T.C.
İstanbul Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
Ekonometri Anabilim Dalı

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ZAMAN SERİLERİ ANALİZİNDE ARIMA MODELLERİ VE BİR UYGULAMA

Özlem DURU
2501040182

Tez Danışmanı
Yard. Doç. Dr. Nilgün Çil Yavuz

İstanbul - 2007

TEZ ONAY SAYFASI

ÖZ

Çalışmada gelecek tahminine imkan veren Box-Jenkins yöntemi ele alınmış olup borsada işlem gören İş Bankası hisse senetlerinin gelecek dönem satış fiyatları tahmini yapılmıştır.

Araştırmanın birinci bölümünde genel olarak zaman serilerine ve özelliklerine değinilmiştir. İkinci bölümde Box-Jenkins modellerinin teorik yapısı ele alınmıştır. Box-Jenkins modelleri durağan serilere uygulanabildiğinden, durağanlığın nasıl sağlanabileceği, testinin nasıl yapıldığı incelenerek Box-Jenkins modellerinin iki önemli unsuru olan otoregresif ve hareketli ortalama süreçleri ele alınmıştır. Ayrıca karma modellere de (AR-MA ve ARIMA) değinilmiştir. Son bölümde ise durağanlık test edilip deneysel modeller geliştirerek bunların sonuçlarını karşılaştırmak suretiyle en uygun model belirlenip, bu model yardımıyla gelecek tahminini yapılmıştır.

ABSTRACT

Box-Jenkins method which allows to estimate future in our work and next season sellig prices of share certificates of Is Bankasi is used.

After mentioning time series and features in the first part of our research we taked theoretical structure of Box-Jenkins models in hand. In the second part because Box-Jenkins models can be approved to the stable series we mentioned mixed models (AR-MA and ARIMA) autoregressive and active average process which are two important elements of Box-Jenkins models as examining how the stability can be provided. We tried to make an estimation of future by the help of this model by the way of comparing the results of experimental models by improving and testing the stability in the final part.

ÖNSÖZ

“Zaman Serilerinin Analizi ve Bir Uygulama” adlı bu tez zaman serileri kapsamında bilinmesi gerekenleri kapsamaktadır.

Tezin amacı, zaman serisi teorisini ortaya koyup, öngörü amaçlı analiz yöntemlerinden ARIMA yöntemini uygulamaktır. Ekonomi ve iş dünyasında gelecekteki belirsizlikler nedeni ile serinin geleceğe ilişkin davranış biçimini belirlemek amacı ile yapılacak tahminler son derece önemlidir. Bu bağlamda ARIMA modellerini kullanarak tahminler yapılmaya çalışılmıştır.

Tezi hazırlarken bir çok kişinin doğrudan veya dolaylı desteğini gördüm. Bu kişilerin hepsine teşekkür ederim, özellikle her zaman bana destek olan sevgili hocam Yard.Doç.Dr. Nilgün Çil Yavuz ‘a teşekkürü borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

1 . BÖLÜM

ZAMAN SERİLERİNİN ANALİZİ VE GELECEK TAHMİNİ

2 . BÖLÜM

BOX-JENKINS MODELLERİNİN TEORİK YAPISI

3 . BÖLÜM

HİSSE SENEDİ FİYATLARI İÇİN DENEYSEL MODELİN BELİRLENMESİ VE GELECEK TAHMİNİ

TABLOLAR VE ŞEKİLLER

Tablolar

Şekiller

GİRİŞ

Günümüzde tahmin teknikleri yerine uygulanacak bir sistem olmadığından bir olayın geçmiş ve cari dönem değerlerini esas alarak gelecekte alacağı değerlerin belirlenmesi ekonomik birimlerde tahmin tekniklerinin kullanımını zorunlu hale getirmiştir. Bu ekonomik birimler geleceğin taşıdığı belirsizliği en aza indirgemek için uygun tahmin tekniğini kullanmak zorundadırlar.

Hem mikro hem de makro düzeyde alınacak kararların, yapılacak planların, izlenecek politikaların belirlenmesinde gelecek tahmini büyük önem taşımaktadır.

Bu bağlamda borsada işlem gören İş Bankası hisse senetlerinin gelecek dönem satış fiyatlarını tahmin etmeye edilecektir.

Bu analiz içinde trend ve mevsim etkisi içeren serilere uygulanan Box-Jenkins tahmin yöntemlerini kullanılmıştır.

Araştırma üç bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde zaman serilerinin genel yapısı, ikinci bölümde Box-Jenkins modellerinin teorik yapısı ele alınmıştır. Üçüncü ve son bölümde ise fiyat serinin durağan olup olmadığını belirlemek üzere testler uygulayacak ve durağanlık söz konusu değilse sağlanmaya çalışılacaktır.

1. BÖLÜM

ZAMAN SERİLERİNİN ANALİZİ VE GELECEK TAHMİNİ

1.1. Zaman Serileri ve Bileşenleri

İstatistik gözlemlerin belirli bir esasa göre sıralanması ile oluşturulan veri kümelerine seri, zaman vasfının şıklarını dikkate alarak düzenlenen serilere de zaman serisi denir.

Bir zaman serisinin verileri çeşitli faktörlerin etkisi altındadır ve faktörlerin farklı yön ve şiddetindeki etkilerine bağlı olarak bazı dalgalanmalar kaydederler. Zaman serileri ile ilgili modellerde, söz konusu dalgalanmaların dört ayrı tür hareketin aynı anda ve birlikte gösterdikleri etkiden ileri geldiği kabul edilir. Zaman serisinin bileşenleri (unsurları) adı verilen bu hareketler:

- Trend
- Konjonktür dalgalanmalar
- Mevsimlik dalgalanmalar
- Arızi – tesadüfi hareketler

olarak adlandırılmaktadır[1].

1.1.1. Trend

Trend, seride yer alan değerlerin uzun bir zaman içerisinde gösterdikleri artışı veya azalışları ifade eder.

Trend, iktisadi bir zaman serisinin uzunca bir dönemdeki genel gelişme eğilimini gösterir. Bu nedenle trende "uzun dönem hareketi" de denir.

---

[1] Özoğuz, Kayıhan, "Zaman Serilerinde Trend Fonksiyon Tipinin Belirlenmesi ve Yorumu" Ömer Celal Sarç'a Armağan kitabı içinde, İktisat Fakültesi Mecmuası, Cilt: 42, Sayı: 1-4, İstanbul, 1986, sf. 73.

Uzun devredeki değişim yada eğilimi gösteren eğriye trend eğrisi denir. Bir zaman serisinin oluşumunda etken olan olaylar, ona uzunca bir dönem içerisinde pek değişmeyen bir yön verirler. Bu serinin gözlenen değerleri belirli dönem içerisinde düzgün ve muntazam bir gelişme gösterir. Serinin bu gelişmesinin yön ve şiddeti trend olarak nitelendirilir. Zaman serilerinin trendi daima orta bir eğilim göstermektedir. Bazı serilerin eğilimi sabit olur. İktisadi zaman serilerinin trendi doğrusal ve parabolik olabileceği gibi üstel de olabilir.

1.1.2. Konjonktür Dalgalanmalar

Yatırım, üretim, satış ve gelir gibi çeşitli unsurlar ile ekonomide meydana gelen ve gelişme dönemi ile düşme dönemlerinin birbirini takip ettiği dalgalanmalara "konjonktür dalgalanmalar" denir. Bu dalgalanmalar boylarının uzunluğu ve sürelerinin belirsizliği ile mevsimsel dalgalanmalardan ayrılırlar. Bu dalgalanmalar genel ekonomik şartlara bağlıdır. Konjonktür dalgalanmalar seriden trendin, mevsimsel dalgalanmaların ve tesadüfi hareketlerin paylarının çıkarılmasından sonra geriye kalan kısmı olarak tanımlanabilirler[2]. Bu dalgalanmalarda da trend veya mevsim dalgalanmaları gibi sistematik bir nitelik taşır. Bundan dolayı bir dereceye kadar tahmin edilmesi mümkündür.

Konjonktür dalgalanmalar devridir. 5-10 yılda bir tekrarlanır. Bu dalgalanmalar periyodik değildir. Yani dalga uzunlukları birbirine eşit değildir. İktisadi olayın trendi yükselmekte iken konjonktürün yükselmesi kıymetlerin artışını hızlandırır.

1.1.3. Mevsim Dalgalanmaları

Zaman serilerinde kısa dönem içerisinde görülen dalgalanmalara mevsim dalgalanmaları denir. Mevsim dalgalanmaları periyodiktir ve uzunlukları hep aynı yani 12 aydır. Bu dalgalanmalar iktisadi bir olayın oluşumunda faktör niteliğindeki doğal olaylar, sosyal adet ve alışkanlıkların tek bir sene içinde normal bir dağılım göstermemiş olmalarından meydana gelir.

[2] Cillov Haluk, İktisadi Olaylara Uygulanan İstatistik Metodları, İstanbul, 1993; sf 73137

Örneğin yağmur, kar, don, rutubet, sıcaklık derecesi, güneş ışığı gibi meteorolojik nedenler bir yıl içerisinde her sene hemen hemen aynı tarihlerde ve aynı yönlerde gözlenen muntazam dalgalanmalar mevsim dalgalanmalardır. Mevsim dalgalanmaları sabit olabileceği gibi değişkende olabilir. Mevsim dalgalanmalarının belirlenmesinde ve ölçülmesinde yaygın olarak kullanılan yöntem hareketli ortalamalar yöntemidir.

1.1.4. Arızi ve Tesadüfi Dalgalanmalar

Ekonomik olayların zaman içerisindeki akışı üzerinde trend, konjonktür ve mevsimsel dalgalanmalardan başka etkili olan düzensiz ve sistematik olmayan hareketlere (deprem, sel, don, dolu vb.) tesadüfi hareketler denir[3]. Statiksel yöntemler ancak konjonktür dalgalanmalar ile tesadüfi hareketlerin karışık bir halde belirlenebilmelerine imkan vermektedir. Bu hareketlerin sistematik olmayışı nedeni ile önceden tahmin edilebilmeleri mümkün değildir.

Tesadüfi hareketlerin oluşumunda etken olan faktörler doğal ve sosyal beklenmeyen olaylardır. Bu hareketlerin herhangi bir yöntemle belirlenmesi mümkün değildir.

1.2. Zaman Serilerinin Analizi Ve Özellikleri

1.2.1. Dört Unsurdan Meydana Gelme Özelliği

İktisadi bir olayın zamana göre aldığı değerlerin seyrinde gözlenen dalgalanmalar ekonomik, sosyal, psikolojik vb. gibi çeşitli sebeplerin olay üzerindeki etki, yön ve şiddetinin farklı olmasından ileri gelir. Dört ana grupta toplanabilen bu dalgalanmalar; trend, konjonktür dalgalanmalar,mevsim dalgalanmaları ve tesadüfi dalgalanmalar olarak sayılabilir.

[3] Akdeniz Fikri, İstatistik Yöntemler, Adana, 1991; sf 351

1.2.2. Bağımlılık Özelliği

Zaman serilerinin özelliği, gözlem değerlerinin birbirine bağımlı olmasıdır[4] Bu bağımlılığa "iç bağımlılık" denir. İç bağımlılık zaman serileri analizini, bağımsız gözlem değerlerinden meydana gelen serilerin analizinden ayıran en önemli özelliktir. Bu özellik nedeniyle, bir zaman serisinin bugünkü ve geçmiş dönem gözlem değerlerini kullanarak gelecek dönemde alacağı değerleri tahmin etme imkânı olabilir.

1.2.3. Stokastik Süreç Olma özelliği

Zaman serileri sadece zamanın deterministik bir fonksiyonu değildir; başka bir deyişle bu olaylar sadece zaman değişkeni tarafından tam olarak açıklanamazlar. Bir zaman serisinin gelecek dönemlerde göstereceği seyri tam olarak açıklayabilmek için kullanılacak matematiksel modelde, bu olayları açıklayacak bütün değişkenlere yer vermek gerekir, ancak bu her zaman mümkün değildir. Modelde bütün değişkenlere yer vermek modeli karmaşıklaştırır ve uygulanabilir olmasını güçleştirir. Ayrıca bütün değişkenler hakkında yeterli bilgi bulunması ve onların sayısal olarak ifade edilmesi mümkün değildir.

Zamana bağlı olaylar rassal karakterdedir. Bu gibi olaylarla ilgili serilerin gelecek dönemdeki seyrini, bugünkü ve geçmiş dönem değerlerine dayanarak incelemek için değişik bir yaklaşım gerekir. Buna deterministik olmayan, stokastik veya istatistik yaklaşım denmektedir[5]. Bu nedenle zaman serileri analiz edilirken bu serilere bir stokastik süreç olarak bakılması tanımlanması ve analiz için stokastik (ihtimali) modeller kullanılması gereği ortaya çıkmaktadır.

---

[4] Kemal Göçmençelebi, İstatistik Metodları, Ankara, Ongun Kardeşler Matbaacılık Sanayii, 1976, s.185

[5] George E.P.Box ve Gwilym M. Jenkins, Time Series Analysis Forecasting and Control (San Francisco: Holden Day Inc., 1979), s. 7; Gwilym M. Jenkins ve Donald G.Watts, Spectral Analysis and Applications (San Francisco: Holden Day Inc., 1953), s. 1.

Zaman serileri analizinde karşılaşılan rassal değişkenlerin çoğu sürekli değişkenlerdir. Kesikli rassal değişkenlere daha az rastlanır. Her ne kadar zaman serileri analizinde karşılaşılan değişkenlerin çoğu sürekli değişkenler ise de bunlar çoğu zaman kesikli gibi göz önüne alınır.

1.3. Zaman Serilerinin Sınıflandırılması

Gözlem değerlerinin elde ediliş biçimine göre zaman serilerini, sürekli ve kesikli seriler; gözlem değerlerinin serinin ortalama değerinden büyük sapmalar gösterip göstermediklerine göre durağan ve durağan olmayan seriler ve son olarak göstermiş oldukları devri hareketlere göre mevsimsel veya mevsimsel olmayan olarak incelenir.

1.3.1. Sürekli ve Kesikli Zaman Serileri

İncelenen zaman serilerinin gözlem değerleri zaman içinde devamlı olarak elde ediliyorsa, meydana gelen seri sürekli zaman serisidir. Bu tür seriler genellikle zaman içinde eşit olmayan aralıklarla elde edilen gözlem değerlerinden oluşur. Eğer gözlem sadece belirli zaman aralıları ile yapılıyorsa, böyle serilere kesikli zaman serileri denir. Kesikli zaman serileri genellikle eşit zaman aralıklarıyla yapılan gözlem değerlerinden oluşur. Uygulamada en çok üzerinde çalışılan zaman serileri kesikli zaman serileridir. Gözlemlerin sürekli yapıldığı hallerde bile, belirli zaman aralıları için gözlem değerlerinin ya toplamı alınarak ya da örnekleme yoluyla sürekli seriler kesikli hale dönüştürülebilir[6].

Örneğin, ihracat ve ithalat miktarları (değerleri) sürekli olarak gözlendiğinden bu seriler sürekli zaman serileridir. Ancak, belirli zaman aralıkları için değerlerin toplamı alınarak süreksiz zaman serisi haline dönüştürülmesi mümkün olmaktadır.

