa süreli borç ödeme gücünü ölçmek ve işletme sermayesinin yeterliliğini saptayabilmek amacıyla kullanılır. Belli başlı likidite oranları şu şekildedir:

¹⁷⁹ Akgüç, a.e., s. 838-840

* Oranlar ile ilgili ayrıntılı bilgi için bkz.: Akgüç Öztin, **Finansal Yönetim**, 6. Baskı, Avcıol Basım, İstanbul, 1994, s. 20-80, Gürbüz Osman A. & Ergincan Yakup, **Şirket Değerlemesi Klasik ve Modern Yaklaşımlar**, İstanbul, Literatür, 2004, s. 92-104

- **Cari Oran (İşletme Sermayesi Oranı):** Dönen varlıkların yani firmanın kısa süreli yükümlülüklerini karşılamakta kullanabileceği iktisadi değerlerin kısa vadeli borçlara bölünmesi ile elde edilmektedir.

$$\text{Cari Oran} = \frac{\text{Dönen Varlıklar}}{\text{Kısa Vadeli Borçlar}}$$

Bu oran, firmanın kısa süreli borçlarını ödeme gücünü ölçmek ve net işletme sermayesinin yeterli olup olmadığını saptamak için hesaplanır.

- **Likidite Oranı (Asit Test Oranı):** Bu oran dönen varlıklara dahil edilen likiditeleri nispeten düşük değerler ve stokların dönen varlıklardan indirilip kısa vadeli borçlara bölünmesi ile elde edilir.

$$\text{Likidite Oranı} = \frac{\text{Dönen Varlıklar} - \text{Stoklar}}{\text{Kısa Vadeli Borçlar}}$$

Bu oran, formülünden de görüldüğü gibi, cari oranı tamamlayan ve onu daha anlamlı kılan bir orandır.

- **Nakit Oran:** Para ve para benzeri varlıkların kısa vadeli borçlara bölünmesi ile elde edilir. Firmanın satışlarının durması ve alacaklarını tahsil edememesi halinde kısa vadeli borçlarını karşılayabilme gücünü gösterir ve,

$$\text{Nakit Oranı} = \frac{(\text{Kasa/Banka}) + \text{Pazarlanabilir Menkul Kıymetler}}{\text{Kısa Vadeli Borçlar}}$$

şeklinde formüle edilebilir.

b. Finansal Yapı Oranları

Finansal yapı oranları, şirketlerin finansal yapı analizinde şirketin ölçülü bir şekilde finanse edilmiş olup olmadığı; şirkete borç verenlerin emniyet paylarının yeterli olup olmadığı; şirketin uzun süreli yükümlülüklerini karşılayabilir durumda olup olmadığı gibi konulara açıklık getirilmesi için hesaplanır.

- **Borçların Aktif Toplamına Oranı (Kaldıraç Oranı):** Aktiflerin yüzde kaçının yabancı kaynaklarla yani borçlarla finanse edildiğini gösterir.

- **Öz Sermayenin Aktif Toplamına Oranı (Öz Sermaye Oranı):** Firma kaynaklarının yüzde kaçının firma sahip ya da sahipleri tarafından sağlandığını gösterir. Özellikle, uzun vadeli kredi verenlere firmanın mali gücünü gösterir.

Bu oranın tersi, yani aktif toplamının sermaye toplamına oranı “*öz sermaye çarpanı*”dır. Öz sermaye çarpanı da finansal kaldıraçın bir ölçüsüdür.

- **Borçların Öz Sermayeye Oranı:** Firmanın borçlanma yoluyla sağladığı yabancı kaynak ile firma sahip veya sahiplerinin kattığı sermaye arasındaki ilişkiyi gösterir. Bu oran *borçlanma katsayısı* olarak da bilinir.

- **Kısa Vadeli Borçların Toplam Borçlara Oranı:** Firmanın borçlarının vade yapısı hakkında bilgi verir.

- **Uzun Vadeli Borçların Kaynak (Pasif) Toplamına Oranı:** Firmanın kullandığı kaynaklar arasında, uzun vadeli borçların görece önemini ortaya koymak için hesaplanır.

- **Maddi Duran Varlıkların Öz Sermayeye Oranı:** Bu oran, firmanın öz sermayesinin ne ölçüde maddi duran varlıkların finansmanında kullanıldığını göstermektedir.

c. Faaliyet (Aktivite) Oranları

Faaliyet oranları, şirket varlıklarının etkin kullanılıp kullanılmadığını belirleyen oranlardır.

- **Alacak Devir Hızı (Dönüşüm Çabukluğu):** Kredili satışların, ticari alacaklara oranını verir.

$$\text{Alacak Devir Hızı} = \frac{\text{Kredili Satışlar}}{\text{Ticari Alacaklar}}$$

Alacak devir hızı ya da alacakların paraya dönüşüm çabukluğu, alacakların tahsil kabiliyetini ve likiditesini gösteren bir ölçüdür.

- **Stok Devir Hızı (Stok Dönüşüm Çabukluğu):** Bir firmanın stoklarının ne kadar hızlı satıldığını gösterir. Satılan malın maliyetinin, ortalama stoka oranı şeklinde hesaplanır.

$$\text{Stok Devir Hızı} = \frac{\text{Satılan Malın Maliyeti}}{\text{Ortalama Stok}}$$

Bu oran, satılan mal maliyetinin her zaman sağlıklı olarak belirlenememesi nedeniyle, net satışların ortalama stoklara oranı şeklinde de hesaplanabilir.

- **Aktif Devir Hızı:** Net satışların, aktif toplamına bölünmesi ile elde edilir.

$$\text{Aktif Devir Hızı} = \frac{\text{Net Satış Tutarı}}{\text{Toplam Aktifler}}$$

Bir işletmede, sermaye yoğun bir teknoloji kullanılmasının göstergesi ya da varlık kullanımının bir ölçüsü olarak değerlendirilebilir ve işletmenin aktif yapısı içinde duran varlıkların göreceli önemini yansıtır.

- **Öz Sermaye Devir Hızı:** Net satışların ortalama öz sermayeye oranıdır.

$$\text{Öz Sermaye Devir Hızı} = \frac{\text{Net Satış Tutarı}}{\text{Ortalama Öz Sermaye}}$$

Öz sermaye devir hızı, bir firmanın öz sermayesini ne ölçüde etkin kullandığını ifade eden bir göstergedir.

- **Maddi Duran Varlıklar Devir Hızı:** Net satışların maddi duran varlıklara oranıdır.

$$\text{Maddi Duran Varlıklar Devir Hızı} = \frac{\text{Net Satış Tutarı}}{\text{Maddi Duran Varlıklar (net)}}$$

Bu oran, bir firmanın maddi duran varlıklara aşırı yatırım yapıp yapmadığının, işletmede aylak üretim kapasitesi olup olmadığını araştırmak için kullanılan bir orandır.

d. Karlılık Oranları

Karlılık oranları, yatırımlara ve satışlara göre karlılığı ölçen oranlardır.

- **Net Karın Öz Sermayeye Oranı:** Karla, sermaye arasındaki ilişkileri inceler. Bunu ifade etmek için “mali rantabilite” terimi kullanılır. Bu oran, firma sahip veya sahipleri tarafından sağlanan sermayenin bir birimine düşen nispetini ortaya koyar.

- **Net Karın (Vergiden Sonraki Karın) Toplam Aktiflere Oranı:** Bir firmanın yapmış olduğu yatırımların karlılığını, bir başka ifade ile aktif değerlerinin ne ölçüde verimli kullanıldığını göstermek için hesaplanır.

- **Esas Faaliyet Karının Toplam Aktiflere Oranı:** Bir firmanın esas faaliyetlerinin karlılığını gösteren bir orandır.

- **Net Karın Net Satış Tutarına Oranı:** Bu oran, firmaların satışlarından ne kadar kar ettiğini ortaya koymaktadır.

- **Satılan Mal Maliyetinin Net Satış Tutarına Oranı:** Satışların içinde maliyetin oranını vermektedir. Oranın düşme eğiliminde olması olumlu bir gelişme olarak düşünülebilir.

- **Faaliyet Karının Net Satış Tutarına Oranı:** İş hacmi rantabilitesi olarak da değerlendirilen bu oran, bir firmanın esas faaliyetlerinin ne ölçüde karlı olduğunu ortaya koymaya yardımcı olur.

e. Büyüme Oranları

Bu oranlar satışların, öz sermayenin, karın ve toplam aktiflerin bir önceki döneme göre değişimini gösterirler.

- **Öz Sermaye Büyüme Hızı:** Öz sermayenin bir önceki döneme göre pozitif ya da negatif yönde değişimini gösteren bir orandır ve,

$$\text{Öz Sermaye Büyüme Hızı} = \frac{\text{Öz Sermaye}_t - \text{Öz Sermaye}_{t-1}}{\text{Öz Sermaye}_{t-1}} \times 100$$

şeklinde hesaplanabilir.

- **Net Satış Büyüme Hızı:** Net satışların bir önceki döneme göre değişimini gösteren orandır ve öz sermaye büyüme hızı gibi hesaplanabilir.

- **Net Kar Büyüme Hızı:** Net karın bir önceki döneme göre değişimini gösteren orandır ve öz sermaye büyüme hızı gibi hesaplanabilir.

- **Aktif Büyüme Hızı:** Aktiflerin bir önceki döneme göre değişimini gösteren orandır ve öz sermaye büyüme hızı gibi hesaplanabilir.

f. Firmanın Sabit Yükümlülüklerini Karşılama Gücünü Ölçmek İçin Kullanılan Oranlar

Bu oranlar içinde faiz karşılama oranı ve borç servis oranı açıklanacaktır.

- **Faiz Karşılama Oranı:** Faiz karşılama oranı, bir firmanın ödemek zorunda olduğu faizin kaç katını kazandığını gösterir ve,

$$\text{Faiz Karşılama Oranı} = \frac{\text{Kar} + \text{Ödenen Faizler}}{\text{Ödenen Faizler}}$$

şeklinde hesaplanır. Bu oranın hesaplanması ile, firmanın mali darlığa düşmeden faiz öderken gelirlerinin ne ölçüde azalabileceği konusunda fikir edinilir.

- **Borç Servis Oranı:** Bu oran, firmanın uzun süreli borç taksitlerini ödeme gücünü saptamak için kullanılır.

$$\text{Borç Servis Oranı} = \frac{\text{Kar} + \text{Nakit Çıkışı Gerektirmeyen Giderler} + \text{Faizler}}{\text{Faizler} + \text{Anapara Taksit Ödemeleri}[1/(1 - t)]}$$

Yukarıdaki formülde t, firmanın geliri üzerinden ödemek zorunda olduğu vergi oranını göstermektedir.

g. Kaldıraç Oranları

Kaldıraç oranları, finansal kaldıraç ve faaliyet kaldıraç oranları olarak açıklanabilir.

- **Faaliyet Kaldıracı:** Bir şirketin giderlerinin bir bölümünün iş hacmi ne olursa olsun sabit gider niteliğinde olması, faaliyet kaldıracına olanak vermektedir. Bu oran,

$$\text{Faaliyet Kaldırıcı Derecesi} = \frac{\text{Kardaki Görece Değişme}}{\text{Üretim Ve Satışlardaki Görece Değişme}}$$

şeklinde hesaplanabilir.

- **Finansal Kaldıraç:** Bir şirketin kaynakları arasında şirkete sabit yük getiren kaynakların bulunması finansal kaldıraç etkisine yol açmaktadır ve,

$$\text{Finansal Kaldıraç Derecesi} = \frac{\text{Net Kardaki Görece Değişme}}{\text{Faiz Ve Vergiden Önceki Kardaki Görece Değişme}}$$

şeklinde hesaplanabilir.

h. Piyasaya İlişkin Oranlar (Borsa Performans Oranları)

Piyasada benzer varlıkların değerlemelerini karşılaştırılabilmek için, değerleri standartlaştırmak gereklidir. Bu karşılaştırma, varlıkların yarattıkları karla ve varlıkların kendi defter değerleri ile yapılabilir.