Biz zaman serilerinin sürekli ve süreksiz seriler olarak ayrımının suni bir ayrım olduğu düşüncesindeyiz. Nitekim uygulamada üzerinde çalışılan zaman

[6] Kayım, Halil., İstatistiksel Ön Tahmin Yöntemleri, H.Ü. İ.İ.B.F. Yayın No.11, Ankara, 1985, sf:12.

serileri genellikle süreksiz zaman serileri olduğundan, sürekli seriler, süreksiz hale dönüştürülmektedir.

1.3.2. Durağan ve Durağan Olmayan Zaman Serileri

Zaman serileri bir stokastik süreç, durağanlık ise stokastik süreçlerle ilgili önemli bir kavramdır. Stokastik süreç olarak bir zaman serisinin tüm özellikleri, yani ortalaması, varyansı, kovaryansı ve daha yüksek dereceden momentleri zamana göre değişmiyorsa vaya seri periyodik dalgalanmalardan arınmışsa, seriye durağan zaman serisi , bu duruma ise "durağanlık" denilmektedir.

Bir zaman serisinin tüm özelliklerinin zamana göre değişmezliği, bu serinin tam durağan olduğunu ifade eder.

Zaman serisinin eğer t_1, t_2, …, t_n anlarındaki x_{t1}, x_{t2}, …, x_{tn} gözlem değerlerinin bileşik olasılık dağılım şekli ile t_{1+k} , t_{2+k} , …, t_{n+k} anlarındaki $x_{t_1+k}, x_{t_2+k}, ..., x_{t_n+k}$ gözlem değerlerinin bileşik olasılık dağılım şekli değişmiyorsa, seri tam durağan seri, bu durum ise tam durağanlık olarak ifade edilir. Başka bir deyişle, bir serinin (sürecin) gözlem değerleri kümesinin bileşik olasılık dağılımı, gözlemlerin yapıldığı zaman noktalarının zaman orijinine göre ileriye veya geriye kaydırılmasıyla herhangi bir değişikliğe uğramıyorsa, seri tam durağan seridir. Tam durağan zaman serisi, bileşik olasılık dağılımı zaman kümesi içindeki her noktada aynı özelliğe sahip olan, seriyi meydana getiren gözlem değerlerinden etkilenmeyen, sadece zaman kümesinin elemanları arasındaki uzaklığa bağlı olan bir seri olarak da tanımlanabilir. Tam durağan serilerin tüm özellikleri bütün zaman noktaları boyunca değişmediğinden istatistiksel olarak dengede olan seriler seklinde ifade edilmektedir.

Bir zaman serisinin tüm özellikleri değil de sadece sıfır orijinine göre momenti (aritmetik ortalaması) zamana göre değişmiyorsa birinci dereceden durağan seri, bu durağanlığa birinci dereceden durağanlık adı verilir. Eğer zaman serisinin sıfır orjinine göre birinci momenti olan aritmetik ortalama ile aritmetik ortalamaya göre ikinci moment olan varyans ve kovaryans zamana göre değişmiyorsa bu seriye ikinci dereceden durağan seri, bu tür durağanlığa da “ikinci dereceden durağanlık”, “kovaryans durağanlık” veya “zayıf durağanlık” denir[7]. Kovaryans durağanlık tanımına göre zaman kümesi içindeki her noktada serinin ortalaması (μ) değişmez ve zaman orijininin ileri ya da geriye kaydırılması kovaryansını etki1emez. Zaman serisinin gözlem değerleri arasındaki kovaryans sadece bu değerler arasındaki zaman aralığına (gecikmeye) bağlıdır.

Zaman serileri analizinde genellikle serinin söz konusu iki momentiyle ilgilenildiğinden, kovaryans durağanlık varsayımı yeterli sayılmaktadır.

Durağan zaman serisi örneklerine yaşamda çok az rastlanır. Gerçek yasamda, özellikle iktisadi yaşamda karşılaşılan zaman serilerinin çoğu durağan olmayan serilerdir. Bu seriler zaman serisini meydana getiren trend, mevsimsel dalgalanmalar, konjonktür dalgalanmaları ve tesadüfi dalgalanmalardan birini veya birkaçını birlikte içerirler. Bu nedenle durağan olmayan zaman serilerinin gözlem değerleri kümesinin bileşik olasılık dağılımı, gözlemlerin yapıldığı zaman noktalarının ileriye veya geriye kaydırılmasıyla değişikliğe uğrar. Anlaşılacağı gibi serilerin değişik bölümleri arasında farklılıklar söz konusu olur. Bu nedenle uygulamada en çok karşılaşılan durağan olmayan seriler bir takım dönüşüm yöntemleri kullanılarak durağan hale getirilir daha sonra analiz edilir. Bu dönüşüm zorunludur, çünkü zaman serileri analizi için geliştirilmiş ve kullanılan olasılık modelleri sadece durağan zaman serilerine uygulanabilir.

Durağan zaman serileri trend, konjonktür ve mevsim etkilerinden arındırılmış serilerdir. Bu nedenle serinin net hareketlerini gözlemek bu tip serilerde mümkün olmaktadır.

---

[7] Nelson, Charles, R, Applied time series Analysis For Managerial Forecasting (U.S.A.: Holden-Day, Inc., 1973), s. 21.

Durağan zaman serisi örneklerine yaşamda çok az rastlanır. Gerçek ve özellikle iktisadi yaşamda karşılaşılan serilerin çoğu, serinin bileşenleri olan trend, mevsim dalgalanmaları, konjonktür dalgalanmalar ve tesadüfi dalgalanmalardan birini veya birkaçını birlikte içeren, dolayısıyla durağan olmayan serilerdir. Ancak bu tip serileri bir takım dönüştürme işlemleri ile durağan hale getirerek gelecek tahmininde kullanmak mümkündür.

1.3.3. Mevsimsel ve Mevsimsel Olmayan Zaman Serileri

Bir zaman serisinde birbirini takip eden yılların aynı aylarında benzer devri hareketler görülüyorsa mevsimsel seri, aksi durumda mevsimsel olmayan seri söz konusudur. Yalnız bu tür ayırıma gidebilmek için zaman serilerinin yeterli sayıda gözlem değerini içermesi gerekir.

Örneğin Türkiye'nin turizm gelirlerine bakıldığında, kış aylarında oransal olarak bir düşüş, bahar ve yaz aylarında ise bir artış olduğu görülür. Mevsimlere bağlı olarak ortaya çıkan bu değişim her yıl benzer şekilde gözlenmektedir. İşte bu nedenle, Türkiye'nin turizm gelirleri serisinin mevsim etkisi içerdiğini söylenebilir.

Zaman serilerinin mevsim etkisi içeren ve içermeyen seriler olarak ayrımının da gereksiz olduğu düşüncesindeyiz. Zira mevsim etkisi içeren seriler, durağan olmayan zaman serileridir. Dolayısıyla zaman serilerinin durağan ve durağan olmayan zaman serileri şeklinde ayrımı, mevsim etkisi içeren/içermeyen seriler sınıflamasını da içermektedir. Bu nedenle, durağan ve durağan olmayan zaman serileri ayrımının, zaman serileri sınıflandırılmasında bizce en iyi ayrım olduğunu söyleyebiliriz.

1.4. Zaman Serilerinin İleriye Dönük Tahmin Amacıyla Analizi

Zaman serileri çeşitli amaçlar için analiz edilir. Bu amaçlar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Zaman serisini unsurlarına ayırma amacı
- Zaman serileri arasındaki ilişkiyi açıklama amacı
- Kontrol amacı
- İleriye dönük tahmin amacı

Bir zaman serisinin geleceğe yönelik tahmin amacıyla kullanılması serinin sergilediği net hareketlerin gözlenmesi yardımıyla olacaktır. Dolayısıyla, gelecek tahmininde kullanılacak bir serinin, üzerinde etkili olan trend, konjonktür ve mevsim dalgalanmalarının belirlenerek, serinin bu etkilerden arındırılmış olması gerekmektedir.

Zaman serileri analizinde diğer bir amaç, seriler arasındaki ilişkiyi açıklama amacıdır. Burada incelenen değişken bağımlı, bu değişken üzerinde etkili olan diğer değişken veya değişkenler bağımsız kabul edilerek bu iki grup değişken arasındaki ilişki bir model yardımıyla belirlenir ve bağımsız değişken veya değişkenlerde meydana gelecek değişmeler kullanılarak, bağımlı değişkendeki değişmeler açıklanmaya çalışılır.

Bir zaman serisinin geleceğe yönelik tahmin amacıyla analizinde de benzer bir mantık vardır. Burada, zaman serisinin geçmiş dönem gözlem değerlerinden oluşan seri, bir açıklayıcı değişken gibi düşünülmekte ve olayın gelecekte alacağı değerler, geçmişte aldığı değerler kullanılarak tahmin edilmeye çalışılmaktadır.

Yine bir diğer amaç olan kontrol, aslında başlı başına bir amaç olmayıp, diğer amaçların bir parçası bir uzantısı durumundadır Bir serinin işleyiş mekanizmasını belirledikten sonra, geçmiş dönem bilgilerinden hareketle sistemin planlandığı yönde gelişip gelişmediğini görmek, dolayısıyla sistemi kontrol etmek mümkün olmaktadır.

Geleceği tahmini amacıyla analiz edilen zaman serisine ait verilerin bir kısmı modelin tahmini aşamasında kullanılmayıp, kontrol amacıyla, test kümesi (test set) olarak ayrılarak, belirlenen modelin gelecek tahmininde ne denli başarılı olduğu sınanabilir.[8]

Bu sınamada olumlu sonuç alındığında, kontrol amacıyla saklanan veriler, önceden kullanılan verilerle beraber ele alınarak, model tahmini gerçekleştirilir ve bu modelden hareketle gelecek tahmini yapılır.

1.5. Zaman Serilerinde İleriye Dönük Tahmin Amacıyla Kullanılan Yöntemler

Zaman serileriyle ilgili ileriye dönük tahmin yöntemleri iki grupta toplanabilir. Bunlar çok değişkenli ve tek değişkenli zaman serileriyle ilgili tahmin yöntemleridir.

1.5.1. Çok Değişkenli Zaman Serileriyle İlgili Tahmin Yöntemleri;

Bu gruptaki yöntemler iki veya daha fazla zaman serisi arasındaki sebep-sonuç ilişkisini tanımlayan ve daha sonra tahmin ve kontrol amacıyla kullanılan yöntemlerdir.

1.5.2. Tek Değişkenli Zaman Serileriyle İlgili Tahmin Yöntemleri;

Bu yöntemler zamana bağlı bir tek değişkene ait tarihi verilerin mevcut olması durumunda kullanılan ve sadece ileriye dönük tahmin yapmaya imkan veren istatistiksel yöntemlerdir. Bu yöntemler zaman serilerinin bugünkü ve geçmiş dönem gözlem değerlerini kullanarak bu serilerin gelecek dönem tahmin değerlerinin elde edilmesini sağlarlar.

[8] Güler, Fazıl., ARIMA Modelleriyle Gelecek Tahmini ve THY Yolcu Sayıları Üzerine Bir Deneme, Basılmamış Doktora Tezi, İstanbul, 1991, sf. 9.

1.5.3. Trend Analizi ve Hesabı

Zaman serisi faktörlerinde trend faktörü geleceğe dönük tahminlerin yapılmasında çok kullanılan en önemli yöntemdir. Trend analizi, incelenen dönem içinde serinin genel gelişme eğilimini özetleyen trend eğrisinin denklemini bulmayı amaçlar.

Zaman serilerinde trend analizi iki nedenle yapılır; birinci neden olarak trendin kendisini incelemeyi amaçlar. Bu inceleme sonunda trend yardımıyla serinin genel gelişme eğilimleri saptanır ve buna göre geleceğe dönük tahminler yapma olanağı sağlanır.Bunun yanında trendi etkileyen faktörler belirlenecek ve bir trendi diğer bir trendle kıyaslama olanağı oluşacaktır. Trend analizinin ikinci nedeni ise trendden sapmaların ölçülmesini sağlamaktır.

Hareketli Ortalamalar Yöntemi;

Hareketli ortalamalar yöntemi uzun süreli değerlere sahip zaman serilerinde uygulanmaktadır. Bu yöntem yarı ortalamalar yöntemine oranla daha geçerli bir yöntemdir.

Hareketli ortalamalar yönteminde serinin grafiği çizildiğinde seride inip çıkmalar yani dalgalanmalar görülmektedir. Bu durumu ortadan kaldırmak ve belirli bir trend yakalamak için zaman serisindeki değerleri belirli bir büyüklükte kümeler halinde toplayarak aritmetik ortalama hesaplanması gerekir. Böylece serinin asıl terimleri yerine bunları temsil eden ortalama değerleri kullanılır[9]. Bu yöntemi uygulamak için, bir zaman serisinin şu şartları taşıması gerekir.

1) Trend doğrusal eğimli olmalı

2) Dalgaların uzunluğu esit olmalı

3) Dalgaların şiddeti aynı olmalı

[9] Brown GoodelI Robert, Smoting forecasting and prediction of Discrete Time Series, 1964; sf 99.

Hareketli ortalamaların kaç terim üzerinden hesaplanacağı önemli bir sorundur. Çünkü hesaplamanın farklı mertebeden yapılmış olması sonuçların farklı olmasına yol açar. Hareketli ortalamaların dalga uzunluğuna eşit sayıda kıymet üzerinden hesaplanmasına çok sık rastlanır. Bir zaman serisi aynı uzunluğa sahip dalgalardan meydana gelmişse sorun yoktur.

Ayrıca seride mevsimsel dalgalanmalar söz konusu ise bu sefer onikişerli hareketli ortalamalar alınır. Böylece seri artık mevsimsel etkilerden kurtulmuş olur. Bundan sonra serinin tekrar grafiği çizilip, ikinci seride mevcut olan konjonktür dalgalanmalar saptanır ve bu dalgalanmaların etkisini yok etmek için hareketli ortalamalar alınır.

Örneğin bir seride her biri dört uzunluğa sahip üç dalga mevcutsa, hareketli ortalamalar dörderli olacaktır. Dalgaların hep aynı uzunlukla olması haline genelde az rastlanır. Genelde dalga uzunlukları farklıdır. Böyle durumlarda dalga uzunluklarının aritmetik ortalamasını eşit sayıda terim üzerinden hareketli ortalamalar bulunur.

Üssel düzeltme tahmin yöntemleri temel özellik açısından hareketli ortalama tahmin yöntemine benzer fakat üssel düzeltme yöntemleri zaman serilerinin tüm gözlem değerlerini göz önünde bulundurdukları ve seri değerlerine bugünkü dönemden uzaklıklara göre azalarak tartı verdikleri için hareketli ortalama yönteminden ayrılırlar.

Üssel düzeltme tahmininde kullanılan ifade aşağıdaki gibidir.

$$X_{t+1} = aX_t + a\,(1 - a)\,X_{t-1} + \ldots + a\,(1 - a)^k\,X_{t-k}$$

Zaman serilerini meydana getiren bütün unsurları dikkate alan üssel düzeltme yöntemi geliştirilmiş olduğundan, bu yöntemlerle her türlü zaman serisi ile ilgili ileriye dönük tahmin yapılabilir. Yeni bir gözlem değeri seriye ilave edildiğinde bu yöntemin hemen uyarlanması mümkündür ve ilave edilen gözlem değerinden önce yapılan işlemlerin yeniden yapılmasına gerek yoktur.

Uyarlayıcı Arındırma Tahmin Yöntemi;

Uyarlayıcı Arındırma yönteminde zamana bağlı bir olayla ilgili tahmin modeli belirlendikten sonra bu olayı meydana getiren unsurlarda meydana gelebilecek değişiklikleri yeniden bir tahmin modeli belirlemeye gerek bırakmadan doğrudan tahmin değerlerine yansıtma imkanı olduğundan bu yönteme ilişkin modellere “kendi kendini yenileyen modeller” denir.

Uyarlayıcı arındırma tahmin yöntemine göre herhangi bir gelecek dönemin tahmin değeri, hareketli ortalamalar ve üssel yöntemlerinde olduğu gibi geçmiş dönem gözlem değerlerinin toplamları alınarak elde edilir.

$$X_{t+1} = \sum_{i=t-N+1}^{t} \phi_i X_i$$

şeklinde ifade edilir.

X_{t+1} : Gelecek t+1 dönemine ait tahmin değerini

X_i : i dönemine ait gözlem değerini

ϕ_i : i dönemine ait başlangıç tartı değerini

gösterir.

Uyarlayıcı arındırma yöntemi hareketli ortalama ve üssel düzeltme yöntemleri gibi kısa dönem tahmin amacıyla kullanılır.

Zaman serilerinin çoğunda ardışık gözlem değerleri birbirine oldukça bağımlıdır. Ancak çok sayıda tartı içerdiği için uygulama açısından fazla yararlı değildir. Tartı sayısı arttıkça bunların eldeki örnekten hesabındaki güvenirlilik azalır.

Bu durumu göz önüne alan Box ve Jenkins adındaki yazarlar çok az fakat uygun sayıda parametre içeren modeller geliştirmişlerdir. Zaman serilerinin analiz edilmesinde kullanılan bu modellere Box-Jenkins (B.J) modelleri adı verilir.

Box-Jenkins (B.J) modellerinde zaman serilerinin herhangi bir dönemdeki değeri aynı serinin geçmiş dönemlerdeki gözlem değerlerinin ve/veya hata terimlerinin doğrusal bir bileşimi olmasından ileri gelmektedir. Bundan dolayı B.J yöntemi otoregresif hareketli ortalama yöntemi adıyla da kullanılmaktadır.

2. BÖLÜM

BOX-JENKINS MODELLERİNİN TEORİK YAPISI

Gelecek tahmini amacıyla kullanılan istatistik yöntemlerden biri olan Box ve Jenkins adıyla da bilinen ARIMA modelleridir.

Box-Jenkins (B.J) yöntemi tek değişkenli zaman serilerinin ileriye dönük tahmininde kullanılır. Bu eşit zaman aralıklarıyla elde edilen gözlem değerlerinden meydana gelen kesikli ve durağan zaman serilerinin ileriye dönük tahmin modellerinin kurulmasında ve tahminlerin yapılmasında sistemli yaklaşım göstermektedir[1]. Eşit zaman aralılarıyla elde edilen gözlem değerlerinden meydana gelen serinin kesikli ve durağan olması B.J. yönteminin önemli varsayımlarıdır.

Box-Jenkins tahmin yönteminin diğer tahmin yöntemlerinden farkı, zaman serisinin yapısı veya genel gelişme eğilimi ile ilgili herhangi bir önbilgiye gerek göstermemesidir. Ayrıca, diğer yöntemlerin kullanılabilmesi, serinin belirli bir eğilime sahip bulunmasını gerekli kılarken bu modellerde, böyle bir kısıtlama söz konusu olmadığından Box-Jenkins yöntemi karmaşık zaman serilerine de uygulanabilmektedir[2]

Yöntemin önemli bir avantajı geçmiş dönem gözlem değerlerini bir açıklayıcı değişken gibi kullanmasıdır.

Box-Jenkins yöntemi, ekonometrik modellerden farklı olarak incelenen değişken ile ilgili davranışsal bir açıklama getirmez, bu nedenle teorik çerçeveye oturmaz. Zaman serisinin kendi iç dinamiğini dikkate alır.

---

[1] V.A. Mabert and R.C.Radeliffe, “A Forecasting Methodology as Applied to Financial Series” The Accounting Eview, C. 49, (January-1974), sf. 61.

[2] Özçelik, Salih, İktisadi Zaman Serilerinde Tahmin Yöntemleri İstanbul Ticaret Odası Toptan Eşya Fiyatları İmdeksi Üzerine Bir Uygulama, Doçentlik Tezi, Erzurum, 1980, sf. 55.

Önceden kesin olarak belirlenebilen bir model ile ifade edilen bir yöntem olmaktan çok, deneysel bir süreç olan Box-Jenkins tahmin teknikleri, çeşitli model seçenekleri arasından uygun olanını seçme ve seçilen modelin her aşamada inceleme uygunluğunu denetleme olanağına sahiptirler.

Durağan zaman serisi örneklerine çevremizde çok az rastlanır; özellikle iktisadi olaylarla ilgili zaman serileri, çeşitli zaman serisi unsurlarından (trend, mevsimsel dalgalanmalar gibi) birini veya birkaçını birlikte içerirler. Durağan olmayan zaman serilerinin ileriye dönük tahmininde B.J. yönteminin uygulanabilmesi için önce durağanlığı bozan unsurlar (zaman serisi unsurları) göz önünde tutularak bazı dönüşüm yöntemleri ile seriler durağan hale getirilir, daha sonra B.J. yöntemi ileriye dönük tahmin amacıyla kullanılır.

B.J. grubu modelleri zamana bağlı olayların rassal karakterde olaylar, bu olaylarla ilgili zaman serilerinin ise stokastik süreç olduğu varsayımına dayanarak geliştirilmiştir. Ayrıca bu modellerde rassal değişkenin zaman içinde ardarda aldığı değerler (zaman serisi gözlem değerleri) arasında mevcut olan iç bağımlılık en etkili bir şekilde dikkate alınır. Bu nedenlerden dolayı söz konusu modellere doğrusal stokastik modeller adı verilmektedir.

B.J. grubu, yani doğrusal stokastik modeller incelenen zaman serilerinin (stokastik süreçlerin) durağan olup olmaması durumuna göre doğrusal durağan stokastik modeller ve durağan olmayan doğrusal stokastik modeller olarak iki sınıfa ayrılır. Otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) modelleri olarak bilinen durağan olmayan doğrusal stokastik modeller ayrıca zaman serilerinin mevsim unsuru içerip içermemesi durumuna göre “mevsimsel ARIMA” ve “mevsimsel olmayan ARIMA” modelleri olarak sınıflandırılır.

2.1. Doğrusal Durağan Stokastik Modeller

Doğrusal durağan stokastik tahmin modelleri otoregresif (AR), hareketli ortalama (MA) ve otoregresif hareketli ortalama (ARMA) modelleridir.

2.1.1. Otoregresif Modeller (AR)

AR modeller bir zaman serisinin herhangi bir dönemdeki gözlem değerini, aynı serinin ondan önceki belirli sayıda dönemin gözlem değerinin ve hata teriminin doğrusal bir bilişimi olarak ifade eden modellerdir.

AR modeller içerdikleri geçmiş dönem gözlem değeri sayısına göre isimlendirilir. AR modeli bir tane geçmiş dönem gözlem değeri içeriyorsa "birinci dereceden" iki tane geçmiş dönem gözlem değeri içeriyorsa "ikinci dereceden" ve genel olarak p tane geçmiş dönem gözlem değeri içeriyorsa p'inci dereceden AR modeli söz konusudur[3]. AR (p) modelinin genel ifadesi şöyledir:

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + ... + \phi_p x_{t-p} + a_t$$

$x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, ..., x_{t-p}$ gözlem değerleridir.

$\phi_1, \phi_2, ..., \phi_p$ modelin parametreleridir. p modelin derecesini ve a_t normal dağılmış hata değişkenidir.

AR(p) modeli çoklu regresyon modelinde olduğu gibi bağımlı bir değişken ile bu değişkeni açıklayan bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya koyan bir model olmayıp, aynı değişkenin belirli bir t dönemine ilişkin gözlem değeri ile ondan önceki dönemlere ait gözlem değerleri arasındaki ilişkiyi açıkladığı için çoklu regresyon modelinden ayrılır ve "otoregresif model" adını alır.

Uygulamada sıkça kullanılan AR modelleri birinci ve ikinci dereceden modellerdir ve kısaltılmış olarak sırasıyla AR(1) ve AR(2) şeklinde gösterilir.

AR(1) modelinde bir zaman serisinin t dönemine ait gözlem değeri x_t , t-1 döneminin gözlem değeri x_{t-1} , ve a_t hata terimiyle açıklanır.

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + a_t$$

---

[3] Thomas H.Naylor, Terry G.Seaks ve D.W.Wichern, "Box Jenkins Methods: An Alternative to Econometric Model s". International Statistical Review, C. 40, No. 2, 1972, sf. 125.

Benzer şekilde AR(2) modeli

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + a_t$$

denklemiyle gösterilir.

AR modeller AR(p) modelinde olduğu gibi fark denklemi biçiminde yazılabileceği gibi $Bx_t = x_{t-1}$, $B^2 x_t = x_{t-2}$, ..., $B^p x_t = x_{t-p}$ ifadelerinden yararlanarak da

$$x_t = (\phi_1 B + \phi_2 B^2 + ... + \phi_p B^p) x_t + a_t$$

veya

$$(1 - \phi_1 B) - \phi_2 B^2 - ... - \phi_p B^p) x_t = a_t$$

şeklinde yazılabilir. Burada B zaman serilerinin zaman göstergesi t ile ilgili "geriye doğru öteleme operatörüdür". Örneğin $Bx_t = x_{t-1}$ ifadesindeki Bx_t'yi x_{t-1}'e öteler.

AR(p) modelinin durağanlık koşulunu sağlaması için

$$|\phi_p| < 1$$

olması gerekir.

2.1.2. Hareketli Ortalama Modelleri (MA)

MA modeller, bir zaman serisinin herhangi bir dönemindeki gözlem değerinin, aynı döneminin hata terimi ve belirli sayıda geçmiş dönemin hata terimlerinin doğrusal bir bileşimi olarak ifade edildiği modellerdir.

MA modelleri içerdikleri geçmiş dönem hata terimi sayısına göre birinci dereceden, ikinci dereceden ve genel olarak q'inci dereceden MA modelleri olarak adlandırılırlar.

MA(q) modelinin genel ifadesi şöyledir:

$$x_t = \theta_0 a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - ... - \theta_q a_{t-q}$$

x_t t'inci döneme ait gözlem değerini $\theta_0, \theta_1, \theta_2, ..., \theta_q$ modelin parametreleridir. q MA modelinin derecesini gösterir.

Uygulamada kullanılan MA modelleri birinci derecede (q=1 için) ve ikinci derece (q=2 için) modeldir; bu modeller sırasıyla MA(1) ve MA(2) şeklinde gösterilir.

MA(1) modelinin yazılımı

$$x_t = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

şeklinde olur. MA(1) modelinde bir zaman serisinin x_t , gözlem değeri t ve t – 1 dönemlerinin hata terimlerinin doğrusal bir bileşimdir.

MA(2) modelinde x_t gözlem değeri t, t–1, t–2, dönemlerine ilişkin hata terimlerinin doğrusal bir bileşimi olarak ifade edilir. MA(2) modelinin yazılımı aşağıdaki gibidir.

$$x_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

MA modelleri fark denklemi biçiminde yazılabileceği gibi "geriye doğru öteleme operatörü" B kullanılarak yazılabilir. MA(q) modeli B operatörü kullanarak

$$x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - ... - \theta_q B^q) a_t$$

şeklinde yazılır.

MA modellerinin geriye doğru öteleme operatörü B kullanarak yazılımı, bu modellerin çevrilebilirlik koşulunu sağlayıp sağlamadığını belirlemede yardımcı olan bir gösterimdir.

$$|\theta_1| < 1$$

koşulu, MA(1) modeli için “çevirilebilirlik koşulu” olarak isimlendirilir.

MA(2) modeli θ_1 ve θ_2 değerleri için durağan olmasına rağmen θ_1 ve θ_2 parametreleri aşağıdaki eşitsizliği sağlıyorsa, model çevirilebilir niteliktedir.

$$|\theta_2| < 1$$

2.1.3. Otoregresif Hareketli Ortalama Modelleri (ARMA)

ARMA modelleri durağan zaman serilerinin modellenmesinde kullanılır ve AR ve MA modellerinin bir kombinasyonudur. Bu modellerde bir zaman serisinin herhangi bir dönemine ait gözlem değeri, ondan önceki belirli sayıda gözlem değerinin ve hata teriminin doğrusal bir bileşimi olarak ifade edilir. Eğer ARMA modeli p terimli AR ve q terimli MA modelinin bir kombinasyonu ise, p+q terim içerir ve ARMA(p,q) şeklinde yazılır.

ARMA(p,q) modelinin genel gösterimi fark denklemi biçiminde aşağıdaki gibi olur: ($\theta_0 = 1$)

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + ... + \phi_p x_{t-p} + \theta_0 a_t - \theta_1 a_{t-1} - ... -$$

veya

$$x_t - \phi_1 x_{t-1} - \phi_2 x_{t-2} - ... - \phi_p x_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - ... - \theta_q a_{t-q}$$

ARMA(p,q) modelinde hesaplanması gereken parametre sayısı p+q+2 tanedir. Bunlardan p tanesi ϕ (otoregresyon) parametresi, q tanesi θ (hareketli ortalama) parametresi, bir tanesi ortalama değer μ ve bir tanesi de δ_a^2’ dir.

Uygulamada sık karşılaşılan ARMA model türü ARMA(1,1) modelidir. Bu model birinci dereceden (p=1) AR ve birinci dereceden (q=1) MA modelinin kombinasyonudur. ARMA (1,1) modelinin denklemi,

$$x_t - \phi_1 x_{t-1} = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

veya

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1} \quad \text{dir.}$$

2.2. Durağan Olmayan Doğrusal Stokastik Modeller (ARIMA)

Uygulamada karşılaşılan serilerin çoğu, özellikle ekonomik zaman serileri durağan değildir. Bu serilerin durağanlığı trend, mevsimsel ve konjonktürel dalgalanmalar ve tesadüfi sebepler gibi etkenler tarafından bozulur. Durağan olmayan zaman serilerinin modellenmesi, seride durağanlığın sağlanmasına bağlıdır. Durağanlığın sağlanması için söz konusu etkenlerin önce belirlenmesi sonra da yok edilmesi gerekir.

Bir zaman serisinin gözlem değerleri bu serinin ortalama değeri etrafında durağan değilse, serinin uygun derecede farkları alınarak durağanlık sağlanır. Fark alma derecesi d ile simgelendirilir ve uygulamada d genellikle 1 ve en çok 2 değerini alır.

Durağan olmayan ancak fark alma işlemiyle durağan hale dönüştürülmüş serilere uygulanan modellere entegre modeller veya “durağan olmayan stokastik modeller” adı verilir.

Otoregresyon parametresinin derecesi p, hareketli ortalama parametresi derecesi de q ise ve d kez fark alma işlemi yapılmışsa, bu modele (p,d,q) dereceden otoregresif entegre hareketli ortalama modeli adı verilir ve ARIMA (p,d,q) şeklinde yazılır.

Genel ARIMA(p.d.q) modelinin ifadesi şöyledir:

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \phi_2 w_{t-2} + \ldots + \phi_p w_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_1 a_{t-2} - \ldots - \theta_q a_{t-q}$$

∇ = Fark alma operatörü

d = Fark alma dercesi

$\{w_t\} =$ Farkı alınmış seridir.