- **Fiyat Kazanç Oranı:** Gelişmiş finansal piyasalara sahip ülkelerde, finansal varlık fiyatlarının yanı sıra kullanılan önemli bir değer ölçüsü, fiyat kazanç oranıdır. Şirketin piyasa değerinin yıllık bazda net karın kaç katı olduğunu gösterir ve hisse senedi fiyatlarının hisse başına net kara bölünmesi ile elde edilir. Hisse senedinin değerinin düşük ya da yüksek olduğunu göstermektedir. Fiyat kazanç oranı aşağıdaki gibi formüle edilebilir;

$$\text{Fiyat Kazanç Oranı (FK)} = \frac{\text{Hisse Senedi Fiyatı}}{\text{Hisse Başına Kar}}$$

ya da,

$$\text{Fiyat Kazanç Oranı (FK)} = \frac{\text{Piyasa Değeri}}{\text{Net Dönem Karı}}$$

Burada hisse başına kar, net karın hisse senedi sayısına oranlanması ile elde edilmektedir.

- **Piyasa Değeri Defter Değeri Oranı:** Yatırımcılar, hisse senetlerinin göreceli olarak değerlendirilmeleri nedeniyle, genellikle hisse senedi için piyasada ödenen fiyat ile öz sermayenin defter değeri arasındaki ilişkiye bakmaktadır. Bu oran, büyüme potansiyeli ve her bir sektördeki yatırımın niteliğine bağlı olarak sektörler arasındaki önemli farklılıkları gösterebilmektedir¹⁸⁰. Bu oran, hisse senedinin piyasa değerinin öz sermayesinin kaç katı olduğunu göstermektedir.

$$\text{Piyasa Değeri Defter Değeri Oranı} = \frac{\text{Hisse Senedi Piyasa Değeri}}{\text{Pay Başına Defter Değeri}}$$

Burada pay başına defter değeri, öz sermayenin hisse senedi sayısına oranlanması ile elde edilmektedir.

4.2. MODELDE KULLANILACAK DEĞİŞKENLER VE VERİLER

Yapılacak olan uygulamanın amacı; İMKB’de işlem gören imalat sanayiine ait hisse senetlerinin toplam risklerinin, genel endeksin toplam riskinden büyük olma olasılığını etkileyen faktörlerin ortaya konulmasıdır. Toplam riski temsil etmek üzere, standart sapmaya göre üstünlüklerinden ötürü değişim

¹⁸⁰ Gürbüz & Yakup, a.e., s. 175

katsayısı (DK) kullanılacaktır. Değişim katsayısı daha önce bahsedildiği gibi, hisse senedi risklerinin beklenen getirilerine bölünmesiyle elde edilir.

İmalat sanayiinde 1992-2003 yılları arasında sürekli işlem gören hisse senetlerinden, 26 tanesi örnek olarak seçilmiştir. Bu hisse senetlerinin isimleri modeldeki sıralarına göre Ek I’de yer almaktadır.

İncelenen 26 hisse senedinin ve İMKB Ulusal-100 endeksin riski, değişim katsayısı formülü yardımıyla hesaplanmıştır. Tablo 1’de İMKB Ulusal-100 endeksin değişim katsayıları (riskleri) yer almaktadır.

Tablo 1. 1992-2003 Yıllarında İMKB Ulusal-100 Endeksinin Toplam Riski (Değişim Katsayısı, %)

<u>Yıllar</u>	<u>Endeks</u>
1992	1.430578
1993	-8.3623
1994	54.30445
1995	-1.68146
1996	1.161099
1997	-3.96243
1998	3.133934
1999	1.210792
2000	4.243142
2001	5.458888
2002	0.712172
2003	-16.8329

Tablo 2’de, İMKB’de işlem gören imalat sanayiine ait 26 hisse senedinin hesaplanan değişim katsayıları (riskleri) yer almaktadır.

Uygulamanın yapılmasındaki amaç, hisse senetleri toplam risklerinin genel endeksin toplam riskinden büyük olma olasılığını etkileyen faktörleri belirlemek olduğuna göre, bağımlı değişken şu şekilde tanımlanabilir;

Hisse senedi toplam riski > genel endeksin toplam riski ise, $Y = 1$

Hisse senedi toplam riski < genel endeksin toplam riski ise, $Y = 0$

Tablo 3’de ise, bağımlı değişkene ait veriler yer almaktadır.

Tablo 2. İMKB’de İşlem Gören İmalat Sanayiine Ait Hisse Senetlerinin Toplam Riskleri (Değişim Katsayıları, %)

Hisse Senetleri	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Aksa	4.411266	-20.2206	2.942192	-70.2305	1.316411	-3.48364	2.608091	3.55645	2.264043	2.542849	1.942091	3.461997
Bagfaş	3.264817	8.249467	3.773985	-5.75582	2.620329	5.626273	1.191784	3.99392	2.071181	24.36602	1.098912	-4.73759
Bolu Çimento	4.572575	7.19358	2.645757	-5.43277	1.4941	10.30777	1.9877	1.880464	-27.3345	3.371145	1.357417	-6.94382
Duran Ofset	2.668126	-54.1403	5.307641	4.742051	2.319031	-2.23024	3.105448	3.017127	5.598506	1.973876	1.716034	-5.46099
Eczacıbaşı İlaç	2.357033	5.064656	112.5124	-19.4222	2.068034	4.061801	3.258351	1.448336	4.565022	6.782277	1.353048	-4.87986
Ege Endüstri	-8.80198	2.228716	1.934918	-8.3857	3.696837	4.61598	1.173044	2.618215	2.371676	102.5269	1.001123	5.562947
Ege Gübre	2.984225	6.58863	3.737197	30.14689	2.430678	3.503396	2.506684	5.790564	3.68226	3.814375	1.299407	6.404798
Gentaş	6.572103	14.93573	3.235619	15.05821	2.564095	-9.0133	1.467767	1.383967	3.190083	2.603658	1.29323	4.978118
Good-Year	4.437813	6.805741	7.104839	59.69928	2.127165	-17.5091	2.910786	1.236468	2.883859	6.619032	0.763632	3.067591
Gübre Fab.	1.988397	-19.2208	3.763184	-2.62784	1.99392	5.559687	4.748545	2.062855	9.316347	4.607718	0.667649	-153.236
Hektaş	2.484418	26.31197	4.969994	930.3736	2.840427	8.684712	5.534726	3.203838	2.009279	5.651559	0.854069	21.89996
Kütahya Por.	4.487588	2.206467	4.661305	5.416083	2.645138	9.735633	3.446967	3.022808	8.612857	2.566636	1.882538	2.189501
Konya Çimento	2.369923	2.970681	8.051794	-11.0287	2.041657	4.503351	2.622582	2.927024	10.43289	2.89364	1.455354	3.474334
Petkim	14.27246	-18.9231	4.969599	-5.55865	2.240963	4.891824	1.737484	3.364547	2.778842	2.499323	1.428089	-3.35155
Pimaş	2.262775	-3.27583	4.200347	-7.24216	2.095338	-5.73156	1.438892	1.445193	2.926988	6.38775	1.440675	4.649638
Sarkusan	3.068882	-26.3413	3.39409	-65.5453	1.482203	-10.3462	2.563162	3.129337	4.935456	2.639714	1.329929	104.0334
Tire Kutsan	2.897897	9.901586	10.71607	13.69973	1.66683	-5.96632	1.41025	3.910942	3.532826	2.289453	1.036654	5.260164
Uşak Seramik	2.781712	-3.61528	6.909417	79.55901	3.512956	12.16657	3.019756	2.997073	74.67507	1.9628	2.014346	5.644078
Tüpraş	3.3502	-11.274	2.634734	-2.39038	1.618457	3.832838	1.816848	2.167473	3.876541	5.004965	1.978424	36.16551
Kartonsan	1.380058	37.83351	2.651814	10.76215	1.481172	18.8071	3.189191	2.194694	3.01589	2.624838	1.083901	-12.0344
Kelebek Mobilya	7.119176	-5.28226	8.633564	-8.20857	2.239394	-8.91832	3.074783	1.653645	3.84651	3.424626	1.587591	6.16924
Lüks Kadife	3.789513	5.442034	2.711881	-17.8467	2.404858	-2.38995	1.95598	1.568309	17.33471	2.420679	1.945796	-22.9542
Altınyıldız	12.25206	5.440129	13.79445	-8.05055	1.959787	-19.974	3.602209	1.937239	3.441427	11.03586	1.943531	-6.12473
Derimod	39.01235	4.381051	5.775974	4.659924	2.229574	-4.22233	2.398359	1.613254	4.231014	5.337965	1.510288	-6.39048
Akal Tekstil	9.062412	-6.02992	2.66467	78.65066	1.894846	-2.77656	3.267519	2.321397	3.731501	17.33389	0.769983	2.319834
Okan Tekstil	3.602963	62.91978	3.256797	4.776719	2.561221	-3.36391	4.975677	6.153435	3.717319	3.384761	1.151135	-2.50051

Tablo 3. İkili Tercih Değişkeni Olan Bağımlı Değişkene Ait Veriler

Hisse Senetleri	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Aksa	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
Bagfaş	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1
Bolu Çimento	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1
Duran Ofset	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1
Eczacıbaşı İlaç	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
Ege Endüstri	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
Ege Gübre	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1
Gentaş	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
Good-Year	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
Gübre Fab.	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
Hektaş	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1
Kütahya Por.	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1
Konya Çimento	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
Petkim	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
Pimaş	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
Sarkusan	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
Tire Kutsan	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
Uşak Seramik	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1
Tüpraş	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
Kartonsan	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
Kelebek Mobilya	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
Lüks Kadife	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
Altinyıldız	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1
Derimod	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
Akal Tekstil	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1
Okan Tekstil	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1

Bağımlı değişkene ait veriler bu şekilde tanımlandıktan sonra, sıra bağımsız değişkenleri belirlemeye gelmiştir. Hisse senedi toplam riski, önceki bölümlerde bahsedildiği gibi sistematik ve sistematik olmayan risklerden oluşur. Sistematik riskin kaynaklarından olan enflasyon ve faiz oranlarındaki değişimler makro iktisadi değişkenlerdir ve bütün birimler için aynı zaman serisine sahiptirler. Bu nedenle, panel veriye uymazlar. Ayrıca siyasi nedenlerle yatırımcının paniğe kapılması gibi psikolojik faktörler de gözlenemediğinden model kapsamına alınamazlar. Bu nedenle kurulacak olan modelde sistematik riskin kaynakları yer almayacak, sadece sistematik olmayan riski etkileyen faktörler modele bağımsız değişken olarak alınacaktır. O halde amacımız, sadece sistematik olmayan riskin kaynaklarından sayılabilecek bir takım finansal oranların (rasyoların) toplam risk üzerindeki etkilerini belirlemektir. Ancak daha önce ayrıntıları ile açıklanan finansal oranlardan toplam borçlar toplam öz sermaye oranı ve toplam borçlar toplam aktif oranı değişkenlerinin korelasyonlarının çok yüksek olması nedeniyle, toplam borçlar toplam öz sermaye oranı değişkeni; benzer şekilde toplam karın toplam aktiflere oranı ile esas faaliyet karının toplam aktiflere oranı değişkenlerinin korelasyonlarının çok yüksek olması nedeniyle, toplam karın toplam aktiflere oranı değişkeni kurulacak olan modellerde yer almayacaktır. Ayrıca, borç servis oranı, finansal kaldıraç ve faaliyet kaldırıcı değişkenlerine ait verilerin tam olmaması, modelde kullanılacak veri sayısına (dolayısıyla serbestlik derecesine) ciddi bir kısıtlama getireceğinden modele alınmayacaktır. Böylece ilk aşamada, sistematik olmayan riskin kaynaklarından olan ve Ek II'de yer alan 24 değişken, modelimizin bağımsız değişkenleri olarak düşünülebilir.

Daha önce sayılan nedenlerle sistematik riskin kaynaklarının modele alınamaması, verilerinin eksikliği nedeniyle modele alınamayan değişkenler olması, İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında piyasa etkinliğinin düşük olması, düşük bir derinliğe sahip olması ve dışsal faktörlerden etkilenme olasılığının yüksek olması, gerek İMKB'nin halka açıklığının gerekse hisse senedi sayısının az olması ve finansal piyasada çok önemli olan yatırımcı davranışları (psikolojik faktörler) nedenleriyle modelin açıklama gücünün düşük olacağı beklenmektedir.

Bu nedenle, uygulamadaki esas amacımız, bağımlı değişkeni etkileyebilecek faktörlerin ortaya konmasıdır, bu faktörlerin modeli açıklama gücü bizim için ikinci plandadır.

Bağımsız değişkenleri oluşturan finansal oranlara ait veriler, şirketlerin bilançolarından tek tek hesaplanmıştır. Riski etkileyebilecek çok fazla sayıda değişken olması ve bu değişkenlerin aralarında çoklu bağlantı olma olasılığı, bu değişkenlerin hepsinin modelde bağımsız değişken olarak yer almasını olanaksız kılmaktadır. Bu nedenle, bağımsız değişken sayısının azaltılması gereklidir. Bağımsız değişken sayısını azaltmak için stepwise regresyon (adım adım ya da adimsal regresyon) yöntemi kullanılmıştır*. Stepwise regresyon lojistik olarak yapılmıştır ve sonuçta bağımsız değişken sayısı 24 taneden 5 taneye indirilmiştir. Stepwise regresyon tahminleri Ek III'de verilmektedir. Stepwise yöntemi sonucunda seçilen bağımsız değişkenler; uzun vadeli borçların toplam pasiflere oranı (X24), satılan mal maliyetinin net satış tutarına oranı (X19), aktif büyüme hızı (X2), satış büyüme hızı (X20), maddi duran varlıklar devir hızı (X15)'dir .

4.3. TAHMİN EDİLEN MODELLER

Stepwise yöntemi ile bağımsız değişkenler belirlendikten sonra, modelin sabit etkiler varsayımı ile mi, tesadüfi etkiler varsayımı ile mi kurulacağına karar vermek için bir takım testler yapılmıştır.

1. Test: LM Testi

Breusch ve Pagan'ın Lagrangian Multiplier (LM) testinin, tesadüfi etkilerin geçerliliğini sınamak için yapıldığından daha önce bahsedilmişti. Ek IV'e bakıldığında, LM testi için hesaplanmış χ^2 değerinin 0.68 olduğu görülür. Bu değer 1 serbestlik dereceli χ^2 tablo değeri* ile karşılaştırılınca χ^2 hesap

* Stepwise yöntemi; çalışmada birden fazla bağımsız değişken öngörülüyorsa araştırmacı hem gerçekten tek başına etkin olan nedensel etkenleri ayırd edebilmek hem de sadece yeterli sayıda değişken kullanarak en yüksek kestirimi sağlamak için bir araç olarak tanımlanabilir.

* %95 güven seviyesinde, 1 serbestlik dereceli χ^2 tablo değeri: 3.84'dür.

değeri χ^2 tablo değerinden küçük olduğundan (ya da $\text{Prob}>\chi^2=0.4088$) H_0 hipotezinin kabul edildiği yani tesadüfi etkilerin geçerli olmadığı söylenebilir.

2. Test: LR Testi

Tesadüfi etkilerin geçerli olmadığının kabulünden sonra, modelin sabit etkiler varsayımı ile mi klasik model olarak mı kurulacağına karar vermek için LR testi yapmak gereklidir. Bu testte sabit etkili model kısıtsız; klasik model kısıtlı model olarak kabul edilir ve her iki modelin log-olabilirliklerinin yardımıyla test yapılır.

Kısıtlı modelin log-olabilirliğinin -182.4162 olduğu (bkz. Ek XVI) ve kısıtsız modelin log-olabilirliğinin ise -135.93032 (bkz Ek V) olduğu görülmektedir. LR istatistiği şu şekilde hesaplanabilir;

$$2*(l(\text{kısıtlı})-l(\text{kısıtsız}))=2*(-182.4162-(-135.93032))= -92.97176$$

Bu değer 1 serbestlik dereceli χ^2 tablo değeri (3.84) ile karşılaştırılınca, H_0 hipotezi reddedilir ve sabit etkili modelin geçerli olduğuna karar verilir. O halde, modeller sabit etkiler varsayımı ile kurulmalıdır.

1. Model: Sabit Etkili Logit Model

Sabit etkiler varsayım altında kalitatif bağımlı değişkene sahip modeller için, sabit etkili logit model akla ilk gelen seçenektir. Bu modelin tahminlerine bakıldığında (ayrıntılı çıktı Ek V'te yer almaktadır);

$$\begin{aligned} Y &= 0.253X_{19}-0.047X_{15}-0.007X_2+5.987X_{24}-0.008X_{20} \\ z &\quad (2.36) \quad (-0.94) \quad (-1.86) \quad (1.77) \quad (-2.25) \\ p &\quad (0.018) \quad (0.349) \quad (0.063) \quad (0.077) \quad (0.024) \\ LR &= 29.29 (p = 0.0000) , \text{pseudo-}R^2=0.0638 \end{aligned}$$

Bu modelde z istatistik değerlerine bakıldığında; bu değerlerin z tablo değerinden * küçük olması sebebiyle %95 güven düzeyinde X15 değişkenine ait katsayının sıfır olduğu şeklinde kurulan H_0 hipotezi kabul edilecek bir başka ifade ile bu değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisinin anlamsız olduğu kabul edilecektir. Diğer değişkenler ise anlamlıdır. X19 ve X20 değişkenleri %95 güven düzeyinde; X2 ve X24 değişkenleri ise %90 güven düzeyinde anlamlı sayılabilir. p (probability) değerlerinden de aynı sonuç çıkarılabilir; örneğin X19 değişkeni ele alındığında bu değişkenin modele alınmasıyla I. tip hata yapma olasılığı 0.019 (%1,9)'dur; %98 güven düzeyinde bu değişken anlamlıdır. X15 değişkenine ait p değerlerinin ise 0.1'den büyük olması nedeniyle %90 güven düzeyinde bu değişkenin anlamsız olduğu söylenebilir. Bundan sonraki yorumlar, daha pratik olduğu için p değerleri kullanılarak yapılacaktır.

Anlamlı olan değişkenlerin katsayılarının işaretleri incelendiğinde tüm işaretlerin teoride beklenen yönde olduğu görülmektedir. Satılan mal maliyetinin net satışlara oranı değişkenine (X19'a) ilişkin katsayının işareti pozitifdir. Bu oranın artması, inceleme döneminde satışların içinde satılan mal maliyetinin arttığını göstermektedir ki bu da firma için olumsuz bir gelişme olarak sayılabileceğinden riskliliği arttıran bir etken olarak düşünülebilir. Aktif büyüme hızı (X2) ve satış büyüme hızı (X20) değişkenlerinin işaretleri negatiftir. Bir firmada aktiflerde ve satışlarda bir önceki döneme göre büyümenin artması olumlu bir gelişme sayılabileceğinden riskliliği azaltıcı bir unsurdur. Uzun vadeli borçların toplam pasiflere oranı değişkeninin (X24) işareti ise pozitifdir. Bu oranın yükselmesi, firmanın kullandığı kaynaklar arasında uzun süreli borçların görece olarak öneminin arttığını ortaya koyar. Aşırı derecede uzun vadeli borç kullanımı, firmaların her yıl ödemek zorunda kalacakları faiz yüklerini arttırdığı gibi, özellikle ekonominin durgunluk dönemlerinde firmaların borç taksitlerini ödeyememe olasılığını da arttırır. Sadece konjonktür hareketleri az ve satışları istikrarlı firmalar için, uzun vadeli borç kullanımı daha uygundur. Bu nedenlerden dolayı değişkenin risklilik üzerindeki etkisinin olumsuz olduğu, riskliliği arttırıcı bir etken olduğu söylenebilir.

* %95 güven seviyesinde z tablo değeri: 1.96'dır.

İkili seçim modellerinde, modelde parametrelerin hepsinin birlikte anlamlılığını sınanan F testinin yerine, LR testinin kullanılacağından bahsedilmişti. LR istatistiğinin p değeri 0.05'ten küçük olduğundan, %95 güven düzeyinde H_0 hipotezinin reddedildiği yani modeldeki bağımsız değişkenlerin beraberce bağımlı değişkeni açıklamakta anlamlı olduğu söylenebilir. Ayrıca bu tür modellerde R^2 yerine pseudo- R^2 kullanılır. Bu değere bakıldığında modelde tüm bağımsız değişkenler beraberce, bağımlı değişkendeki değişkenliğin %6'sını açıklamaktadır. Bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkeni açıklama gücü olarak %6 düşük bir düzeydir. Fakat tercih modellerinde R^2 'nin klasik regresyonlardan hesaplanan R^2 'den oldukça düşük olduğu göz önünde bulundurulmalıdır. Öte yandan, daha önce bahsedilen nedenlerden dolayı da R^2 'nin düşük çıkmış olduğu düşünülmektedir. Nitekim başta da ifade ettiğimiz gibi tahminlerde öncelikli amacımız R^2 'yi yükseltmek değildir.

2. Model: Sabit Etkili Within Regresyon Modeli

Model sabit etkiler varsayımı altında doğrusal olasılık modeli ile tahmin edildiğinde sonuçlar aşağıdaki gibi elde edilmiştir (bkz Ek VI);

$$Y = 0.819 + 0.057X_{19} - 0.011X_{15} - 0.001X_2 + 1.195X_{24} - 0.001X_{20}$$

$$t \quad (8.04) \quad (2.60) \quad (-1.02) \quad (-1.97) \quad (1.84) \quad (-2.38)$$

$$p \quad (0.000) \quad (0.010) \quad (0.311) \quad (0.050) \quad (0.067) \quad (0.018)$$

$$R^2 = 0.0922, \text{ grup-içi } R^2 = 0.1060, \text{ gruplar-arası } R^2 = 0.0290$$

$$F(5, 269) = 6.38 \quad \text{Prob}>F = 0.0000, \quad \text{cor}(u, X\beta) = -0.1690$$

$$\text{Tüm } u' \text{lar}=0' \text{ı sınanan F test: } f(25, 269) = 0.86 \quad \text{Prob}>F = 0.6569$$

Katsayıların tek tek anlamlılıklarının sınanmasında kullanılan t istatistiğinin p değerlerine bakıldığında, sabit etkili logit modelindeki gibi X_{15} değişkeni dışındaki bağımsız değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin anlamlı olduğu görülmektedir ($p < 0.1$). Parametrelerin işaretleri bir önceki modelle aynı ve beklenen yöndedir. F istatistiği için p değerine bakılırsa,

H_0 hipotezinin reddedildiği yani modeldeki bağımsız değişkenlerin beraberce, bağımlı değişkeni açıklamakta anlamlı olduğu söylenebilir. Modeldeki tüm bağımsız değişkenler beraberce, bağımlı değişkendeki değişkenliğin %9'unu açıklamaktadır. Ayrıca tüm u'ların (birim etkinin) 0'a eşit olduğu hipotezi de F testi ile test edilmiş ve p değerinden hareketle (0.5) H_0 hipotezi kabul edilmiştir. Yani %95 olasılıkla tüm u'lar sıfıra eşittir. Bu da, sabit etkiler varsayımının bir sonucudur. Ayrıca sabit etkiler varsayımı ile kurulan modellerde, birim etki (u) ile bağımsız değişkenler (X) arasında korelasyona izin verildiğinden bahsedilmişti, bu korelasyon %1.16'dır.