Eğer birinci farklar (d=1) seriyi durağan hale getiriyorsa fark operatörü işleyişi ;

$$\nabla x_t = w_t = x_t - x_{t-1}$$

şeklinde gösterilir.

$$\nabla x_t = x_t - x_{t-1}$$

Eğer d'inci farklar seriyi durağan hale getiriyorsa ∇ fark alma ;

$$\nabla^d x_t = w_t = (1-B)^d x_t$$

gibi ifade edilir.

Mevsimsel dalgalanma göstermeyen serilerin ileriye dönük tahmininde kullanılan genel ARIMA(p,d,q) modelinde hesaplanması gereken parametre sayısı ARMA(p,q)'daki kadardır.

ARIMA(p,d,q) modelinde p veya q sıfır olabilir. Bu durumda model ya AR(d,p) veya MA(d,q) model türüne indirgenmiş olur.

1.ARIMA (0,1,1) modeli

$$\begin{aligned}\nabla x_t &= a_t - \theta_1 a_{t-1} \\ &= (1-\theta_1 B) a_t\end{aligned}$$

2.ARIMA(0,2,2) modeli

$$\begin{aligned}\nabla^2 x_t &= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} \\ &= (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2) a_t\end{aligned}$$

3.ARIMA (1,1,1) modeli

$$\nabla x_t - \nabla x_{t-1} = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

veya

$$(1-\phi_1 B)\nabla x_t = (1-\theta_1 B)a_t$$

eşitlikleri ile ifade edilir.

2.3. Mevsimsel Modeller

Aylık veya üç aylık zaman aralıklarına ait gözlem değerlerinden oluşan zaman serilerinin birbirini izleyen yılların aynı aylarında/dönemlerinde maksimuma ve minimuma ulaşma eğilimi mevsim dalgalanmalarını ifade etmektedir. Doğal ve sosyal nedenler sonucu ortaya çıkan ve her yıl düzenli olarak tekrar eden bu dalgalanmaları içeren serilere "mevsimsel zaman serileri" adı verilir. Mevsimsel dalgalanmaların dalga uzunluğu s ile gösterilir, aylık gözlem değerlerinden meydana gelen serilerde genellikle 12 dir. Ancak 6 aylık (s=6) periyoda sahip mevsimsel dalgalanmalara da rastlanabilir. Üçer aylık aralıklarla yapılan gözlem değerlerinden oluşan serilerde 4'tür.

Mevsimsellik zaman serilerinin durağanlığını bozan unsurlardan biridir, bu serilerde durağanlığın sağlanması için serinin mevsim etkisinden arındırması gerekir[4]. Bu amaçla gözlem değerlerinin s'inci dereceden farkı alınması gerektiğinden, mevsimsel serilerin modellenmesinde s'nin bilinmesi önemlidir.

Mevsimsel serilerin modellenmesi ARIMA modelinden yararlanarak yapılır. Ancak yapılacak mevsimsel model hem veri düzeyindeki değişmeleri hem de mevsimlerin etkisiyle oluşan değişmeleri yansıtabilmelidir. Çünkü bir zaman serisi hem trende sahip olabilir, hem de bunun yanında mevsimsel dalgalanmalar içerebilir. Bu özellikte bir zaman serisinin gözlem değerleri arasında iki türlü ilişki vardır: birbirini izleyen gözlem değerleri arasındaki ilişki ve birbirini izleyen yılların aynı aylarına ait gözlem değerleri arasındaki ilişki, yani mevsimsel ilişkidir.

[4] Kendal, M.G., The advanced Theory of Statics,Charles Griffin, London, 1973, sf: 506-507

Mevsimsel zaman serilerinin analizinde kullanılan ve yukarıda sözü edilen iki tür ilişkiye yer veren model,

$$\phi_p(B)\ \phi_p(B^s)\nabla^d\nabla_s{}^D x_t = \theta_q(B)\ \theta(B^s)\ e_t$$

şeklinde yazılabilir ve çarpımsal model adı verilir. Bu modelde;

ϕ : Mevsimsel otoregresyon parametresini,

θ : Mevsimsel hareketli ortalama parametresini,

s : Mevsimsel dalgalanmaların dalga uzunluğunu,

D : Mevsimsel fark alma derecesini,

p : Mevsimsel otoregresif model derecesini,

q : Mevsimsel hareketli ortalama model derecesini,

$\phi_p(B^S)$ ve $\theta_q(B^S)$ sırasıyla p ve q dereceden B'nin polinomlarını gösterir.

∇_S^D : Mevsimsel fark alma operatörü,

∇^d : d'inci dereceden fark alma operatörüdür.

Genel mevsimsel modelin derecesi, mevsimsel ve mevsimsel olmayan modellerin derecelerinin çarpımıdır, ve (p,d,q) (P,D,Q) seklinde gösterilir, (p,d,q) mevsimsel olmayan modelin derecesini, (P,D,Q) ise mevsimsel modelin derecesini ifade eder.

Uygulamada sık karşılaşılan ve iktisadi olaylarla ilgili zaman serilerinin çoğunda tahmin amacıyla kullanılan model derecesi (0,1,1) (0,1,1) olan ARIMA modelidir. (0,1,1) modeli ARIMA modellerinden birinci derece entegre hareketli ortalama modelidir.

(0,1,1) modeli birinci dereceden mevsimsel hareketli ortalama modeldir. Bu model ise

$$\nabla_{12} x_t = (1 - \theta B^{12}) a_t$$

şeklinde ifade edilebilir.

(0,1,1) $(0,1,1)_{12}$ olan çarpımsal modelin yazılımı

$$\nabla \nabla_{12} x_t = (1 - \theta B)(1 - \theta B^{12}) a_t$$

şeklinde olur. Aynı modelin daha açık gösterimi ise

$$(x_t - x_{t-1}) - (x_{t-12} - x_{t-13}) = a_t - \theta a_{t-1} - \theta a_{t-12} + \theta \theta a_{t-13}$$

biçimindedir. Bu modele birinci dereceden çarpımsal mevsimsel hareketli ortalama adı verilir[5].

2.4. Box-Jenkins Yönteminde Model Belirleme Aşamaları

2.4.1. Model Belirlemede Kullanılan Araçlar

Box-Jenkins tahmin modelleri sıfır orijinine göre birinci moment (ortalama), ortalama orijinine göre ikinci moment (varyans), otokovaryans, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları ve korelogram gibi araçlar yardımıyla tanımlanabilir.

Durağan stokastik bir süreç niteliğindeki Box-Jenkins tahmin modellerinin sabit bir ortalaması vardır. Bu ortalama serinin etrafında dalgalanma gösterdiği düzeyi ifade eder.

[5] Özmen ,Ahmet.,Zaman Serisi Analizinde Box-Jenkins Yöntemi ve Banka Mevduat Tahmininde Uygulama Denemesi,Anadolu Ün.Yayın No:207 Fen-Edebiyat Fak,Eskişehir,1986,sf.51

$$E(x_t) = E(x_{t+k}) = \mu$$

ile gösterilir.

Durağan sürecin ortalaması olan μ incelenen zaman serisine dayanarak tahmin edildiğinde,

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} X_t = \mu$$

olur.

Box-Jenkins tahmin modellerinin, birer durağan stokastik süreç olarak varyans sabittir. Değerlerin ortalama değerden sapmalarının ölçüsü olan varyans;

$$\delta_x^2 = E(X_t - \mu)^2$$

ile gösterilir.

δx^2 'nin incelenen zaman serisine dayanarak tahmini ise

$$S_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(x_t - \overline{x})^2 = \hat{\delta}_x^2$$

şeklinde ifade edilebilir.

Otokovaryans fonksiyonu zaman serilerine uygulanan, serilerin ilişki ve özelliklerini açıklayan ve bu nedenle analiz edilecek zaman serilerine uygun olabilecek zaman serisi modelinin seçiminde yardımcı olan , açıklayıcı bilgi oluşturan önemli fonksiyonlardan birisidir.

Bir zaman serisinin X_t ile X_{t+k} , gibi belirli bir k zaman aralığıyla (gecikmesi) birbirinden ayrık iki değer arasındaki ilişkiye "otokovaryans", bu ilişkinin derecesini ölçen ve $\nu(k)$ ile gösterilen katsayıya da "otokovaryans katsayısı" denir[6]. Otokovaryans katsayılarını k gecikmesine bağlayan fonksiyona ise "otokovaryans fonksiyonu" adı verilir.

Durağanlık varsayımı gereği otokovaryansın zamanın değil, gecikmenin bir fonksiyonu olduğunu söyleyebiliriz.

Otokovaryans katsayısı k gecikmesi için

$$\nu(K) = Kov(X_t - X_{t+k}) = \sum \left[\left(X_t - \sum (X_t) \right) \left(X_{t+k} - \sum \left(X_{t+k} \right) \right) \right]$$

biçiminde belirlenir. k = 0 olduğunda, yani sıfır gecikmesindeki kovaryans varyansa eşittir:

$$\nu(0) = Kov(X_1 X_t) \quad = \sum \left[(X_t - \mu)(X_t - \mu) \right]$$

$$= \sum (X_t - \mu)^2$$

$$= \delta_x^{\;2}$$

k=0 durumunda otokovaryans fonksiyonu simetriktir:

$$\nu\ (k) = \nu(-k)$$

İncelenen zaman serisine dayanarak (k) otokovaryans fonksiyonunun tahmini C(k) ile gösterilir[7]. Örnek otokovaryansı adı verilen C(k) aşağıdaki gibi hesaplanır:

---

[6] E.Malinualud, Statistical Methods of Econometrics (Netherland: North-Holland Publishing Company, 1970), s. 443; Box ve Jenkins, s. 26, 30.

[7] Bazı yazarlar 2.3.1 nolu formülde 1/n yerine 1/(n-k) kullanırlar, n büyük olduğunda her iki yazılım arasında önemsiz fark olacaktır. Bu konuda ayrıntılı bilgi için bkz.: E.Parzen, "Mathematical Consideration in the Estimation of Spectra". Technometrics, C.3, No: 2, (May, 1961), sf. 174; Chatfield, sf. 25.

$$C(k)=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n-k}(X_t-\overline{X})(X_{t+k}-\overline{X}), k=0,1,2,...,K$$

Örneklem otokovaryansının güvenilir olabilmesi için gözlemlerin yeterli sayıda olması gerekir. Çünkü gecikme sayısı arttıkça tahminde kullanılan gözlem sayısı azalır; bu azalış tahmin hatasını arttırır. Yeterli bir otokorelasyonunun belirlenebilmesi için, uygulamada gözlem sayısının en az 50 olmasına dikkat edilir. Diğer taraftan hesaplanacak kovaryans katsayısının da en çok n/4 kadar olması, başarılı bir analiz için yeterli sayılır[8].

Otokovaryans fonksiyonu zaman serilerinin analizinde önemli bir araç olmasına rağmen, farklı ölçü birimleriyle ifade edilmiş veya terimleri farklı büyüklüklerde olan serilerin karşılaştırılmasında yanıltıcı olabileceği için yetersiz kalmaktadır. Otokovaryans fonksiyonunun bu yetersizliği hesaplanan $\nu(k)$'ların standartlaştırılması, yani $\nu(0)=\delta_x^2$ değerine bölünmesi suretiyle giderilebilir. Standartlaştırılmış otokovaryans fonksiyonuna "otokorelasyon fonksiyonu" denir.

Otokorelasyon fonksiyonu analiz edilecek seri için uygun olabilecek model/model1erin belirlenmesinde ve seçiminde kullanılan önemli analiz araçlarından biridir. Otokorelasyon aynı değişkenin farklı zaman aralıklarında aldığı kıymetler arasındaki ilişkinin derecesini belirler.

Zamana göre ardarda elde edilmiş gözlem kümesinde farklı zaman aralıklara sahip gözlemler arasındaki ilişkinin derecesinin ölçülmesinde kullanılan katsayıya "otokorelasyon katsayısı" (teorik otokorelasyon katsayısı) denir ve P(k) ile gösterilir. Farklı değerdeki k gecikmeleri (k = 0, 1, 2) için hesaplanan P(k) ları k gecikmelerine bağlayan fonksiyona "otokorelasyon fonksiyonu" denir.

[8] John Farley ve Melvin, J. Hinich, Spectral Analysis, in Handbook of Marketing Research, (U.S.A.: Mc.Graw-Hill, Inc., 1974), sf. 21384; Box ve Jenkins.

k gecikmesi için otokorelasyon katsayısı P(k) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$P(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)}{(X_t - \mu)^2} = \frac{\nu(k)}{\delta_X^2}$$

Durağan bir süreçte $\delta_X^2 = \nu(0)$ ve t = (t+k) olduğundan k gecikmeli otokorelasyon katsayısı aşağıdaki gibi de hesaplanabilir.

$$P(k) = \frac{\nu(k)}{\nu(0)}$$

Sıfır gecikmesindeki otokorelasyon katsayısı

$$P(0) = \frac{\nu(0)}{\nu(0)} = 1$$

olarak bulunur.

İncelenen zaman serisi için hesaplanan otokorelasyon katsayısına "örneklem otokorelasyon katsayısı" denir, r(k) ile gösterilir ve aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$r(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \overline{X})(X_{t+k} - \overline{X})}{\sum_{t=1}^{n} (X_t - \overline{X})^2}$$

k gecikmede örnek otokorelasyon katsayısını r_k ile gösterirsek ;

$$r(k) = \frac{C(k)}{C(0)} \qquad \begin{bmatrix} k = 0 \Rightarrow r_0 = \dfrac{c_0}{c_0} = 1 \\ \\ k = 1 \Rightarrow r_1 = \dfrac{c_1}{c_0} \end{bmatrix}\text{'dır.}$$

formülü ile elde edilir.

Otokorelasyon Fonksiyonunun Özellikleri;

- Otokovaryans fonksiyonunun tahmininde gözlem ve gecikme sayısına ilişkin olarak belirtilen durumlar otokorelasyon fonksiyonunda da geçerlidir.
- Otokorelasyon fonksiyonu gecikmenin simetrik bir fonksiyonudur:

  P(k) = P(-k)
- Otokorelasyon katsayıları + 1 ve – 1 arasında değerler alır:

  -1≤P(k)≤1
- Aynı otokovaryans fonksiyonuna sahip yalnızca bir durağan normal süreç olmasına karşın aynı otokorelasyon fonksiyonuna sahip normal olmayan birçok süreç bulmak mümkündür. Bu durum örneklem otokorelasyon fonksiyonunun açıklanmasında büyük güçlükler yaratmaktadır[9].

Çok sayıda terimden meydana gelen rassal bir serinin k=0,1,2,... gecikme değerleri için hesaplanan otokorelasyon katsayılarının örneklem dağılımının ortalaması sıfır, standart hatası yaklaşık olarak $\frac{1}{\sqrt{n}}$'dir. Fakat gecikme değeri k≥l için otokorelasyon katsayısının standart hatası aşağıdaki formüle göre hesaplanır.

$$S_{(r(k))} = \sqrt{\frac{1}{n}\left[1 + 2\sum_{k=1}^{k} r(k^2)\right]}, \quad k \geq 1$$

Çeşitli gecikmeler için hesaplanan örneklem otokorelasyon katsayılarının değerleri $\pm\frac{Z_C}{\sqrt{n}}$ limitleri içinde ise, otokorelasyon katsayı1arının değerinin sıfır ve serinin rassal olduğuna karar verilir. Z_c verilen olasılık düzeyindeki kritik değeri

[9] Chatfield, C., Box Jenkins Seasonal Forecasting : Problems in a Case-Study" sf. 37-39

gösterir, $\pm \frac{Z_C}{\sqrt{n}}$ limitlerinin dışında kalan otokorelasyon katsayıları bazı B. J. modellerinin derecesinin belirlenmesinde kullanılır.

Otokorelasyon katsayılarının analizi zaman serilerinin durağan olup olmadığını da gösterir. Eğer incelenen zaman serisi durağan ise, bu seri için hesaplanan otokorelasyon katsayılarının değeri birkaç gecikmeden sonra sıfıra yaklaşır veya $\pm \frac{Z_C}{\sqrt{n}}$ limitleri içinde kalır. Aksi takdirde serinin durağan olmadığına karar verilir.

Tahmin hatası tahmin modeline dayanarak her gözlem değeri için elde edilen tahmin değerinin ilgili gözlem değerinden çıkarılmasıyla bulunur ve a_t harfiyle gösterilir:

a_t = Gözlem değeri - Tahmin değeri

Gözlem değerleri için hesaplanan tahmin hatalarının ardarda sıralanmasıyla meydana gelen seri "tahmin hataları zaman serisi" veya "hatalar serisi" adı verilir.

Hatalar serisinin farklı gecikmelerdeki otokorelasyon katsayıları r(k),

$$r_a(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (a_t - \bar{a})(a_{t+k} - \bar{a})}{\sum_{t=1}^{n} (a_t - \bar{a})^2}$$

veya

$$r_a(k) = \frac{C_a(k)}{C_a(0)}$$

Burada

a_t : t dönemine ait tahmin hatası

$\bar{a}$: hatalar serisinin ortalaması

a_{t+k} : t+k dönemine ait tahmin hatası

C (k) : Hatalar serisinin örneklem otokovaryans katsayısıdır.

Tahmin hatalarının otokorelasyon katsayılarının değeri $\pm \frac{Z_C}{\sqrt{n}}$ limitleri içinde kalıyorsa tahmin amacıyla kullanılacak mode1 uygun modeldir; hatalar rassal hatalardır. Aksi takdirde başka bir model denemek gerekir.

Kısmi otokorelasyon, diğer gecikmeli değişkenlerin etkisi sabit kalmak şartıyla bir x değişkeni ile bu değişkenden gecikmeli olarak türetilen herhangi bir x_{t+1}, x_{t+2}, x_{t+3} … değişkeni arasındaki ilişkiyle ilgilidir. “Kısmi otokorelasyon katsayısı” ise bu ilişkinin derecesini belirleyen istatistiksel bir ölçüdür. Otokorelasyon katsayısında olduğu gibi kısmi otokorelasyon katsayısı da +1 ve -1 arasında değer alır ve otokorelasyon katsayısı gibi yorumlanır. Gecikmeli olarak hesaplanan kısmi otokorelasyon katsayıları k=l,2,3... değerleri için $\phi_{11}, \phi_{22}, ..., \phi_{kk}$ simgeleriyle gösterilir.

Kısmi otokorelasyon katsayıları $\phi_{11}, \phi_{22}, ..., \phi_{kk}$ ile ifade edilir.

$$P_j = \phi_{k1} P_{j-1} = ... + \phi_{k(k+1)} P_{j-k+1} + \phi_{kk} P_{j-k}$$

$$j = 1, 2, ..., k$$

Uygulamada kısmi otokorelasyon fonksiyonunun tahmin edilebilmesi için denklemlerdeki genellikle bilinmeyen P_j’lerin yerine onların tahmin değerleri olan r_j’ler konulur. P_j yerine r_j yazılırsa;

$$r_j = \phi_{k1} r_{j-1} = ... + \phi_{k(k-1)^r\ j-k+1} + \phi_{kk} r_{j-k}$$

$$j = 1, 2, 3, ..., k$$

Bu duruma göre kısmi otokorelasyon fonksiyonunun tahmininde aşağıdaki matristen yararlanılabilir.

$$\begin{array}{ccccccc}
1 & r_1 & r_2 & .... & r_{k-1} & \phi_{k1} & r_1 \\
r_1 & 1 & r_1 & .... & r_{k-2} & \phi_{k2} & r_2 \\
. & . & . & .... & . & . & . \\
. & . & . & .... & . & . & . \\
. & . & . & .... & . & . & . \\
r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & .... & 1 & \phi_{kk} & r_k
\end{array}$$

Eşitlikler $\hat{\phi}_{11}, \hat{\phi}_{22}, ..., \hat{\phi}_{kk}$ için ayrı ayrı çözüldüğünde, her aşamada hesaplanan ϕ değerlerinin en sonuncusu gecikmeli kısmi otokorelasyon katsayısı olarak kabul edilecektir; k=1, 2, 3, … için çözüm yapıldığında, her seferinde bulunan son katsayı gecikmeli kısmi otokorelasyon katsayısı olacaktır.

$$\phi_{11} = r_1 \, ,$$

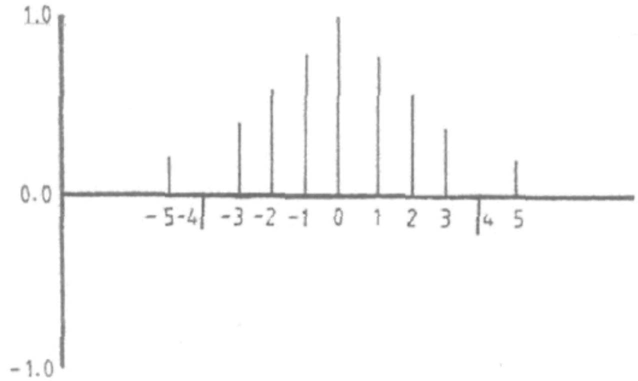
$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 - r_1^{\,2}}{1 - r_1^{\,2}}$$

$$\phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_1 \\ r_1 & 1 & r_2 \\ r_2 & r_1 & r_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 \\ r_1 & 1 & r_1 \\ r_2 & r_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

Kısmi otokorelasyon katsayıları AR modellerin derecesinin belirlenmesinde kullanıldığından, AR süreçler için büyük önem taşır. AR modellerin derecesini belirleyebilmek için hesaplanan kısmi otokorelasyon katsayılarının hangi gecikmeden sonra sıfırdan farlı olmayan değerler aldığında karar vermek gerekir. Kısmi otokorelasyon katsayılarının standart hatası verilecek karar için bir ölçüdür.

Kısmi otokorelasyon katsayıları uygun model tipinin belirlenmesinde yardımcı olur.

Otokorelasyon katsayıları kümesinin analiziyle model belirlemede yardımcı olan korelogram, otokorelasyon katsayıları ile gecikme değerlerinin (gecikme k, k=0, 1, 2, …) karşılıklı işaretlenmesiyle elde edilen grafiklerdir.

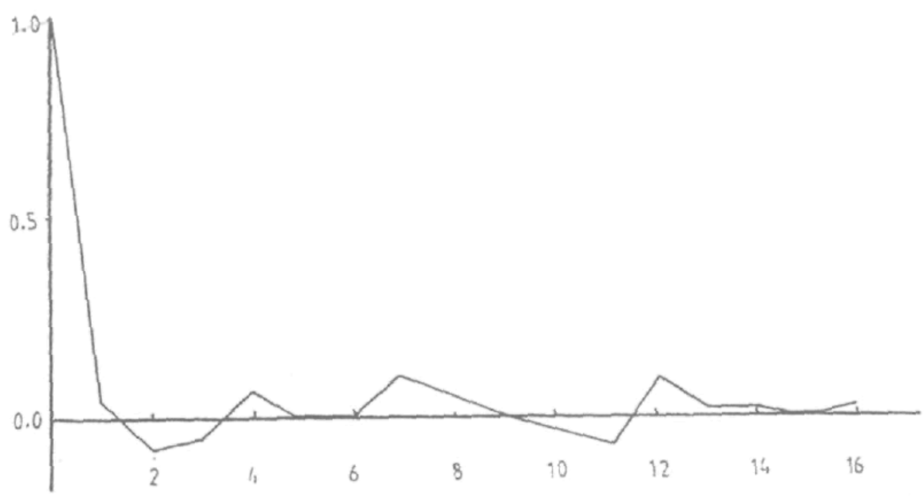


Şekil 1: Otokorelasyon Katsayılarının Korelogramı

Eğer bir zaman serisi tamamı ile rassal bir seri ise ve gözlem sayısı büyükse, bu serinin örneklem otokorelasyon katsayılarının değerleri,

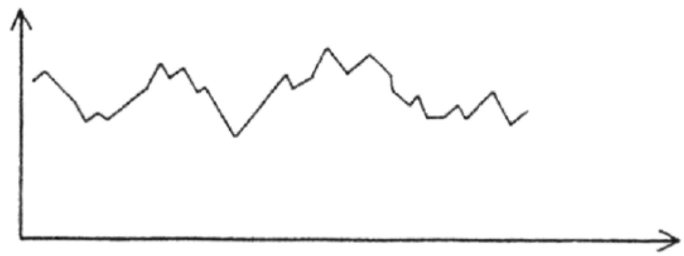
$$r(k) = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k = \pm 1,\ \pm 2 \end{cases}$$

gibi olur. Rassal olan bir zaman serisinin r(k) değerleri ortalaması sıfır, standart sapması $\frac{1}{\sqrt{n}}$ dir ve yaklaşık normal dağılım gösterir. Hesaplanan r(k) değerlerinin biri (r(0)) hariç, diğerleri $\pm \frac{Z_C}{\sqrt{n}}$ limitleri arasında kalır.

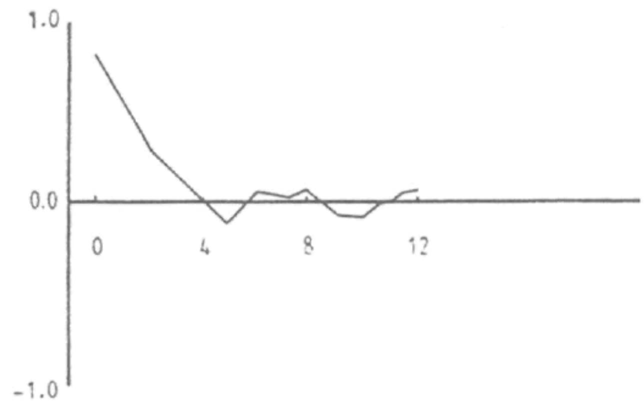


Şekil 2: Bir Rassal Serinin Korelogramı

r(k)’nın ilk gecikmelerindeki değerleri sıfırdan çok farklı olmakla beraber, gecikme değeri k büyüdükçe r(k)’nın değeri hızla sıfıra yaklaşır. Küçük gecikme değerlerinde ilişki gösteren serilerin grafiği ve korelogramı aşağıda gösterilmiştir.

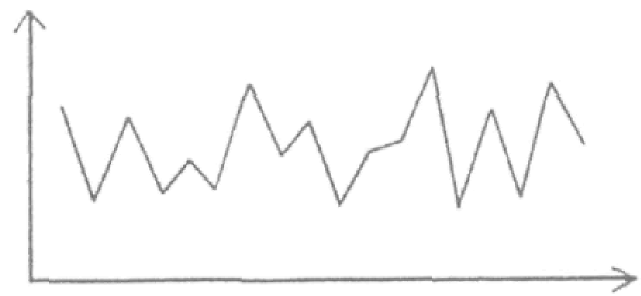


Şekil 3: Küçük Gecikme Değerlerinde İlişki Gösteren Bir Serinin Grafiği

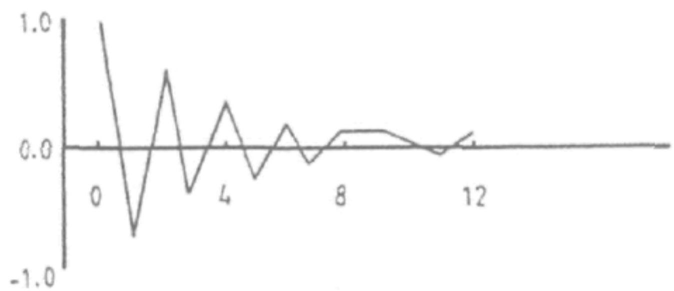


Şekil 4:Küçük Gecikme Değerlerinde İlişki Gösteren Bir Serinin Korelogramı

Bir zaman serisinin birbirini izleyen değerleri bu serinin ortalama kıymetinin her iki tarafında değişme eğilimine sahipse, bu serilere “sinüzoidal seriler” denir. Sinüzoidal serilerin r(k) değerleri de aynı değişmeyi gösterir.

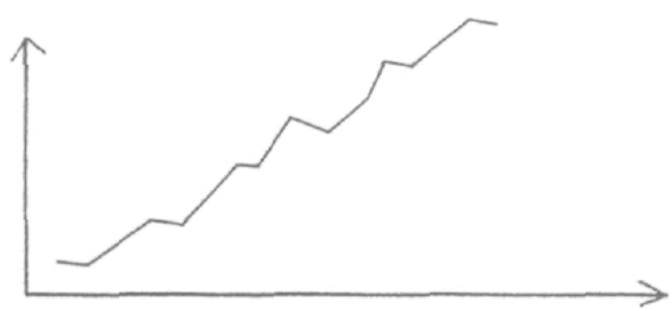


Şekil 5: Sinüzoidal Dalgalanma Gösteren Bir Serinin Grafiği

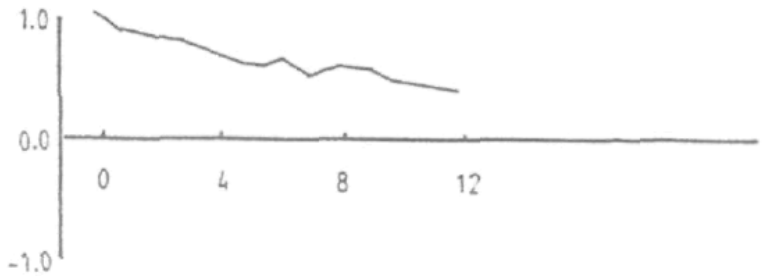


Şekil 6: Sinüzoidal Dalgalanma Gösteren Bir Serinin Korelogramı

Bir zaman serisi gözlem değerleri trend gösteriyorsa, bu seriler için hesaplanan r(k) değerleri k değeri çok büyük olmadıkça sıfır değerine yaklaşmaz.