Yapılan testler sonucunda, modelde sabit etkiler varsayımının geçerli olduğuna karar verilmiş olsa da, bu modeller iyi performans sergilememiştir. Karşılaştırma yapmak amacıyla model tesadüfi etkiler varsayımıyla da çözülecektir. Ayrıca, amaç örnekteki etkileri yorumlamaktan ziyade, tüm etkiler için yorum yapmak (birim etkilerden bağımsız yorum yapmak), yani tüm ana kütle için sonuç çıkarmak olduğu için tesadüfi etkiler varsayımını kullanmak mantıklı bir yol gibi görülebilir.

3. Model: Tesadüfi Etkili Logit Model

Tesadüfi etkili logit modeli ile elde edilen tahmin sonuçları aşağıdaki gibidir (bkz. Ek VII).

$$Y = 1.616 + 0.184X_{19} - 0.077X_{15} - 0.006X_2 + 3.560X_{24} - 0.007X_{20}$$

z	(4.65)	(2.01)	(-2.49)	(-1.67)	(1.63)	(-2.18)
p	(0.000)	(0.044)	(0.013)	(0.094)	(0.102)	(0.030)

Pseudo $R^2 = 0.0772$, Wald = 26.24 (p=0.0001)

Bu modeldeki tüm parametreler için p değerleri 0.1 değerinden küçük olduğu için, sabit terim ve tüm bağımsız değişkenlerin %90 güven düzeyinde modelde anlamlı olduğu söylenebilir. Katsayıların işaretleri beklendiği yöndedir. Daha önce kurulan modellerden farklı olarak bu modelde, diğer modellerden

farklı olarak X15 değişkeni de anlamlıdır ve işareti incelenmelidir. Modelimizde maddi duran varlıkların devir hızı değişkeninin (X15) katsayısının işareti negatiftir. Bu oranın yükselme eğiliminde olması, işletmede atıl kapasitenin azaldığı şeklinde yorumlanabilir, bu da risklilik üzerinde azaltıcı etkisi olan bir faktördür. F testini ikame eden Wald istatistiğinin p değerinin 0.05'ten küçük olması nedeniyle, H_0 hipotezinin reddedildiği yani modeldeki bağımsız değişkenlerin beraberce bağımlı değişkeni açıklamakta anlamlı olduğu söylenebilir. Pseudo- R^2 değerinde de, modeldeki tüm bağımsız değişkenler beraberce bağımlı değişkendeki değişkenliğin %7'sini açıklamakta olduğu sonucu çıkarılabilir.

4. Model: Tesadüfi Etkili Probit Model

Tesadüfi etkiler varsayımıyla, probit modelin tahmini aşağıdaki gibidir (bkz. Ek VIII);

$$Y = 0.986 + 0.111X_{19} - 0.047X_{15} - 0.003X_2 + 2.124X_{24} - 0.004X_{20}$$

z	(4.79)	(2.10)	(-2.54)	(-1.68)	(1.64)	(-2.14)
p	(0.000)	(0.035)	(0.011)	(0.094)	(0.101)	(0.032)

Wald = 28.06 (p=0.0000), Pseudo $R^2 = 0.0767$

Bu modelin parametrelerinin anlamlılığı için p değerlerine bakıldığında, tüm bağımsız değişkenlerin z istatistiklerinin p değerlerinin 0.1'den küçük olduğu yani tüm bağımsız değişkenlerin anlamlı olduğu söylenebilir. Wald istatistiğinin p değerine bakıldığında, H_0 hipotezinin reddedildiği yani modeldeki bağımsız değişkenlerin beraberce bağımlı değişkeni açıklamakta anlamlı olduğu söylenebilir. Modeldeki tüm bağımsız değişkenler beraberce, bağımlı değişkendeki değişkenliğin %7'sini açıklamaktadır.

5. Model: Tesadüfi Etkili Tamamlayıcı Log-Log Model

Model, tamamlayıcı log log (cloglog) modeli kurularak tahmin edilmiştir ve sonuçları aşağıdaki gibidir (bkz. Ek IX).

$$Y = 0.707 + 0.146X_{19} - 0.055X_{15} - 0.004X_2 + 1.917X_{24} - 0.004X_{20}$$

z	(3.32)	(1.77)	(-2.62)	(-1.66)	(1.54)	(-1.91)
p	(0.001)	(0.077)	(0.009)	(0.098)	(0.124)	(0.056)

Wald = 25.53 (p=0.0001)

Bu modele bakıldığında katsayıların anlamlılığını ölçmeye yarayan z istatistiğinin olasılık (p) değerleri 0.1 değeri ile karşılaştırılınca, X₂₄ dışındaki tüm değişkenlerin anlamlı olduğu görülür. Bağımsız değişkenler beraberce bağımlı değişkeni açıklamakta anlamlıdır.

6. Model: Tesadüfi Etkili Esnek Genelleştirilmiş EKK (FGLS)

Aynı değişkenler kullanılarak model, panellerin homoskedastik olduğu ve otokorelasyonun olmadığı varsayımıyla esnek genelleştirilmiş EKK yöntemi ile çözüldüğünde tahmin sonuçları aşağıdaki gibi özetlenebilir (ayrıntılı çıktılar Ek X'da yer almaktadır).

$$Y = 0.863 + 0.040X_{19} - 0.016X_{15} - 0.001X_2 + 0.723X_{24} - 0.001X_{20}$$

z	(12.34)	(2.24)	(-2.59)	(-1.75)	(1.68)	(-2.29)
p	(0.000)	(0.025)	(0.010)	(0.080)	(0.094)	(0.022)

Wald = 33.22 (p=0.0000)

Bu modelde katsayıların anlamlılığı ölçmek için kullanılan z istatistiklerinin p değerlerine bakılınca, tüm bağımsız değişkenler için %90 güven seviyesinde H₀ hipotezinin reddedildiği yani bu değişkenlerin anlamlı olduğu ve modelde yer alması gerektiği söylenebilir. Katsayıların işaretleri diğer modellerle

aynı ve teoriye uygundur. Wald istatistiğinin p değerine bakılınca, bu değer 0.05'ten küçük olduğu yani H_0 hipotezinin reddedildiği, modeldeki bağımsız değişkenlerin beraberce bağımlı değişkeni açıklamakta %95 güven düzeyinde anlamlı olduğu söylenebilir.

7. Model: Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş EKK (GLS)

Aynı model genelleştirilmiş EKK yöntemi ile tahmin edilmiştir ve sonuçlar aşağıdaki gibidir (ayrıntı için bkz. Ek XI).

$$Y = 0.863 + 0.040X_{19} - 0.016X_{15} - 0.001X_2 + 0.723X_{24} - 0.001X_{20}$$

$$z \quad (12.22) \quad (2.22) \quad (-2.56) \quad (-1.73) \quad (1.66) \quad (-2.27)$$

$$p \quad (0.000) \quad (0.027) \quad (0.010) \quad (0.083) \quad (0.097) \quad (0.023)$$

$$\text{Wald} = 32.56 \text{ (p=0.000), } \text{cor}(u, X) = 0 \text{ (varsayılr)}$$

$$R^2: 0.0997, R^2 \text{ (grup-içi): } 0.1009 \text{ ve } R^2 \text{ (gruplar-arası): } 0.1182$$

Parametrelerin anlamlılığını sınamak için kullanılan z istatistiğinin p değerlerine bakıldığında, tüm bağımsız değişkenler için H_0 hipotezinin %90 güven seviyesinde reddedildiği yani bu değişkenlerin anlamlı olduğu ve modelde yer alması gerektiği söylenebilir. Katsayıların işaretleri tüm modellere olduğu gibidir. Wald istatistiğinin p değeri 0.05'den küçük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir ve modeldeki bağımsız değişkenlerin beraberce bağımlı değişkeni açıklamakta anlamlı olduğu söylenebilir. Gruplar içi R^2 değeri %10, gruplar arası R^2 değeri %11 ve tüm R^2 değeri %9,9'dur; modelin tüm bağımsız değişkenlerinin hep beraber bağımlı değişkendeki değişkenliği açıklama gücü %9,9'dur. Tesadüfi etkiler modeli, sabit etkili modellerin aksine birim etkiler ile açıklayıcı değişkenlerin korelasyonsuz olduğunu varsayımı ile tahmin edilir.

Bu model de tesadüfi etkili logit, probit ve cloglog modelleri ile yakın olmakla birlikte, esnek genelleştirilmiş EKK yöntemiyle neredeyse aynı sonuçları vermiştir.

8. Model: Tesadüfi Etkili Maksimum Olabilirlik (ML)

Aynı model GEKK ve esnek GEKK modellerine alternatif olan ML yöntemi ile tahmin edilmiştir ve sonuçları aşağıdaki gibidir (bkz. Ek XII).

$$Y = 0.863 + 0.040X_{19} - 0.016X_{15} - 0.001X_2 + 0.723X_{24} - 0.001X_{20}$$

z	(12.34)	(2.24)	(-2.59)	(-1.75)	(1.68)	(-2.29)
p	(0.000)	(0.025)	(0.010)	(0.080)	(0.094)	(0.022)

Pseudo $R^2 = 0.0784$, LR = 31.51 (p=0.0000)

Bu modelin sonuçlarına bakıldığında katsayıların anlamlılığını ölçmeye yarayan z değerlerinin olasılıklarının (p) 0.1'den küçük olduğu görülmektedir, yani bu bağımsız değişkenler için H_0 hipotezinin %90 anlamlılık düzeyinde reddedildiği, dolayısıyla bu değişkenlerin anlamlı olduğu söylenebilir. LR istatistiği için de H_0 hipotezinin reddedildiği yani modeldeki bağımsız değişkenlerin beraberce bağımlı değişkeni açıklamakta anlamlı olduğu söylenebilir. R^2 değeri %7.8'dir. Bu modelin tahminleri de genelleştirilmiş EKK modeli ile aynıdır.

Bağımlı değişkenin nitel yapıda olduğu modellerin tesadüfi etkiler varsayımıyla tahminini için kullanılan logit, probit ve cloglog modellerinin tahminlerinin birbirine yakın; doğrusal olasılık modelini tahmin etmek için kullanılan GEKK, esnek GEKK ve ML yöntemleri ile elde edilen tahminlerin ise birbirine yakın olduğu görülmektedir.

9. Model: Tesadüfi Etkili Tobit Model

Bağımlı değişkenin nitel olduğu durumla, bağımlı değişkenin sansürlü yapıda olduğu duruma kıyaslamak amacıyla Tobit model kullanılacaktır. Bu modelde bağımlı değişken tobit modele uygun şekilde yapılandırılacaktır. Modelin bağımlı değişkeni şu şekilde gösterilebilir;

Hisse senedi toplam riski > genel endeksin toplam riski ise, $Y^* = Y$

Hisse senedi toplam riski < genel endeksin toplam riski ise, $Y^* = 0$

Burada, Y hisse senedi risk değerlerini, $Y^*=0$ ise sansürlü olan gözlemleri göstermektedir. Bu karşılaştırma yapıldıktan sonra bağımlı değişkenin 190 sansürlü ve 110 soldan sansürlü gözlemi olduğu görülmüştür. Diğer modellerle aynı bağımsız değişkenlerle tesadüfi etkili tobit modelinin tahmini aşağıdaki gibidir (bkz. Ek XIII).

$$Y1 = 17.642 + 2.68X19 - 2.035X15 - 0.052X2 + 35.465X24 - 0.302X20$$

z (1.52) (0.77) (-1.78) (-0.40) (0.50) (-2.40)

p (0.128) (0.438) (0.075) (0.687) (0.618) (0.017)

Wald = 15.05 (p=0.0102)

Bu modelin katsayılarının anlamlılığını ölçmeye yarayan z değerlerine bakıldığında $X15$ ve $X20$ değişkeninin %90 güven seviyesinde anlamlı olduğu görülmektedir. Diğer değişkenler ise anlamsızdır.