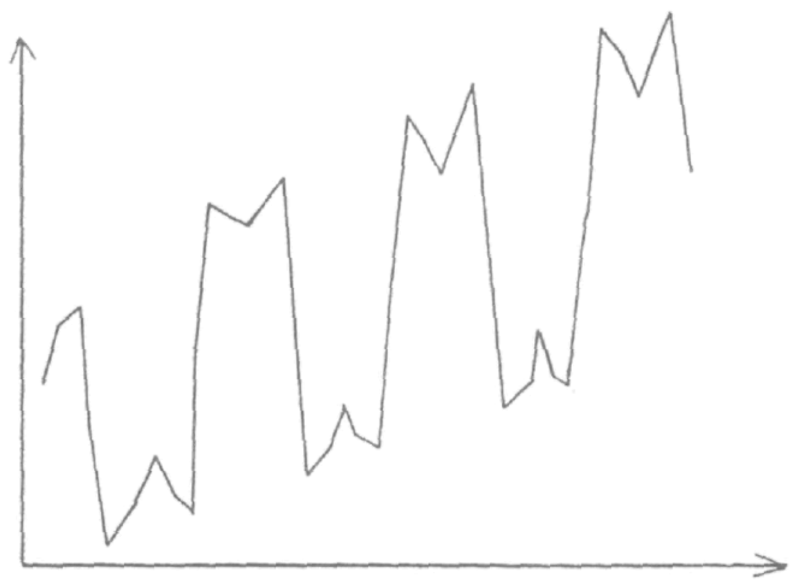


Şekil 7: Durağan Olmayan Serilerin Grafiği

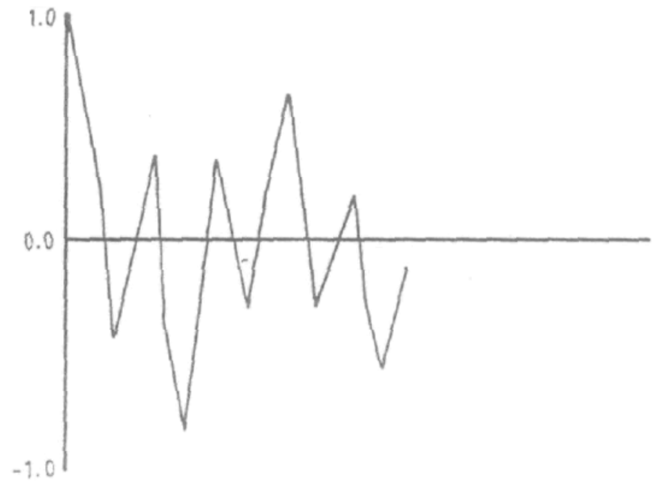


Şekil 8: Durağan Olmayan Serilerin Korelogramı

Eğer bir zaman serisi mevsimsel dalgalanma gösteriyorsa, korelogram da aynı sıklıkta dalgalanma gösterir, örneğin aylık gözlem değerlerinden meydana gelen bir serinin gözlem değerleri 12 aylık aralıklarla yükselme veya azalma gösterdiğinde, otokorelasyon katsayılarının değeri de aynı aralıklarda sıfırdan farklı olur.



Şekil 9: Mevsimsel Bir Serinin Grafiği



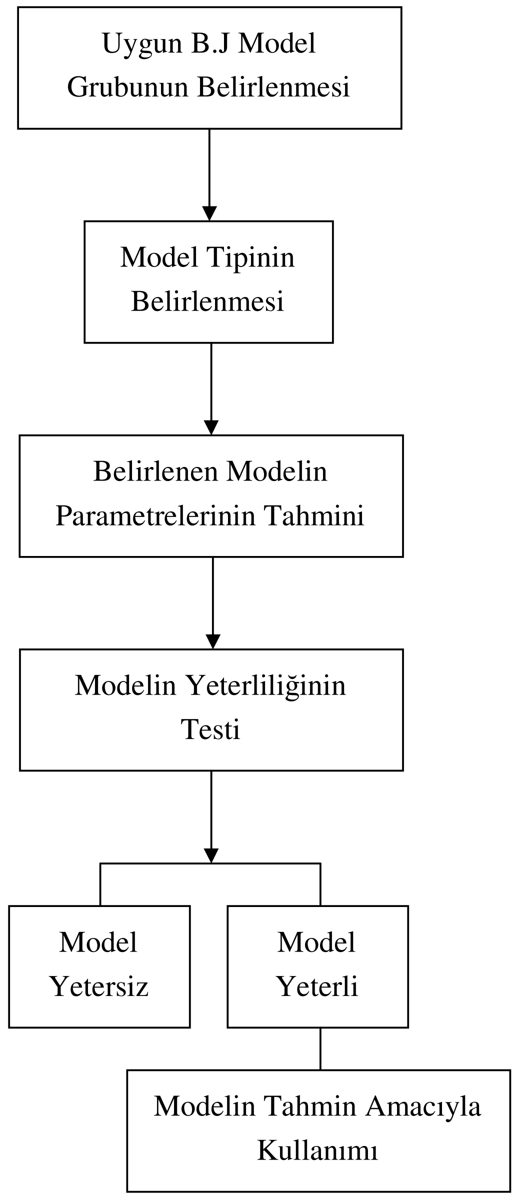
Şekil 10: Mevsimsel Bir Serinin Korelogramı

2.4.2. Model Belirleme Aşamaları

Box ve Jenkins'in zaman serilerinin analiz edilmesi amacıyla geliştirdikleri modellere genel olarak Box ve Jenkins (B.J) grubu modeller değinildiği daha önceki başlıklarda belirtilmişti.

Zaman serileri için uygun B.J. modellerinin seçiminde, geliştirilmesinde ve tahmin amacıyla kullanılmasında yapılacak işlemlerin ilki asli seri incelenerek model grubu karşılaştırılır. Model grubundan hangi model tipinin ilgilenilen seri için uygun olacağına karar verilir, üçüncü basamakta uygun olabileceğine karar verilen modelin parametreleri tahmin edilir. Dördüncü basamakta bu modelin yeterli olup olmadığı test edilir. Model yeterli ise tahmin amacıyla kullanılır. Model yeterli değilse,ilk basamağa dönülür ve aynı işlemler yeterli bir model saptanıncaya kadar tekrarlanır.

Tablo 1: Box ve Jenkins Yönteminde Model Belirleme Aşamaları



Analiz edilecek bir zaman serisi için ARIMA modeller grubundan hangisinin uygun olacağına karar verebilmek için serinin durağanlığının ve mevsimselliliğinin belirlenmesi gerekir.

Box-Jenkins yönetimine dayanarak incelenecek olan bir zaman serisi için uygun model belirleme aşamasında yapılacak ilk iş, serinin durağan olup olmadığının belirlenmesidir. Box-Jenkins tahmin modellerinin uygulanabilmesi için serinin durağan olması bir varsayımdır. Bu nedenle durağan olmayan serilerin analiz edilmesinde ve tahmininde Box-Jenkins modellerinin uygulanabilmesi için seriler belirli sayıda fark alma yöntemiyle durağan hale dönüştürülür[10].

Bir zaman serisinin durağan olup olmadığını anlamak için başvurulacak basit yol, serinin grafiğini çizmektir. Grafik trend, mevsimsellik gibi unsurların varlığını gösteriyorsa, incelenen serinin durağan olmadığına karar verilebilir. Ancak bu yolla sağlıklı karar vermek güçtür, ilk bakışta durağan görünümünde olan seriler, zaman içinde az da olsa değişiklik gösterebilirler.

Zaman serilerinde durağanlığın irdelenmesinde güvenilir bir araç, serilerin otokorelasyon fonksiyonları ve bu fonksiyonların korelogramıdır.

Bir serinin durağan olmadığını belirlemede grafiğini incelemek her kadar bir yöntem olsa da büyük ölçüde subjektif kararlara dayandığından, objektif nitelik taşıyan testlere dayanarak karar vermek daha sağlıklı olacaktır.

Bir serinin durağan olup olmadığı araştırılırken

- Non-parametrik
- Parametrik

testler kullanılabilmektedir.

Non-parametrik testler anakütle dağılımı ile ilgili bir takım varsayımlarda bulunmayı gerektirmeyen başka bir deyişle herhangi bir teorik dağılım fonksiyonuna

---

[10] Durağanlığın sağlanmasında kullanılan diğer yöntemler eğri uydurma ve filtrelenmedir. Bu konuda bilgi için bkz.: J.W. Gregg, C.V,Hossel ve J.T.Richardson. Mathematical Trend Curves: An Aid to Forecasting, (Edinbirgh: Oliver and Boyd Inc., 1964); Farley, Hinich, sf. 387.

dayanmayıp, bir teorik dağılım fonksiyonunun parametrelerinden faydalanmayan testlerdir.

Parametrik testler anakütle dağılımının şekli ile ilgili temel varsayımlar gerektiren testlerdir. Başka bir deyişle parametrik testlerin kullanılması anakütle dağılımının şeklinin bilinmesine bağlıdır.

Parametrik ve non-parametrik testlerin birbirlerine göre üstün ve zayıf taraflarını şu şekilde sıralamak mümkündür[11].

- Parametrik testler, non-parametrik testlere oranla daha etkin ve daha güçlüdür.

- Non-parametrik testler ise hesap kolaylığı bakımından parametrik testlere oranla üstündür.

- Non-parametrik testler daha kolaydır ve daha kısa sürede sonuç almak mümkündür.

Sonuç olarak non-parametrik testlerin, kullanımı belirli şartların gerçekleşmesine bağlı olmadığından geniş bir uygulama alanına sahip olduğunu, ancak parametrik testlere oranla daha zayıf olduklarını görüyoruz.

Parametrelere dayalı analizlerle elde edilen sonuçların, etkinliklerinin ve basan derecelerinin daha fazla olduğunun kanıtlanmış olması nedeniyle anakütle dağılımının şekli ile ilgili bilgi sahibi olunduğu durumlarda parametrik testlerin kullanılması daha uygundur.[12]

Normal dağılım varsayımının gerçekleşmesi durumunda küçük örnek büyüklükleri için parametrik testler non-parametrik testlere oranla daha güçlüdür.[13]

---

[11] Kurtuluş. Kemal, Pazarlama Araştırmaları, İstanbul Üniversitesi Yayın No: 3239, İşletme Fakültesi Yayın No: 161, İşletme İktisadi Enstitüsü Yayın No: 71, İstanbul, 1985, sf. 114.

[12] Köksal Aloba, Bilge., İstatistik Analiz Metodları, Genişletilmiş 3. Baskı, Çağlayan Kitabevi, İstanbul, 1985, sf. 424.

2.4.2.1. Non-parametrik Testler

Dönüm noktaları ve işareti testidir.

Dönüm Noktaları Testi;

Serinin lokal olarak tepe veya çukur oluşturan her noktasını birer dönüm noktası kabul eden test, bu noktaların trend etkisi içeren pozitif otokorelasyonlu bir seride durağan seriye oranla daha az olacağı noktasından hareket eder.

Serinin durağan olması ve trend etkisi içermemesi durumunda, dönüm noktaları sayısının (u) örnekleme dağılımı $n \geq 10$ için yaklaşık olarak normal dağılacaktır. Bu nedenle testte normal dağılım tablosu kullanılmaktadır.

İşaret Testi;

İşaret testi birinci dereceden fark serisini kullanarak, serinin trend etkisi içerip içermediğini test eder.

Şöyle ki, orjinal serinin durağan olması halinde, birinci dereceden fark serisi de ortalama değeri sıfır olan durağan bir seri olacaktır.

İşaret testinde hipotezler:

H_0 : Seri durağandır (trend yoktur).

H_1 : Seri durağan değildir (trend vardır)

Test istatistiği ;

$$Z^* = \left| \frac{\nu - \mu_\nu}{\delta_\nu} \right|$$

$$\mu_\nu = \frac{n}{2}$$

$$\delta_\nu = \sqrt{\frac{n}{4}}$$

v : birinci dereceden fark serisinde pozitif gözlem sayısını

n : birinci dereceden fark serisinde sıfırdan farklı gözlem sayısını

ifade etmektedir.

İşaret testinde n≥20 durumunda normal dağılım tablosu kullanıp, $|Z^*| < Z_{\alpha/2}$ ise H_0 hipotezi kabul edilerek serinin durağan olduğu, aksi halde durağan olmayıp trend etkisi içerdiği söylenecektir.

2.4.2.2. Parametrik Testler

p=0 Trend Testi;

Durağan seriler trend etkisi içermeyen seriler olduğundan uygulanacak trend testi sonucunda durağanlık ile ilgili yorum yapmak mümkün olabilecekti. Dolayısıyla trend etkisinin varlığının kabul edilmesi durağanlık bulunmadığı sonucunu doğuracaktır.

Bir seride trendin varlığı seri ile zaman arasındaki korelasyon katsayısının sıfırdan farklı olup olmadığını belirler ve eğer, korelasyon katsayısı sıfırdan farklı ise serinin trend etkisi içerdiği söylenir. Bunun için korelasyon katsayısının sıfırdan farklı olup olmadığını test etmek gerekecektir.

$$t^* = \frac{r\sqrt{n-2}}{r\sqrt{1-r^2}}$$

t tablosundaki a anlamlılık seviyesi ve (n-2) serbestlik derecesindeki tablo değeriyle karşılaştırılarak hipotez red veya kabul edilecektir.

Hesaplanan değer tablo değerinden küçük sıfır hipotezi kabul edilecek, başka bir deyişle, seride trend etkisinin bulunmadığı ve serinin durağan olduğu söylenecektir.

Otokorelasyon Fonksiyonunun Şeklinin İncelenmesi;

Çeşitli gecikmeler için hesaplanan örnek otokorelasyon katsayılarının sıfırdan farklı olmaması gerekecektir.

Örnek otokorelasyon fonksiyonunun grafiğinin incelenmesi, bir serinin durağan olup olmadığını belirlemede bir araç olarak kullanılır.

Durağan olmayan bir zaman serisinin otokorelasyon katsayıları birçok gecikme için sıfırdan farklı olup, otokorelasyon fonksiyonunun şekli gecikme soldan sağ aşağıya inen bir görünüm sergileyecek[14], başka bir deyişle durağan olmayan zaman serilerinde örnek otokorelasyon katsayıları çok yavaş bir şekilde küçülürken, bu küçülme durağan serilerde çok çabuk gerçekleşecek ve bir iki gecikme sonra sıfıra inecektir.

Thumbs Prosedürü;

Büyük örneklerin normale yaklaşımından hareket eden Thumb prosedürü, sıfırdan farklı hesaplanan otokorelasyon katsayılarının örnekleme hatası nedeniyle sıfırdan farklı değer alıp almadığını test eder.

k gecikmede (k = l, 2...) anakütle otokorelasyon katsayısı sıfırsa, büyük örnek durumunda, örnek otokorelasyonlarının (r_k) sıfır ortalama ve $\frac{1}{\sqrt{n}}$ standart hata ile normal dağıldığı kabul edilir.

[14] Kayım, H., a.g.e., sf. 78.

Normal dağılan bir anakütleden çekilen örnek istatistiklerin %95'lik bölümü anakütle parametresinden ± 2 standart hata mesafede bulunacağından, bu sınırlar dışında kalan otokorelasyon katsayıları için p=0 hipotezi reddedilecektir.

Portmanto Testi;

Durağanlık sınamalarında kullanılabilecek bir diğer test aynı zamanda deneysel Box-Jenkins modelinin yeterliliğini sınamada da kullanılmakta olan Portmanto testidir.

Thumb prosedüründe tek bir otokorelasyon katsayısı testinde sabit olan α anlam seviyesi, test edilecek her otokorelasyon katsayısı ile beraber artar.

Test edilecek m adet otokorelasyon katsayısına eşit derecesinde X^2 dağılımına uyan ve Q istatisliği adıyla bilinen test istatistiğini kullanır.

Portmanto testinde hipotezler

H_O : pk = O k ≤ m (bütün k değerleri için)

H_1 : pk ≠ O k ≤ (bazı k değerleri için)

şeklinde belirlenerek, aşağıdaki formüller yardımıyla test istatistiği hesaplanır.

Box-Pierce İstatistiği

$$Q = n\sum_{k=1}^{m} r_k^2$$

Ljung-Box İstatistiği

$$Q^* = n(n+2)\sum_{k=1}^{m} \frac{r_k^2}{n-k}$$

n = Gözlem Sayısı

m = Test edilecek otokorelasyon katsayısı sayısı

Portmanto testi serinin gözlem değerleri arasındaki ilişkiyi araştırır.

Bir zaman serisinin grafiği ya devamlı artma ya da devamlı azalma eğiliminde ise veya bu zaman serisi için hesaplanan örneklem otokorelasyon katsayıları birinci, ikinci, üçüncü ve hatta yüksek gecikmelerde (gecikmenin çok büyük değerleri hariç) sıfıra doğru yaklaşma eğiliminde değilse, bu seri durağan olmayan seridir.

Durağan olmayan bir serinin analiz edilmesi için durağan hale getirilmesi zorunludur; bunun için serinin birinci farkları alınır. Fark serinin otokorelasyon katsayıları tahmin edilir. Eğer otokorelasyon değerleri birinci veya ikinci gecikmelerden sonra hızlıca sıfıra yaklaşıyorsa veya istatistiksel acıdan anlamlı değillerse, birinci farklardan meydana gelen serinin durağan olduğuna karar verilir. Eğer birinci dereceden farklar serisinin otokorelasyon katsayıları ilk iki gecikmeden sonra sıfıra yaklaşmıyorsa ve istatistiksel açıdan anlamlı ise, seride durağanlığa ulaşılmadığı anlaşılır. Durağanlığın sağlanması için birinci derece farklar serisinin tekrar farkı veya serinin ikinci dereceden farkı alınması gerekir.

Fark alma derecesini gösteren d durağan serilerde 0, birinci dereceden fark alma sonunda durağan hale gelen serilerde 1,durağanlık ikinci derece fark alma işlemiyle sağlanmışsa 2 olur. Uygulamada d'nin değeri genellikle 1 ya da 2 olarak alınır.

Durağan olmayan bir seriyi fark alma yoluyla her zaman durağan seriye dönüştürmek mümkün olmayabilir. Bu gibi durumlarda serilerin logaritmalarından meydana gelen serileri incelemek daha faydalı olur.[15]

---

[15] D.C.Montgomery, L.A.Johnson, Forecasting and Time Series Analysis (NewYork: McGraw-Hill Book Comp., 1976), sf. 206.

Mevsimsel dalgalanmalar zaman serilerinin durağanlığını bozan faktörlerden biridir. Bir zaman serisinin grafiği birbirini izleyen yılların aynı aylarında/dönemlerinde benzer davranışlar gösteriyorsa ve bu seri için tahmin edilen örneklem otokorelasyon katsayılarının değeri de aynı şekilde birbirini izleyen yılların aynı aylarında/dönemlerinde istatiksel açıdan anlamlı olacak şekilde azalma veya artma gösteriyorsa, bu seriler mevsimsel serilerdir.

Mevsimsel serilerin durağan hale getirilmesi için mevsimsel fark ($X_t - X_{t-s}$) esas alınır. Bazen zaman serileri hem mevsimsellik hem de trend gösterirler. Bu özelliğe sahip olan serileri durağan hale getirmek için önce trend yok edilir, yani birinci veya ikinci derece farkları alınır. Daha sonra farklar serisinin mevsimsel farkları alınır.

B.J. modeller grubunda karar kılındıktan sonra model tipinin, hangisinin uygun olabileceği kararlaştırılır. Belirlenen model "geçici uygun model" olarak isimlendirilir.

Geçici modelin önce derecesi yani AR(p) modelinde p, MA(q) modelinde q, ARMA(p,q) modelinde p ve q, ARIMA modelinde p, d, q değerleri belirlenir, daha sonrada geçici parametre değerleri tahmin edilir.

Durağan zaman serilerinin analiz ve tahmininde üç tür model kullanılır: AR(p), MA(q) ve ARMA(p,q) modelleridir. Analiz edilecek serinin yapısına ve belirli kriterlere göre bu modellerden birisi seçilir. Modelin seçiminde serinin otokorelasyonu ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının seyri kriter olarak kullanılır.

Durağan modeller arasında seçim yapabilmek için önce analiz edilecek serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları belirlenir ve bunların korolagramı çizilir. Bu korelogramların seyri birlikte incelenerek aşağıdaki kriterlere göre uygun modelin tipi belirlenmektedir.

Tablo 2: Durağan Modellerde Anakütle Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonlarının Seyri

Model	**Otokorelasyon Fonksiyonu**	**Kısmı Otokorelasyon Fonksiyonu**
AR(p)	üssel ve/veya sinüzoidal bir biçimde azalır	p gecikmesinden sonra istatistiksel olarak anlamlı değildir
MA(q)	q gecikmesinden sonra istatistiksel olarak anlamlı değildir	üssel ve/veya sinüzoidal bir biçimde azalır
ARMA (p, q)	q-p gecikmesinden sonra üssel ve/veya sinüzoidal bir biçimde azalır	p-q gecikmesinden sonra üssel ve/veya sinüzoidal bir biçimde azalır

Durağan zaman serisi için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının seyri Tablo-1'deki seyir biçimlerinden hangisine uyuyorsa, ilgili seyrin karşısına gelen model tipi, geçici uygun model olarak alınır.

Geçici uygun model tipi AR(p) ise, p'nin tayin edilmesinde kısmi korelasyon katsayılarından yararlanılır. Bunun için tahmin edilen örneklem kısmi otokorelasyon katsayılarının korelogramı çizilir. % 5 anlam düzeyinde anlamlılık testi yapılır ve bu p'nin değerini ve dolayısıyla geçici uygun model tipinin derecesini belirler. Örneğin kısmi otokorelasyon katsayılarının korelogramında istatiksel olarak anlamlı olan iki tane kısmi otokorelasyon katsayısı varsa, geçici uygun AR model tipinin derecesi p=2, AR(2) olmaktadır.

Geçici uygun model MA(q) ise, derecesi örneklem otokorelasyon katsayılarından yararlanılarak belirlenir. Örneklem otokorelasyon katsayılarının korelogramı çizilir. Korelogramda anlamlı örneklem otokorelasyon katsayılarının, sayısı MA(q) modelinin derecesini, yani q'nun değerini göstermektedir.

Durağan bir süreç niteliğindeki istatistik serisi için belirlenen otokorelasyon katsayısı ile kısmi otokorelasyon katsayısı büyük gecikme değerleri için sıfıra yaklaşmıyorsa, bileşenleri AR ve MA olan bir ARMA(p,q) modeli sözkonusudur. Modelin p ve q derecelerinin belirlenmesinde otokorelasyon ve kısmı otokorelasyon katsayılarından yararlanılır.

p'inci dereceden AR ve q'uncu dereceden MA bileşenlerinden oluşan bir ARMA(p,q) modelinin otokorelasyon fonksiyonu ilk (q-p) gecikmesinden sonra üssel ve/veya sinüzoidal bir şekilde azalarak sıfıra gider. Buna karşılık aynı model için hesaplanan kısmi otokorelasyon fonksiyonu (p-q) gecikmesinden sonra gittikçe üssel ve/veya sinüzoidal olarak azalan ve sıfıra yaklaşan bir görünümdedir. AR(p) modelinde p'nin, MA(q) modelinde q'nun belirlemesi amacıyla yapılan kısmi otokorelasyon ve otokorelasyon katsayılarıyla ilgili anlamlılık testleri ARMA(p,q) modeli için de aynı şekilde uygulanır.

Anlamlı otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayıları birer tane ise, p=1 ve q=1 olacağı için geçici uygun ARMA modelinin derecesi ARMA(1,1) olmaktadır.

2.4.3. Model Parametrelerinin Tahmini

İncelenen zaman serisi için geçici uygun modelin tipi ve derecesi belirlendikten sonra örneklem otokorelasyon katsayılarını kullanarak modelin geçici parametre tahminleri yapılır. Geçici parametre tahminleri otokorelasyon katsayıları ile parametreler arasındaki ilişkiyi gösteren denklem sistemlerinin parametreler acısından çözümüyle elde edilir.

2.4.3.1. Otoregresif Modellerde Parametre Tahmini

Otogregresif modellerde (AR(p)) parametrelerin geçici tahminleri aşağıdaki Yule Walker denklem sisteminin aşamalı olarak çözümünden elde edilen değerlerdir.[16] Yule-Walker denklem sisteminin örneklem otokorelasyon katsayıları kullanılarak yazılımı aşağıdaki gibidir:

$$r_k = \phi\, r_{k-1} + \phi_2\, r_{k-2} + ... + \phi_p\, r_{k-p}$$

Sistemin açık yazılımı:

$$r_1 = \phi_1 + \phi_2 r_1 + ... + \phi_p r_{p-1}$$

$$r_2 = \phi_1 r_1 + \phi_2 + ... + \phi_p r_{p-2}$$

$$r_p = \phi_1 r_{p-1} + \phi_2 r_{p-2} + ... + \phi_p$$

Bu denklem sistemi AR(1) modeli için çözüldüğünde tahmin edilmesi gereken ϕ_1 parametresinin

$$\phi_1 = r_1$$

Aynı denklem sistemi AR(2) modeli için çözüldüğünde, tahmin edilmesi gereken $\phi_1\ ve\ \phi_2$ geçici parametreleri

$$\phi_1 = \frac{r_1(1-r_2)}{1-r_1^2}$$

$$\phi_2 = \frac{r_2 - r_1^2}{1-r_1^2}$$

r_1 ve r_2 , birinci ve ikinci gecikmelerdeki otokorelasyon katsayılarıdır.

---

[16] Montgomery ve Johnson, Forecasting, sf. 206.

2.4.3.2. Hareketli Ortalama Modelinde Parametre Tahmini

Hareketli ortalama (MA(q)) modelinde otokorelasyon katsayıları ile model parametreleri arasındaki ilişkiler doğrusal değildir. Bu nedenle MA(q) modelinin geçici parametreleri, ana kütlenin otokorelasyon katsayıları olan P_1, P_2 , … P_q yerine bunların tahmini olan örneklem otokorelasyonları r_1 , r_2 , …. r_k ikame edilir. Aşağıdaki denklemin aşamalı olarak $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_q$ için çözülmesiyle geçici MA(q) modelinin parametreleri belirlenebilir.

$$r_k = \begin{cases} \dfrac{-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \theta_2\theta_{k+2} + ... + \theta_{q-k}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + ... + \theta_q^2}, & k = 1,2,3,...,q \\ 0 \qquad\qquad , & k > q \end{cases}$$

Denklemin doğrusal olmadığı açıkça görülmektedir. Uygulamada zaman serilerinin analizinde MA(1) ve MA(2) modelleri genellikle yeterli kabul edilmektedir [17].

MA(1) modelinin geçici parametre değeri aşağıdaki ilişkiden hesaplanabilir.

$$\theta_1 = -\frac{1}{2r_1} \pm \left[\frac{1}{(2r_1)^2} - 1 \right]^{1/2}$$

Bu ilişkiden $\theta_{1,1}$ *ve* $\theta_{1,2}$ gibi olası iki sonuç elde edilir. Sonuçlardan hangisi çevrilebilirlik koşulunu sağlıyorsa, geçici parametre değeri olarak kabul edilir.

MA(1) modelinde θ_1 geçici parametre değerinin çevrilebilirlik koşulunu sağlaması için;

$$|\theta_1| < 1$$

---

[17] Özmen , Ahmet., a.g.e. ,sf.86

olması gerekir. Hesaplanan $\theta_{1,1}$ *ve* $\theta_{1,2}$ parametre değerlerinden hangisinin değeri ± 1 değerinden küçükse, o değer geçici parametre değeri olarak alınır.

Bir ARMA(p,q) sürecinde tahmin edilmesi gereken geçici parametreler p sayıda ϕ ve q sayıda θ parametrelerdir. Bu parametrelerin geçici tahminleri, sürecin ilk p+q+1 otokovaryansına C_j = (j=0, 1, … , (p+q)) dayanır. Ancak otokorelasyon katsayıları otokovaryans katsayılarına dayanarak;

$$P_k = r_k = \frac{c_k}{c_0}$$

eşitliği yardımıyla elde edilebileceği için, ARMA(p,q) modelinin geçici parametre değerleri de otokorelasyon katsayılarına dayanarak kolaylıkla hesaplanabilir.

ARMA(p,q) süreci için geçici ϕ_1, $\phi_2, ..., \phi_p$ otoregresyon parametre değerleri aşağıdaki p sayıda doğrusal eşitlikten meydana gelen denklem sisteminin çözülmesi ile elde edilir.

$$P_{q+1} = \phi_1 P_q + \phi_2 P_{q-1} + ... + \phi_p P_{q-p+1}$$

$$P_{q+2} = \phi_1 P_{q+1} + \phi_2 P_q + ... + \phi_p P_{q-p+2}$$

$$P_{q+p} = \phi_1 P_{q+p-1} + \phi_2 P_{q+p-2} + ... + \phi_p P_q$$

Bu denklem sisteminde ϕ_1, $\phi_2, ..., \phi_p$ değerlerini elde edebilmek için P_j ler yerine bunların tahmini olan örneklem otokorelasyon katsayıları r_j ler ikame edilir.

Geçici hareketli ortalama parametre değerleri ise MA(q) modelinde olduğu gibi aşamalı çözüm yöntemiyle r_j ler ile θ_q lar arasındaki ilişkileri kullanarak geçici parametre değerleri hesaplanabilir.

ARMA(1,1) modelinde geçici parametre değerlerinin hesaplanılmasından önce modelin otokovaryans foksiyonu elde edilir.

$$C_0 = \frac{1+\theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1}{1-\phi_1^2}\delta_a^2$$

$$C_1 = \frac{(1-\phi_1\theta)(\phi_1 - \theta_1)}{1-\phi_1^2}\delta_a^2$$

$$C_k = \phi_1 C_{k-1} \qquad k \geq 2$$

Burada P_1 ve P_2 nin yerine bunların tahminleri olan r_1 ve r_2 konursa ϕ_1 ve θ_1 geçici parametreleri hesaplamış olur.

ARIMA(p,d,q) modelinin her zaman hem AR hem de MA unsurlarını birlikte bulundurması şart değildir. Eğer genel model MA(q) unsurunu içermiyorsa ARIMA modeli ARIMA(p,d,0) veya IAR(p,d) tipi bir modeldir. Genel model AR(p) unsurunu içermiyorsa, ARIMA modeli ARIMA(0,d,q) veya IMA(d,q) şeklinde gösterilebilir.

ARIMA(p,d,q) grubu model tiplerinden hangisinin incelenen seri için geçici uygun model olacağını belirlerken yapılacak ilk iş, fark alma yöntemiyle seriyi durağan hale getirmek d'nin değerini bulmaktır. Eğer birinci farkları alınmış seri (d=1) durağan hale gelmişse uygun geçici ARIMA(p,1,q) model tipi durağan modellerdeki gibi belirlenir, örneğin d=1 için durağan seri ARIMA(p,d,0) veya IRA(p,d) model tipi benimsenecektir. d=1 için durağanlık sağlanmamışsa, birinci farklar serisinin tekrar farkı alınır ve ikinci farklar serisinin otokorelasyon ve kısmı otokorelasyon fonksiyonları analiz edilir; durağanlığın sağlandığı sonucuna varılırsa d=2 olur.

Durağan olmayan geçici uygun model tiplerinin geçici parametre değerlerinin tahmini, durağan model tiplerinin geçici parametre değerlerinin tahminine benzer şekilde yapılır.

İncelenen bir zaman serisi için uygun geçici modelin mevsimsel model olacağına karar verilirse, model belirleme konusunda yapılacak ilk iş, mevsimsel modeller sınıfında yer alan hangi tip modelin incelenen seri için uygun olacağını araştırmaktır.