Ayrıca tüm bağımsız değişkenlerin aynı olduğu varsayımı altında bağımlı değişkenin kesikli yapıda olduğu durum da tartışılacaktır. Kesikli modelde bağımlı değişken Tobit modeline benzer şekilde kurulur, fakat Tobit modelinde bağımlı değişkenin sıfır olan gözlemleri, bu modelde hem bağımlı hem bağımsız değişkenler için gözlenmemiş kabul edilir. Yani hisse senedi toplam riskinin, genel endeksin toplam riskinden küçük olduğu durumda, hem bağımlı hem bağımsız değişkene ait verinin olmadığı kabul edilir. Toplam gözlem sayısı 189'dur. Kesikli model, hem sabit hem de tesadüfi etkiler varsayımıyla GEKK metodu ile tahmin edilmiştir.

10. Model: Sabit Etkili Kesikli Model

Sabit etkili kesikli modelin tahmin sonuçları aşağıdaki gibidir (bkz. Ek XIV).

$$Y_2 = 21.789 - 0.808X_{19} - 0.081X_{15} + 0.045X_2 - 12.075X_{24} - 0.201X_{20}$$

t	(1.08)	(-0.16)	(-0.03)	(0.27)	(-0.10)	(-1.26)
p	(0.281)	(0.873)	(0.973)	(0.790)	(0.919)	(0.211)

$$F(5, 158) = 0.51 \text{ (p} = 0.7662\text{)}$$
$$R^2 \text{ (grup-içi): } 0.016, R^2 \text{ (gruplar-arası): } 0.0072 \text{ ve } R^2 \text{ (tüm): } 0.0153$$

Bu modele bakıldığında tüm katsayıların anlamlılığını ölçmeye yarayan t değerlerinin olasılıklarının (p) 0.05'den büyük olduğu görülmektedir, yani tüm bağımsız değişkenler ve sabit terim için H_0 hipotezinin %5 anlamlılık düzeyinde kabul edildiği dolayısıyla bu değişkenlerin anlamsız oldukları söylenebilir. F istatistiğinin p değerinin de 0.05'ten büyük olduğu, bu nedenle H_0 hipotezinin kabul edildiği yani modeldeki bağımsız değişkenlerin beraberce bağımlı değişkeni açıklamakta anlamsız olduğu söylenebilir. Bu modelin performansı iyi değildir, bazı değişkenlerin katsayılarının işaretleri beklenenin tersi yönde değişmiştir. Uygulama çalışmamızda, tesadüfi etkili kesikli model de denenecektir.

11. Model: Tesadüfi Etkili Kesikli Model

Tesadüfi etkiler varsayımıyla kesikli modelin tahmin sonuçları aşağıdaki gibidir (bkz. Ek XV).

$$Y_2 = 26.985 - 0.862X_{19} - 0.931X_{15} + 0.059X_2 - 31.989X_{24} - 0.202X_{20}$$

z	(2.05)	(-0.02)	(-0.69)	(0.39)	(-0.40)	(-1.33)
p	(0.040)	(0.984)	(0.488)	(0.700)	(0.692)	(0.183)

$$\text{Wald}(5) = 3.35 \text{ (p} = 0.6456\text{)}$$
$$R^2 \text{ (grup-içi): } 0.0151, R^2 \text{ (gruplar-arası): } 0.0387 \text{ ve } R^2 \text{ (tüm): } 0.0180$$

Bu modele bakıldığında tüm katsayıların anlamlılığını ölçmeye yarayan z değerlerinin olasılıklarının (p) 0.05'den büyük olduğu ve anlamsız oldukları söylenebilir. Wald istatistiğinin p değerinin de 0.05'ten büyük olduğu bu nedenle H_0 hipotezinin kabul edildiği yani modeldeki bağımsız değişkenlerin beraberce bağımlı değişkeni açıklamakta anlamsız olduğu söylenebilir. Ayrıca bir çok değişkenin katsayılarının işaretleri değişmiş ve beklenenin tersi yönde çıkmıştır.

12. Model: Klasik Logit Model

Aynı değişkenler için klasik logit model de denenmiştir. Bu modelle verinin panel yapısı ihmal edilir, birim ve zaman etkilerinin hiç olmadığı varsayılır. Tahmin sonuçları aşağıdaki gibidir (bkz. Ek XVI).

$$Y = 1.616 + 0.184X_{19} - 0.077X_{15} - 0.006X_2 + 3.560X_{24} - 0.007X_{20}$$

z	(4.65)	(2.01)	(-2.49)	(-1.67)	(1.63)	(-2.18)
p	(0.000)	(0.044)	(0.013)	(0.094)	(0.102)	(0.030)

LR = 30.54 (p = 0.0000) Pseudo-R²: 0.0772

Bu modeldeki tüm parametreler için p değerleri 0.1 değerinden küçük olduğu için tüm bağımsız değişkenlerin %90 düzeyinde anlamlı olduğu söylenebilir. Katsayıların işaretleri beklendiği yöndedir. LR istatistiğinin p değerinin 0.05'ten küçük olması nedeniyle, H_0 hipotezinin reddedildiği yani modeldeki bağımsız değişkenlerin beraberce bağımlı değişkeni açıklamakta anlamlı olduğu söylenebilir. Modeldeki tüm bağımsız değişkenler beraberce, bağımlı değişkendeki değişkenliğin %7'sini açıklamaktadır. Bu model tesadüfi etkili logit modelle aynıdır.

SONUÇ

Ekonometri literatüründe son zamanlarda özellikle mikro ekonometrik verilerle çalışıldığında, doğrusal olmayan panel veri modellerinin sıkça kullanıldığı görülmektedir. Bu modeller kullanılarak, panel veri ile çalışılırken bağımlı değişkene ait verinin sınırlı yapıda olduğu varsayılıyorsa tahmin yapabilmek mümkün hale gelir.

Bu çalışmada, İMKB’de işlem gören imalat sanayiine ait hisse senetlerinin toplam risklerinin (değişim katsayılarının), genel endeksin toplam riskinden büyük olma olasılığını etkileyen faktörler belirlenmeye çalışılmıştır. Bu faktörler belirlenirken, riskin kaynakları tartışılmış ve sadece sistematik olmayan riski etkileyen rasyoların (bilançolardan elde edilen oranlar) panel veri yapısına uygun olduğu için modele bağımsız değişken olarak alınabileceğine karar verilmiştir. Hisse senetlerinin toplam risklerinin genel endeksin toplam riskinden büyük olması olasılığı bağımlı değişkeni, ikili nitel değişken yardımıyla tanımlanmıştır. Bağımsız değişken sayısının çok fazla olmasının değişkenler arası çoklu bağlantıya neden olacağı düşünülmektedir, bu da modelin tahminini imkansız kılar. Bu nedenle yeterli sayıda bağımsız değişken kullanarak en iyi tahmini yapmayı amaçlayan stepwise regresyon yöntemi uygulanmıştır ve sonuçta bağımlı değişkeni etkileyen rasyolardan oluşan bağımsız değişken sayısı 24 taneden 5 taneye indirgenmiştir. Bu değişkenler; satılan mal maliyetinin net satışlara oranı, maddi duran varlık devir hızı, aktif büyüme hızı, satış büyüme hızı ve uzun vadeli borçların toplam pasiflere oranıdır. Bağımsız değişkenler bu şekilde seçildikten sonra, modelin tahminine en uygun varsayımın belirlenmesi için bir takım testler yapılmış ve sabit etkiler varsayımının modelin en uygun olduğuna karar verilmiştir. Sabit etkiler varsayımıyla çeşitli modeller denenmiş ve birbirleriyle kıyaslanmıştır. Tesadüfi etkiler varsayımını kullanmanın, tüm ana kütle için sonuç çıkarmak istendiğinde daha uygun olması nedeniyle, tesadüfi etkiler ile kurulabilecek modeller de denenmiştir.

Genel olarak kurulan modellere bakıldığında, sabit etkiler varsayımı ile kurulan modellerde (logit ve within) maddi duran varlık devir hızı değişkeninin bağımlı değişkeni etkilemekte anlamlı olmadığı görülmüştür. Tesadüfi etkiler

varsayımı ile hareket edildiğinde ise, farklı modeller (tesadüfi etkili logit, probit, cloglog, GEKK, esnek GEKK ve ML) kurulmuştur. Tesadüfi etkili logit, probit ve cloglog modellerinde tüm bağımsız değişkenlerin anlamlı olduğu ve bu modellerin birbirine çok yakın performans gösterdiği görülmüştür. Doğrusal olasılık modeli (DOM) için yine tesadüfi etkiler varsayımıyla; GEKK, esnek GEKK ve ML yöntemleri ile tahminler denenmiştir. Bu modellerde panellerin homoskedastik olduğu ve modelde otokorelasyon olmadığı varsayımları yapılmıştır. Bu üç model neredeyse birbirinin aynı sonuçları vermiş olmakla birlikte bu modellerde tüm bağımsız değişkenlerin anlamlı olduğu görülmüştür. Ayrıca bu modellerin tahminlerinin, tesadüfi etkili logit, probit ve cloglog modelinden çok da farklı olmadığı görülmüştür.

Yukarıda bahsedilen sabit ve tesadüfi etkili modellerde bağımlı değişkenin nitel yapıda olduğu varsayılmıştır. Bunun yanında bu modellerle kıyaslamak amacıyla, bağımlı değişkenin sansürlü ve kesikli yapıda olduğu varsayımı yapılmıştır. Bu bağlamda tesadüfi etkili tobit model; sabit etkili ve tesadüfi etkili kesikli modeller de denenmiştir. Tobit modelinde, maddi duran varlık devir hızı ve satış büyüme hızı değişkenlerin bağımlı değişkeni açıklamakta anlamlı olduğu, diğer değişkenlerin ise anlamsız olduğu görülmüş olmakla birlikte, bu modelde katsayıların işaretlerinin diğer modellerle aynı ve teoride beklenen yönde olduğu dikkat çekmiştir. Sabit ve tesadüfi etkili kesikli modeller de ise, çoğu bağımsız değişkenin anlamsız olduğu ve tesadüfi etkili kesikli modelde bazı parametrelerin işaretlerinin beklenenin tersi yönde olduğu görülmüştür.

Sonuç olarak, her ne kadar yapılan testler sonucunda sabit etkili modelin, uygun model olduğu kabul edilmiş olsa da denenilen tesadüfi etkili modeller daha iyi sonuçlar vermiştir. Tesadüfi etkili logit, probit, cloglog, genelleştirilmiş EKK, esnek genelleştirilmiş EKK ve ML yöntemleri ile model tahminlerinin performansları birbirine çok yakın olduğundan bu modellerin birbirini ikame edebilir nitelikte olduğunu söylemek yanlış olmayacaktır. Bu sonuçta, gözlem sayısının fazla olmasının da etkisi olduğu düşünülmektedir. Sansürlü ve kesikli modeller de ise, bağımlı değişkenin verilerinde 0 olan gözlemlerin hiç

gözlenmemiş olarak kabul edilmesi nedeniyle tahminleri, diğer yöntemlerle yapılan tahminlere benzerlik göstermemektedir.

Kurulan modellerde beklenildiği gibi, kullanılan değişkenlerin bağımlı değişkeni açıklama yüzdelerinin düşük olduğu görülmüştür. Nitel bağımlı değişkenli modellerde R^2 'nin düşük çıkması beklenen bir durumdur. Ayrıca veri yapısı uygun olmadığı için modele alınamayan değişkenlerin ve İMKB üzerinde çok büyük etkileri olan makro-iktisadi değişkenlerin (faiz oranı ve enflasyon gibi) ve yatırımcı davranışlarının bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin göz ardı edilmesinin de R^2 'nin düşük çıkmasında payı vardır. Bunun yanında, zamanla riski etkileyen faktörlerin daha sağlıklı olarak ortaya konabilmesi ile, bu faktörlerin de modellere ilave edilip daha iyi bir anlamlılık düzeyinin yakalanması amaçlanmaktadır.

KAYNAKÇA

KİTAPLAR

- Akgüç, Öztin : **Finansal Yönetim**, 6. baskı, İstanbul, Avcıol Basım-Yayın, 1994
- Altay, Erdinç : **Sermaye Piyasası'nda Varlık Fiyatlama Teorileri**, İstanbul, Derin Yayınları, 2004
- Baltagi, Badi H. : **Econometric Analysis Of Panel Data**, Chichester, John Wiley&Sons, 1995
- Baltagi, Badi H. : **Recent Development In The Econometrics Of Panel Data**, Vol II., USA, Edward Elgar Publishing, 2002
- Berndt, Ernst R. : **The Practice Of Econometrics Classic And Contemporary**, United States, Addison Wesley Publishing Company, 1991
- Darnell, Adrian A. : **A Dictionary Of Econometrics**, England, Edward Elgar Publishing, 1994
- Greene, William H. : **Econometric Analysis**, 2nd edition, New Jersey, Printice Hall, 1993

- Griliches, Z.&Intriligator, M.D. : **Handbook Of Econometrics**, Volume II, Amsterdam, Elsevier Science Publishers, 1984
- Gujarati, Damodar N. : **Basic Econometrics**, 3rd edition, New York, McGraw Hill, 1995
- Gürbüz, Osman & Ergincan, Yakup : **Şirket Değerlemesi Klasik Ve Modern Yaklaşımlar**, İstanbul, Literatür Yayıncılık, 2004
- Hsiao, Cheng : **Analysis Of Panel Data**, Cambridge, Cambridge University Press, 1986
- Intriligator, Michael D. : **Econometric Models Techniques And Application**, Prentice-Hall, New Jersey, 1978
- Jonston, Jack & Dinardo, John : **Econometric Analysis**, 4th Edition, Singapore, McGraw-Hill, 1997
- Judge, George G v.d. : **The Theory And Practice Of Econometrics**, 2nd Edition, Singapore, John Wiley&Sons, 1988
- Kennedy, Peter : **A Guide To Econometrics**, Oxford, Blackwell Publishers, 1998

- Kılıçbay, Ahmet : **Ekonometrinin Temelleri**, İstanbul, İ.Ü. Film Merkezi Ve Matbaası, 1986
- Kmenta, Jan : **Elements Of Econometrics**, 2nd edition, New York, Mcmillan Publishing, 1990
- Lardaro, Leonard : **Applied Econometrics**, New York, Harper Collins College Publishers, 1993
- Matyas, Laszlo & Sevestre, Patrick : **The Econometrics Of Panel Data**, Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers, 1996
- Terleckyj, N. E. : **Household Production And Consumption**, New York, Columbia University Press, 1975.

MAKALELER

- Akbay Özdeş, Aysel-
Aktaş, Erkan-Koç, Ali : “Konsantre Meyve Suyu Talebinin Tobit Modeli İle Analizi”, **Tr. J. Of Agriculture And Forestry**, 23, Tübitak, 1999, s. 493-499

- Akyıldız, Kayhan : “Getiri Farkı Ekonomik Aktivitenin Tahmininde Öncü Gösterge İşlevi Görebilir mi? Türkiye Örneği”, Ekonomik Araştırmalar Genel Müdürlüğü, **Hazine Dergisi**, Sayı-16, 2003, s. 1-20
- Amemiya, Takeshi : “The Estimation Of The Variance In A Variances-Components Model”, **International Economic Review**, Vol. 12, No.1, February 1971, s. 1-13
- Amemiya, T. & MaCurdy, T.E. : “Instrumental Variable Estimation Of An Error-Components Model”, **Econometrica**, 54, 1986, s. 869-881
- Andersen, E.B. : “Asymtotic Properties Of Conditional Maximum Likelihood Estimators”, **Journal Of the Royal Statistical Society**, Series B, 32, 1970, s. 283-301
- Avery, Robert B.-Hansen, Larsen Peter-Hotz, V. Joseph : “Multiperiod Probit Models And Orthogonality Condition Estimation”, **International Economic Review**, Vol. 24, No. 1, February 1983, s. 21-35

- Balestra, Pietro & Nerlove, Marc : “Pooling Cross Section and Time Series Data In The Estimation Of A Dynamic Model: The Demand For Natural Gas”, **Econometrica**, Vol. 34, No. 3, July 1966, s. 585-612
- Bhargava, A.-Franzini, L.-
Narendranathan, W. : “Serial Correlation And Fixed Effect Models”, **The Review Of Economic Studies**, 49, 1982, s. 533-549
- Breusch, Trevor S. : “Maximum Likelihood Estimation Of Random Effects Models”, **Journal Of Econometrics**, 36, 1987, s. 383-389
- Butler, J.S.& Moffitt, Robert : “A Computationally Efficient Quadrature Procedure For The One-Factor Multinomial Probit Model”, **Econometrica**, Vol. 50, No. 3, May 1982, s. 761-764
- Carresco, Raquel : “Binary Choice With Binary Endogenous Regressors In Panel Data: Estimating The Effect Of Fertility On Labour Participation”, **CEMFI Spain**, October 1998, s. 1-43
- Chamberlain, Gary : “Analysis Of Covariance With Qualitative Data”, **Review Of Economic Studies**, 47, 1980, s. 225-238

- Fuller, W.A. & Battese, G.E. : “Transformations Of Linear Models With Nested-Error Structure”, **Journal of The American Statistical Association**, 68, 1973, s. 626-632
- Greene, William : “Estimating Econometric Models With Fixed Effects”, **JEL Classification**, C1, C4, Nisan 2001, s. 1-14
- Greene, William : “Fixed and Random Effect In Nonlinear Models”, **JEL Classification C1, C4**, January 29, 2001, s. 1-47
- Gruca, Thomas S. & Sudharshan, D.: “Equilibrium Characteristics Of Multinomial Logit Market Share Models”, **Journal Of Marketing Research**, Vol. 28, November 1991, s. 480-482
- Hausman, J. A. : “Specification Test In Econometrics”, **Econometrica**, Volume. 46, November 1978, Number. 6, s. 1251-1271
- Hausman, J.A-Abrevaya, Jason-Scott, Morton F. M. : “Misclassification Of Dependent Variable In A Discrete-Response Setting”, **Journal Of Econometrics**, Volume 87, Issue. 2, December 1998, s. 239-269

- Hausman, J.-Hall B. H.-Griliches, Z.: “Econometric Models For Count Data With An Application To The Patents-R&D Relationship”, **Econometrica**, Vol.52, No.4, July 1984, s. 909-914
- Hausman, J.A. & Taylor, W.E. : “Panel Data And Unobservable Individual Effects”, **Econometrica**, 49, 1981, s. 1377-1398
- Heckman, J. & MaCurdy, T. : “A Life-Cycle Model Of Female Labour Supply”, **Review Of Economic Studies**, 62, 1980, s. 47-74
- Hoch, I. : “Estimation Of Production Function Parameters Combining Time-Series And Cross-Section Data”, **Econometrica**, 30, 1962, s. 34-53
- Honore, Bo E. : “Trimmed Lad And Squares Estimation Of Truncated And Censored Regression Models With Fixed Effect”, **Econometrica**, Vol 60, No 3, May 1992, s. 533-565
- Honore, Bo E. & Kyriazidou, E. : “Panel Data Discrete Choice Models With Lagged Dependent Variables”, **Econometrica**, Vol: 68, No: 4, July 2000, s. 839-874

- Horwey, E. Philip & Varian, Hal R. : “Estimating The Distributional Impact Of Time-Of-Day Pricing Of Electricity”, **Journal Of Econometrics**, 26, 1984, s. 65-82
- Keane, Michael P. : “A Computationaly Practical Simulation Estimator For Panel Data”, **Econometrica**, Vol: 62, No: 1, January 1994, s. 95-116
- Kyriazidou, Ekaterini : “Estimating Of A Panel Data Sample Selection Model”, **Econometrica**, Vol.65, No.6, November 1997, s. 1335-1364
- Lechner, Michael : “Some Spesification Tests For Probit Models Estimated On Panel Data”, **Journal Of Business & Economic Statistics**, October 1995, Vol:13, No:4, s. 475-488
- Lillard, Lee A. & Weiss, Yoram : “Components Of Variation In Panel Earnings Data: American Scientist 1960-1970”, **Econometrica**, Vol.47, No. 2, March 1979, s. 437-454
- Liu, Lon-Mu & Senturia, Jerome : “Computation Of MINIQUE Variance Component Estimates”, **Journal Of The American Statistical Assosiation**, 72, s. 867-868

- MaCurdy, T.E. : “An Empirical Model Of Labor Supply In A Life-Cycle Setting”, **Journal Of Political Economy**, 89, 1981, s. 1059-1085
- Maddala, G.S. : “Limited Dependent Variable Models Using Panel Data” **The Journal Of Human Resources**, XXII (3), s. 307-338
- Maddala, G.S. : “The Use Of Variance Components Models In Pooling Cross Section And Time Series Data”, **Econometrica**, Vol. 39, No. 2, March 1971, s. 341-358
- Maddala, G.S. & Mount, T.D. : “A Comparative Study Of Alternative Estimators For Variance Components Models Used In Econometric Application”, **Journal Of American Statistical Association**, Vol. 68, Number 342, June 1973, s. 324-328
- Manski, Charles F. : “Semiparametric Analysis Of Random Effects Linear Models From Binary Panel Data”, **Econometrica**, Vol. 55, No. 2, March 1987, s. 357-362
- Mroz, Thomas : “The Sensitivity Of An Empirical Model Of Married Womans Hours Of The Work Economis And Statistical Assumptions”, **Econometrica**, 55, 4, July 1987, s. 765-799

- Neyman, J. & Scott, E.L. : “Consistent Estimates Based On Partially Consistent Observations”, **Econometrica**, 16, 1948, s. 1-32
- Rao C., Radhakrishna : “Estimating Variance And Covariance Components In Linear Model”, **Journal Of The American Statistical Association**, 67, March 1972, s. 112-115
- Stute, Winfried : “Nonlinear Censored Regression”, **Statistica Sinica**, 9, 1999, s. 1089-1102
- Swamy, P.A.V.B. : “Efficient Inference In A Random Coefficient Regression Model”, **Econometrica**, Vol.38, No.2, March 1970, s. 311-322
- Taylor, William E. : “Small Sample Considerations In Estimation From Panel Data”, **Journal Of Econometrics**, 13, 1980, s. 203-223
- Zellner, Arnold : “An Efficient Method Of Estimating Seemingly Unrelated Regressions And Tests For Aggregation Bias”, **Journal Of American Statistical Association**, 57, 1962, s. 348-368

ELEKTRONİK KAYNAKLAR

- Altun, İsa & Atıl, Hülya : “Sansürlenmiş Gözlemler”, Süleyman Demirel Üniversitesi, 4. Ulusal Zootechni Bilim Kongresi, 01-02.09.2004, (çevrimiçi) http://4uzbk.sdu.edu.tr/4UZBK/BGB/4UZBK_092.pdf, 23.06.2005
- : “Analysis Of Categorical Dependent Variable With SAS And SPSS, Models For Multiple Outcomes”, Indiana University, Stat/Math Center, (çevrimiçi) www.indiana.edu/~statmath/stat/all/cat/giant.html, 24.06.2003
- : “Applied Categorical & Nonnormal Data Analysis, Probit Regression Models”, UCLA Department Of Education, (çevrimiçi) <http://www.gseis.ucla.edu/courses/ed231/notes3/probit1.html>, 23.06.2005
- : “Applied Categorical & Nonnormal Data Analysis, Complementary Log-Log Models”, UCLA Department Of Education, (çevrimiçi) <http://www.gseis.ucla.edu/courses/ed231c/notes2/cllog.html>, 23.06.2005

- Halekon, Ulrich : “University Of Southern Denmark, Master Of Applied Statistics, Lecture Notes: Generalized Linear Models, Module 7: Count Data And Poisson Regression, (çevrimiçi) <http://genetics.agrsci.dk/biometry/courses/statmaster/course/module07/>, 23.06.2005
- Lewbel, Arthur : “Identification Of The Binary Choice Model With Misclassification”, Economic Theory, 2000, (çevrimiçi) <http://fmwww.bc.edu/EC-P/WP457.pdf>, 23.06.2003
- Pazarlıoğlu, Vedat : “1980-1990 Döneminde Türkiye’de İç Göç Üzerine Ekonometrik Model Çalışması”, Çukurova Üniversitesi, 5. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, 2001, (çevrimiçi) http://www.ceterisparibus.net/kongre/cukurova_5.htm, 15.06.2005
- : Pseudo R^2 (Engl: Pseudo R^2 Oder Pseudo-R-Square), <http://www.lrz-muenchen.de/~wlm/ilm-p17.htm>, 09.08.2005
- Rodriguez, German : “Lecture Notes: Generalized Linear Models, 3.7. Other Choices Of Link”, Princeton University, (çevrimiçi) <http://data.princeton.edu/wws509/notes/c3s7.html>, 22.06.2005

Üçdoğruk, Şenay – Akın, Fahamet -

Emeç, Hamdi

: “Hanehalkı Harcamaların Olasılıklarını
Sıralı Regresyon Modeli İle Tahmin Etme”,

Çukuruva Üniversitesi, 5.Ulusal

Ekonometri Ve İstatistik Sempozyumu,

2001, (çevrimiçi)

<http://idari.cu.edu.tr/sempozyum/bil13.htm>,

23.06.2005

EKLER

I. İMKB'DE İŞLEM GÖREN İMALAT SANAYİİNE AİT HİSSE SENETLERİ

- 1- Aksa
- 2- Bagfaş
- 3- Bolu Çimento
- 4- Duran Ofset
- 5- Eczacıbaşı İlaç
- 6- Ege Endüstri
- 7- Ege Gübre
- 8- Gentaş
- 9- Good-Year
- 10- Gübre Fabrikaları
- 11- Hektaş
- 12- Kütahya Porselen
- 13- Konya Çimento
- 14- Petkim
- 15- Pimaş
- 16- Sarkuysan
- 17- Tire Kutsan
- 18- Uşak Seramik
- 19- Tüpraş
- 20- Kartonsan
- 21- Kelebek Mobilya
- 22- Lüks Kadife
- 23- Altınyıldız
- 24- Derimod
- 25- Akal Tekstil
- 26- Okan Tekstil

II. KULLANILAN BAĞIMSIZ DEĞİŞKENLER VE KODLARI

X1	: Alacak Devir Hızı
X2	: Aktif Büyüme Hızı
X3	: Aktif Devir Hızı
X4	: Toplam Borç/Toplam Aktif
X5	: Cari Oran
X6	: Faaliyet Karı/Net Satışlar
X7	: Esas Faaliyet Karı/Toplam Aktif
X8	: Faiz Karşılama Oranı
X9	: Fiyat Kazanç Katsayısı
X10	: Kar Büyüme Hızı
X11	: Toplam Kar/Toplam Sermaye
X12	: Toplam Kar/Toplam Satışlar
X13	: Kısa Vadeli Borçlar/Toplam Borç
X14	: Likidite Oranı
X15	: Maddi Duran Varlık Devir Hızı
X16	: Maddi Duran Varlıklar/Öz Sermaye
X17	: Nakit Oran
X18	: Piyasa Değeri Defter Değeri Oranı
X19	: Satılan Mal Maliyeti/Net Satışlar
X20	: Satış Büyüme Hızı
X21	: Sermaye Büyüme Hızı
X22	: Sermaye Devir Hızı
X23	: Stok Devir Hızı
X24	: Uzun Vadeli Borçlar/Toplam Pasif

III. STEPWISE (LOGIT)

```

begin with full model
p = 0.9773 >= 0.2000 removing X21
p = 0.9461 >= 0.2000 removing X3
p = 0.8720 >= 0.2000 removing X18
p = 0.8651 >= 0.2000 removing X16
p = 0.8273 >= 0.2000 removing X13
p = 0.7098 >= 0.2000 removing X12
p = 0.6839 >= 0.2000 removing X6
p = 0.7272 >= 0.2000 removing X23
p = 0.6231 >= 0.2000 removing X22
p = 0.5985 >= 0.2000 removing X8
p = 0.5482 >= 0.2000 removing X1
p = 0.4699 >= 0.2000 removing X7
p = 0.4554 >= 0.2000 removing X11
p = 0.4083 >= 0.2000 removing X10
p = 0.2729 >= 0.2000 removing X4
p = 0.4611 >= 0.2000 removing X5
p = 0.2389 >= 0.2000 removing X14
p = 0.2872 >= 0.2000 removing X17
p = 0.2303 >= 0.2000 removing X9
Logit estimates
Log likelihood = -172.88929
Number of obs      =      284
LR chi2(5)         =      28.42
Prob > chi2        =      0.0000
Pseudo R2         =      0.0760

```

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X24	4.010501	2.355407	1.70	0.089	-.6060113	8.627014
X19	.1802243	.0913752	1.97	0.049	.0011321	.3593164
X2	-.0068304	.0037692	-1.81	0.070	-.0142179	.0005571
X20	-.006659	.0036375	-1.83	0.067	-.0137884	.0004704
X15	-.0732412	.0315364	-2.32	0.020	-.1350513	-.0114311
_c	1.546371	.3522652	4.39	0.000	.8559438	2.236798

IV. LM TEST

Breusch and Pagan Lagrangian multiplier test for random effects:

$$\text{par}[\text{id},t] = Xb + u[\text{id}] + e[\text{id},t]$$

Estimated results:

	Var	sd = sqrt(Var)
-----+-----		
par	.2338796	.483611
e	.2166644	.4654723
u	0	0

Test: Var(u) = 0
 chi2(1) = 0.68
 Prob > chi2 = 0.4088

V. SABİT ETKİLİ LOGİT MODEL

note: multiple positive outcomes within groups encountered.

Iteration 0: log likelihood = -145.19306

Iteration 1: log likelihood = -136.06525

Iteration 2: log likelihood = -135.93046

Iteration 3: log likelihood = -135.93032

Conditional fixed-effects logistic regression	Number of obs	=	300
Group variable (i): id	Number of groups	=	26
	Obs per group: min	=	9
	avg	=	11.5
	max	=	12
	LR chi2(5)	=	29.29
Log likelihood = -135.93032	Prob > chi2	=	.0000

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X19	.2537677	.1073414	2.36	0.018	.0433824	.464153
X15	-.0475796	.0508437	-0.94	0.349	-.1472314	.0520722
X2	-.0070234	.003777	-1.86	0.063	-.0144261	.0003793
X24	5.987111	3.382558	1.77	0.077	-.6425806	12.6168
X20	-.0080075	.0035516	-2.25	0.024	-.0149684	-.0010465

VI. SABİT ETKİLİ WITHIN REGRESYON MODELİ

Fixed-effects (within) regression	Number of obs	=	300
Group variable (i): id	Number of groups	=	26
R-sq: within = 0.1060	Obs per group: min	=	9
between = 0.0290	avg	=	11.5
overall = 0.0922	max	=	12
corr(u_i, Xb) = -0.1690	F(5,269)	=	6.38
	Prob > F	=	0.0000

Y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
X19	.0574636	.0220863	2.60	0.010	.0139797 .1009475
X15	-.0109216	.0107522	-1.02	0.311	-.0320908 .0102476
X2	-.0016053	.0008139	-1.97	0.050	-.0032077 -.2.86e-06
X24	1.19495	.6501542	1.84	0.067	-.0850879 2.474988
X20	-.0017645	.0007424	-2.38	0.018	-.0032262 -.0003029
_cons	.8199439	.1020261	8.04	0.000	.6190726 1.020815
sigma_u	.13847403				
sigma_e	.46547229				
rho	.08130553	(fraction of variance due to u_i)			

F test that all u_i=0: F(25, 269) = 0.86 Prob > F = 0.6569

VII. TESADÜFİ ETKİLİ LOGİT MODEL

Fitting comparison model:

Iteration 0: log likelihood = -197.6867
 Iteration 1: log likelihood = -182.51934
 Iteration 2: log likelihood = -182.41626
 Iteration 3: log likelihood = -182.4162

Fitting full model:

tau = 0.0 log likelihood = -182.4162
 tau = 0.1 log likelihood = -183.3437
 Iteration 0: log likelihood = -182.41621

Random-effects logistic regression	Number of obs	=	300
Group variable (i): id	Number of groups	=	26
Random effects u_i ~ Gaussian	Obs per group: min	=	9
	avg	=	11.5
	max	=	12
	Wald chi2(5)	=	26.24
Log likelihood = -182.41621	Prob > chi2	=	0.0001

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X19	.1843028	.0916612	2.01	0.044	.0046502	.3639554
X15	-.0772285	.0310737	-2.49	0.013	-.1381318	-.0163252
X2	-.0061444	.0036727	-1.67	0.094	-.0133428	.0010539
X24	3.560462	2.179498	1.63	0.102	-.7112761	7.8322
X20	-.0075623	.0034762	-2.18	0.030	-.0143755	-.0007491
_cons	1.616261	.3472183	4.65	0.000	.9357252	2.296796
/lnsig2u	-14	412.8679			-823.2063	795.2063
sigma_u	.0009119	.1882434			1.7e-179	4.8e+172
rho	2.53e-07	.0001044			0	.

Likelihood-ratio test of rho=0: chibar2(01) = 0.00 Prob >= chibar2 = 1.000

VIII. TESADÜFİ ETKİLİ PROBİT MODEL

Fitting comparison model:

Iteration 0: log likelihood = -197.6867
 Iteration 1: log likelihood = -182.61427
 Iteration 2: log likelihood = -182.52039
 Iteration 3: log likelihood = -182.52038

Fitting full model:

rho = 0.0 log likelihood = -182.52039
 rho = 0.1 log likelihood = -185.30231
 Iteration 0: log likelihood = -182.5204
 Iteration 1: log likelihood = -182.5204

Random-effects probit regression	Number of obs	=	300
Group variable (i): id	Number of groups	=	26
Random effects u_i ~ Gaussian	Obs per group: min	=	9
	avg	=	11.5
	max	=	12
	Wald chi2(5)	=	28.06
Log likelihood = -182.5204	Prob > chi2	=	0.0000

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X19	.1117871	.0531228	2.10	0.035	.0076685	.2159058
X15	-.0472273	.0185738	-2.54	0.011	-.0836313	-.0108233
X2	-.0037803	.0022554	-1.68	0.094	-.0082008	.0006403
X24	2.124352	1.294034	1.64	0.101	-.4119078	4.660611
X20	-.0044994	.002104	-2.14	0.032	-.0086232	-.0003757
_cons	.9864661	.2060314	4.79	0.000	.5826519	1.39028
/lnsig2u	-14	248.1831			-500.4299	472.4299
sigma_u	.0009119	.1131568			2.2e-109	3.9e+102
rho	8.32e-07	.0002064			4.6e-218	1

Likelihood-ratio test of rho=0: chibar2(01) = 0.00 Prob >= chibar2 = 1.000

IX. TESADÜFİ ETKİLİ TAMAMLAYICI LOG-LOG (CLOGLOG) MODEL

Fitting comparison model:

Iteration 0: log likelihood = -228.52506
 Iteration 1: log likelihood = -183.246
 Iteration 2: log likelihood = -182.82058
 Iteration 3: log likelihood = -182.8202
 Iteration 4: log likelihood = -182.8202

Fitting full model:

tau = 0.0 log likelihood = -182.8202
 tau = 0.1 log likelihood = -185.42339
 Iteration 0: log likelihood = -182.82021

Random-effects complementary log-log model	Number of obs	=	300
Group variable (i): id	Number of groups	=	26
Random effects u_i ~ Gaussian	Obs per group: min	=	9
	avg	=	11.5
	max	=	12
Log likelihood = -182.82021	Wald chi2(5)	=	25.53
	Prob > chi2	=	0.0001

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X19	.1465039	.0827627	1.77	0.077	-.015708	.3087158
X15	-.0550478	.0209984	-2.62	0.009	-.0962039	-.0138917
X2	-.0041112	.0024822	-1.66	0.098	-.0089762	.0007538
X24	1.917499	1.246055	1.54	0.124	-.5247238	4.359723
X20	-.0044199	.0023166	-1.91	0.056	-.0089604	.0001206
_cons	.7074238	.2131304	3.32	0.001	.289696	1.125152
/lnsig2u	-14	261.6924			-526.9077	498.9077
sigma_u	.0009119	.1193163			3.8e-115	2.2e+108
rho	5.06e-07	.0001323			8.9e-230	1

Likelihood-ratio test of rho=0: chibar2(01) = 0.00 Prob >= chibar2 = 1.000

X. TESADÜFİ ETKİLİ ESNEK GEKK (FGLS)

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares

Panels: homoskedastic

Correlation: no autocorrelation

Estimated covariances	=	1	Number of obs	=	300
Estimated autocorrelations	=	0	Number of groups	=	26
Estimated coefficients	=	6	Obs per group: min	=	9
			avg	=	11.53846
			max	=	12
Log likelihood	=	-191.4845	Wald chi2(5)	=	33.22
			Prob > chi2	=	0.0000

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X19	.0407895	.0182169	2.24	0.025	.0050851	.0764939
X15	-.0168666	.0065226	-2.59	0.010	-.0296506	-.0040827
X2	-.0013562	.0007751	-1.75	0.080	-.0028753	.000163
X24	.7236751	.4314741	1.68	0.094	-.1219986	1.569349
X20	-.0016476	.0007186	-2.29	0.022	-.0030561	-.0002391
_cons	.8637109	.0699923	12.34	0.000	.7265285	1.000893

XI. TESADÜFİ ETKİLİ GEKK (GLS)

Random-effects GLS regression	Number of obs	=	300
Group variable (i): id	Number of groups	=	26
R-sq: within = 0.1009	Obs per group: min	=	9
between = 0.1182	avg	=	11.5
overall = 0.0997	max	=	12
Random effects u_i ~ Gaussian	Wald chi2(5)	=	32.56
corr(u_i, X) = 0 (assumed)	Prob > chi2	=	0.0000

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X19	.0407895	.0184018	2.22	0.027	.0047226	.0768564
X15	-.0168666	.0065888	-2.56	0.010	-.0297804	-.0039529
X2	-.0013562	.000783	-1.73	0.083	-.0028908	.0001784
X24	.7236751	.4358547	1.66	0.097	-.1305844	1.577934
X20	-.0016476	.0007259	-2.27	0.023	-.0030704	-.0002248
_cons	.8637109	.0707029	12.22	0.000	.7251358	1.002286
sigma_u	0					
sigma_e	.46547229					
rho	0 (fraction of variance due to u_i)					

XII. TESADÜFİ ETKİLİ MAKSİMUM OLABİLİRLİK (ML)

Fitting constant-only model:

Iteration 0: log likelihood = -207.79361

Iteration 1: log likelihood = -207.24341

Iteration 2: log likelihood = -207.2384

Fitting full model:

Iteration 0: log likelihood = -191.51487

Iteration 1: log likelihood = -191.48449

Iteration 2: log likelihood = -191.48447

Random-effects ML regression	Number of obs	=	300
Group variable (i): id	Number of groups	=	26
Random effects u_i ~ Gaussian	Obs per group: min	=	9
	avg	=	11.5
	max	=	12
	LR chi2(5)	=	31.51
Log likelihood = -191.48447	Prob > chi2	=	0.0000

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X19	.0407895	.0182169	2.24	0.025	.0050851	.0764939
X15	-.0168666	.0065226	-2.59	0.010	-.0296506	-.0040827
X2	-.0013562	.0007751	-1.75	0.080	-.0028753	.000163
X24	.7236751	.431474	1.68	0.094	-.1219985	1.569349
X20	-.0016476	.0007186	-2.29	0.022	-.0030561	-.0002391
_cons	.8637109	.0699923	12.34	0.000	.7265285	1.000893
/sigma_u	0	.0564498	0.00	1.000	-.1106395	.1106395
/sigma_e	.4581049	.018702	24.49	0.000	.4214496	.4947603
rho	0	.	.	.	.	.

Likelihood-ratio test of sigma_u=0: chibar2(01)= 0.00 Prob>=chibar2 = 1.000

XIII. TESADÜFİ ETKİLİ TOBİT MODEL

Obtaining starting values for full model:

Iteration 0: log likelihood = -1635.7433
 Iteration 1: log likelihood = -1635.7129
 Iteration 2: log likelihood = -1635.7129

Fitting full model:

Iteration 0: log likelihood = -1151.7926
 Iteration 1: log likelihood = -1132.798
 Iteration 2: log likelihood = -1130.2321
 Iteration 3: log likelihood = -1130.1221
 Iteration 4: log likelihood = -1130.1217

Random-effects tobit regression	Number of obs	=	300
Group variable (i): id	Number of groups	=	26
Random effects u_i ~ Gaussian	Obs per group: min	=	9
	avg	=	11.5
	max	=	12
	Wald chi2(5)	=	15.05
Log likelihood = -1130.1217	Prob > chi2	=	0.0102

Y1	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X19	2.680051	3.458659	0.77	0.438	-4.098796	9.458897
X15	-2.035262	1.142575	-1.78	0.075	-4.274667	.2041431
X2	-.052636	.1305906	-0.40	0.687	-.3085888	.2033169
X24	35.46559	71.04302	0.50	0.618	-103.7762	174.7073
X20	-.3026169	.1263126	-2.40	0.017	-.5501852	-.0550487
_cons	17.6429	11.58745	1.52	0.128	-5.068087	40.3539
/sigma_u	0	.	.	0.000	.	.
/sigma_e	69.06444	3.53253	19.55	0.000	62.14081	75.98807
rho	0	.	.	.	.	.

Observation summary: 190 uncensored observations
 110 left-censored observations
 0 right-censored observations

XIV. SABİT ETKİLİ KESİKLİ MODEL

Fixed-effects (within) regression	Number of obs	=	189
Group variable (i): id	Number of groups	=	26
R-sq: within = 0.0160	Obs per group: min	=	4
between = 0.0072	avg	=	7.3
overall = 0.0153	max	=	10
corr(u_i, Xb) = -0.0001	F(5,158)	=	0.51
	Prob > F	=	0.7662

Y2	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
-----+-----						
X19	-.8083671	5.041188	-0.16	0.873	-10.76518	9.148444
X15	-.0812553	2.363681	-0.03	0.973	-4.749743	4.587232
X2	.0451369	.1689498	0.27	0.790	-.2885544	.3788282
X24	-12.07544	119.1578	-0.10	0.919	-247.4231	223.2722
X20	-.2015229	.1603655	-1.26	0.211	-.5182595	.1152137
_cons	21.78944	20.14198	1.08	0.281	-17.99282	61.5717
-----+-----						
sigma_u	19.146576					
sigma_e	71.403365					
rho	.06707946 (fraction of variance due to u_i)					

F test that all u_i=0:		F(25, 158) =	0.66	Prob > F = 0.8863		

XV. TESADÜFİ ETKİLİ KESİKLİ MODEL

Random-effects GLS regression	Number of obs	=	189
Group variable (i): id	Number of groups	=	26
R-sq: within = 0.0151	Obs per group: min	=	4
between = 0.0387	avg	=	7.3
overall = 0.0180	max	=	10
Random effects u_i ~ Gaussian	Wald chi2(5)	=	3.35
corr(u_i, X) = 0 (assumed)	Prob > chi2	=	0.6456

Y2	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X19	-.0862713	4.223181	-0.02	0.984	-8.363554	8.191012
X15	-.9318758	1.343963	-0.69	0.488	-3.565995	1.702243
X2	.0596215	.1546247	0.39	0.700	-.2434374	.3626804
X24	-31.98945	80.87354	-0.40	0.692	-190.4987	126.5198
X20	-.2021017	.1519356	-1.33	0.183	-.4998901	.0956866
_cons	26.98598	13.17234	2.05	0.040	1.168661	52.8033
sigma_u	0					
sigma_e	71.403365					
rho	0 (fraction of variance due to u_i)					

XVI. KLASİK LOGİT MODEL

Iteration 0: log likelihood = -197.6867
 Iteration 1: log likelihood = -182.51934
 Iteration 2: log likelihood = -182.41626
 Iteration 3: log likelihood = -182.4162

Logit estimates	Number of obs	=	300
	LR chi2(5)	=	30.54
	Prob > chi2	=	0.0000
Log likelihood = -182.4162	Pseudo R2	=	0.0772

Y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
X19	.1843028	.0916611	2.01	0.044	.0046503	.3639553
X15	-.0772285	.0310737	-2.49	0.013	-.1381318	-.0163253
X2	-.0061444	.0036727	-1.67	0.094	-.0133428	.0010539
X24	3.560462	2.179496	1.63	0.102	-.7112724	7.832196
X20	-.0075623	.0034762	-2.18	0.030	-.0143755	-.0007491
_cons	1.616261	.347218	4.65	0.000	.9357257	2.296795

ÖZGEÇMİŞ

Araç. Gör. Ferda YERDELEN TATOĞLU, 1978 yılında Erzurum’da doğmuştur. Erzurum Lisesi’ni bitirdikten sonra 1994 yılında İstanbul Üniversitesi İktisat Fakóltesi Ekonometri Bölümü’nde başladığı lisans eğitimini 1998 yılında tamamlayarak aynı yıl İ.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Ana Bilim Dalı’nda yüksek lisans programına başlamıştır. Yüksek lisans eğitimini “Dağıtılmış Gecikmeli Modellerin Analizi Ve Firma Verilerine Uygulanması” isimli Yüksek Lisans tezi ile tamamlayan YERDELEN TATOĞLU’nun gerek bu konuda gerekse farklı konularda yazılmış bilimsel makaleleri bulunmaktadır. Halen İktisat Fakóltesi Ekonometri Bölümü’nde araştırma görevlisi olarak görev yapmaktadır.