IAR(p,d)(P,D), IMA(d,q)(D,Q) ve ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modelleridir.[18]

Otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları analiz edilir. Eğer incelenen serinin grafiği, otokorelasyon katsayıları ve korelogramı sadece mevsimsel unsurun varlığını gösteriyorsa, mevsimsel farklar serisi durağan olacaktır. Otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarının seyrine göre uygun model belirlenir.

Örneğin mevsimsel farkları alınan serinin otokorelasyon fonksiyonu üssel ve/veya sinüzoidal bir biçimde azalıyorsa ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu da p gecikmesinden sonra sıfırdan anlamlı değilse, uygun model mevsimsel AR(p,d) modeli olur. Sadece mevsimsel unsur içeren seriler için uygun model belirlenmesi ve belirlenen modelin derecesinin saptanması işlemi durağan modellerdeki gibidir[19].

---

[18] Mevsimsel model sınıfına giren model tipleri hakkında bilgi için bkz.: Makridakis ve Wheelwright, "An Integrated Autoregressive/Moving Average Filter For Time Series Forecasting",1977,s. 259.

[19] Akgül, Işıl., "Zaman Serilerinin Analizi ve ARIMA Modelleri",İstanbul ,2003.

Mevsimsel modellerin derecesinin belirlenmesi, geçici ve nihai parametrelerinin hesabı mevsimsel olmayan B.J. modellerinde olduğu gibi yapılır.

Geçici uygun modellerin tahmin amacıyla kullanılabilmesi için, bu modellerin nihai parametrelerinin tahmin edilmesi gerekir. Bu parametrelerin en iyi tahmini, en küçük kareler ve maksimum olabilirlik yöntemleriyle elde edilen, hata kareler toplamı $\sum_{t=1}^{n} a_t^2$ değerini minimum yapan tahminlerdir.a_t ler normal dağılım gösteriyorsa, en küçük kareler tahminleri maksimum olabilirlik tahminlerine çok yaklaşır.

B.J. yöntemine ilişkin AR modeller doğrusal modellerdir. Bu modellerde hata terimi a_t nin herhangi bir otokorelasyon parametresine göre kısmi türevi bu parametrelerin fonksiyonu değildir. Bu nedenle bir AR modellerin nihai parametrelerinin tahmininde en küçük kareler yöntemi kullanılır.

MA modellerinde model parametrelerinin tahmini kolay değildir. MA(1) modelini ele alalım:

$$a_t = (1 - B\theta_1)^{-1} x_t$$

Bu modelde a_t nin θ_1 parametresine göre kısmi türevi:

$$\frac{\delta a_t}{\delta \theta_1} = B(1 - B\theta_1)^{-2}$$

olur ve türev bilinmeyen θ parametresinin fonksiyonudur. Bu tür modellerin parametrelerini tahmin etmek için en küçük kareler yöntemi doğrudan uygulanamaz. En küçük kareler yönteminin bu modellere uygulanabilmesi için doğrusallaştırmak gerekir.

Doğrusallaştırma işlemi sonunda uygulanan en küçük kareler yöntemine "doğrusal olmayan en küçük kareler" yöntemi adı verilir.

Doğrusal olmayan en küçük kareler yönteminde genel yaklaşım tahmin edilecek parametre veya parametreler için başlangıç değerinin belirlenmesi, daha sonra adım adım hesaplama yöntemiyle hata kareler toplamı $\sum_{t=1}^{n} a_t^2$ 'yi minimize edecek parametre/parametreler değerine ulaşıncaya kadar hesaplamaya devam edilir. $\sum_{t=1}^{n} a_t^2$ ' yi minumum yapan parametre değeri veya değerleri nihai parametre değeri/değerleri olarak kullanılır.

2.5. Modelin Uygunluğunun Testi

Nihai parametreleri hesaplanan geçici uygun modelin seri için uygun olup olmadığı, uygunluk testiyle belirlenir.

Uygunluk testleri için önce nihai parametre değerlerinin geçici uygun modelde yerine konulmasıyla tahminler yapılır. Tahmin hataları serisi oluşturulur. Sonra hatalar serisi için otokorelasyon katsayıları hesaplanır. Bu katsayılar serisi için otokorelasyon katsayıları hesaplanır. Eğer tahmin hatalarının otokorelasyon katsayılarının seyri bir zaman serisi unsurunu göstermiyorsa ve bu katsayılar belirli bir anlam seviyesinde standart hata limitleri ile kıyaslandığında sıfırdan anlamlı olmadığı anlaşılırsa, geçici modelin uygun ve nihai model olduğuna karar verilir. Eğer bunun tersi sözkonusu ise, model uygun değildir. Bu durumda yapılacak işlem yeniden geçici uygun modeli aramak olacaktır.

Otokorelasyon katsayılarını tek tek incelemek yerine belirli sayıda hata otokorelasyonunu bir arada incelemek modelin uygunluğunu daha açık ortaya koyabilir. Bu amaçla Box-Pierce tarafından geliştirilen Q istatistiği kullanılır.

$$Q = n\sum_{k=1}^{k} r_k^2(\hat{a})\, k = 1, 2, 3, ..., K$$

Burada,

$r_k(\hat{a})$: örneklem tahmin hatalarının çeşitli gecikmedeki otokorelasyon katsayılarıdır.

n : N – d

N : Örneklem hacmi

d : Fark alma derecesi

K : hesaplanan otokorelasyon

sayısını gösterir.

Q istatistiği yaklaşık olarak X^2 dağılımı gösterir ve serbestlik derecesi mevsimsel olmayan modellerde (K-p-q), mevsimsel modellerde (K-P-p-Q-q) olur. Bu test hata otokorelasyon katsayılarının sıfırdan anlamlı olarak farklı olup olmadığına, hatalar serisinin rassal seri olup olmadığına karar vermeye, yani modelin uygun olup olmadığının kararlaştırılmasında yardımcı olur.

Hesaplanan Q istatistiğinin değeri (K-P-p-Q-q) veya (K-p-q) serbestlik derecesinde ve verilen anlam seviyesindeki X^2 tablo değerinden büyükse hatalar serisinin rassal olmadığını, (%95 güvenle) limitleri arasında kalmadığı ve uygulanan modelin uygun olmadığını gösterir. Hatalar serisinin rassal seri olduğuna ve dolayısıyla uygulanan modelin uygun olduğuna karar verilir.

Uygunluk testi sonunda yeterli olduğuna karar verilen model tahmin amacıyla kullanılır. Modelin yeterli olmadığına karar verilmişse, geçici uygun model tipinin belirlenmesi aşamasına geri dönülür.

2.6. Modelin Tahmin Amacıyla Kullanılması

Bir zaman serisi için uygun model tanımlanıp parametreler tahmin edildikten sonra yapılan uygunluk testleriyle modelin bu zaman serisinin analizi için uygun, yeterli olduğuna karar verilirse, bu model tahminler yapmak amacıyla kullanılabilir.

Box-Jenkins ileriye dönük tahmin modeli incelenen zaman serisinin t+1 döneminde alacağı X_{t+1} değerinin tahmini olan X_{t+1} yi t+1 döneminden önceki belirli sayıda dönemin (t+1-1, t+1-2, …, t, t-1 …) tahmin değerlerine ve/veya hata terimlerine bağlı olarak tahmin eden bir modeldir.

Bir zaman serisinin analizi için uygun olduğuna karar verilen model AR unsur içeriyorsa, bu serinin t+1 döneminde alacağı değerin tahmini, X_{t+1} , t+1 döneminden önceki belirli sayıda dönemin tahmin ve gözlem değerlerine ve a_t hata terimine bağlı olarak yapılır. Eğer uygun model MA unsuru içeriyorsa, X_{t+1}'nin tahmini, t+1 döneminden önceki belirli sayıda dönemin tahmin hatalarına dayanarak yapılır. Uygun model AR ve MA unsurlarını birlikte içeriyorsa, bu modele dayanarak X_{t+1}'nin tahmini, t+1 döneminden önceki belirli sayıda dönemin tahmin değerine, gözlem değerine ve bu değerlerle ilgili hesaplanan hata terimlerine dayanarak yapılır.

3. BÖLÜM

HİSSE SENEDİ FİYATLARI İÇİN DENEYSEL MODELİN BELİRLENMESİ VE GELECEK TAHMİNİ

Bu bölümünde teorik yapısı incelenen ARIMA modelleri, İş Bankası hisse senedi fiyatlarının tahmini amacıyla kullanılacaktır.

Bu amaçla incelenen zaman serisinin durağan olup olmadığını test ettikten sonra uygun olabilecek modellerin sonuçlarını karşılaştırarak en uygun model belirlenip, bu modelden hareketle fiyatların gelecekte ne olacağı tahmin edilecektir.

Bir serinin gelecekte alacağı değerleri tahmin etme de aynı serinin geçmiş gözlem değerlerini kullanan Box-Jenkins yöntemlerinin bu özelliğinden dolayı genel olarak trend ve mevsim etkisi içeren serilere uygulanır.

Modelimizde kullanılan serinin değerleri İş Bankası hisse senetlerinin ay sonundaki son işlem günü kapanış fiyatlarından oluşmaktadır.

İnceleme dönemi 1996 yılı Mayıs ayından başlayıp 2007 yılı Eylül ayında son bulmaktadır. Bu şekliyle 138 gözlemden oluşan seri Box-Jenkins modellerinin uygulanacağı serinin 75'ten az gözlem içermemesi önerildiğinden[1] uygulama açısından yeterli gözlem sayısına sahiptir.

Box-Jenkins modellerinin uygulanacağı serinin durağan olması gerektiğinden ilk olarak serinin durağan olup olmadığı test edilecektir.

3.1. Orjinal Seri İle Fark Serilerinde Durağanlığın Araştırılması

Aylık fiyatları gösteren Y serisinin grafiği incelendiğinde seride artan bir trend etkisinin var olduğu görülmektedir. Bu serinin durağan olmadığı anlamına gelmektedir. Durağan olmayan Y_t serisine öncelikle

$$Z_t = (1-B)d_{Y_t}$$

[1] Kayım, Halil., a.g.e., sf. 12.

şeklinde gösterilen mevsimlik olmayan düzeyde fark alma işlemi uygulanarak durağanlığı sağlanacaktır.

Mevsimlik olmayan düzeyde fark alma derecesini 1 aldığımızda (d=1),

$Z_t = (1 - B)^1 . Y_t$

$Z_t = Y_t - Y_{t-1}$ olacaktır.

Bu dönüştürme işlemi sonucunda oluşan DY serisinin grafiğinde trend etkisinin ortadan kalktığı ve 1.derecede fark serisinin orjinal seriye oranla daha durağan hale geldiği görülmektedir.

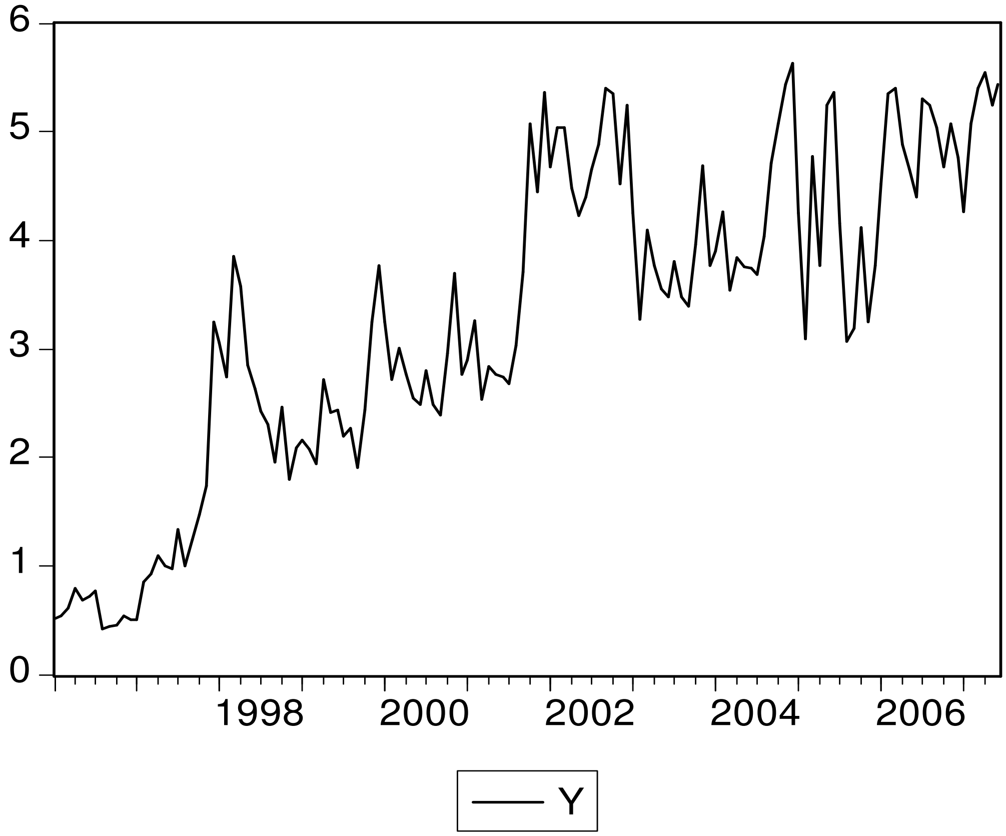
DY serisinin otokorelasyon incelendiğinde, otokorelasyon katsayılarının birkaç gecikmeden sonra hızla küçülerek 0'a yaklaştığı anlaşılıyor.

Bunun sonucunda durağanlık koşulunun sağlandığı DY serisine durağanlık testleri uygulanacaktır.

Tablo 3: Y serisinin korelogramı

Date: 09/02/07 Time: 17:29							
Sample: 1996:01 2007:06							
Included observations: 138							
Autocorrelation	**Partial Correlation**		**AC**	**PAC**	**Q-Stat**	**Prob**
.|*******|	.|*******|	1	0.909	0.909	116.58	0.000
.|****** |	.|* |	2	0.844	0.100	217.77	0.000
.|****** |	.|* |	3	0.796	0.081	308.35	0.000
.|****** |	.|. |	4	0.741	-0.035	387.46	0.000
.|***** |	.|. |	5	0.698	0.043	458.21	0.000
.|***** |	.|* |	6	0.681	0.140	525.99	0.000
.|***** |	.|. |	7	0.663	0.046	590.80	0.000
.|***** |	*|. |	8	0.622	-0.114	648.26	0.000
.|***** |	.|. |	9	0.594	0.030	701.17	0.000
.|**** |	.|. |	10	0.570	0.018	750.14	0.000
.|**** |	*|. |	11	0.529	-0.063	792.72	0.000
.|**** |	*|. |	12	0.487	-0.062	829.10	0.000
.|**** |	.|* |	13	0.474	0.109	863.88	0.000
.|*** |	*|. |	14	0.443	-0.067	894.50	0.000
.|*** |	.|. |	15	0.407	-0.043	920.49	0.000
.|*** |	.|. |	16	0.384	0.005	943.89	0.000
.|*** |	.|. |	17	0.353	-0.048	963.73	0.000
.|** |	.|. |	18	0.326	0.046	980.81	0.000
.|** |	.|* |	19	0.319	0.090	997.31	0.000
.|** |	.|* |	20	0.327	0.084	1014.8	0.000
.|** |	.|. |	21	0.322	0.006	1031.9	0.000
.|** |	.|* |	22	0.328	0.077	1049.7	0.000
.|*** |	.|* |	23	0.344	0.082	1069.6	0.000
.|*** |	.|. |	24	0.339	-0.033	1089.2	0.000
.|** |	*|. |	25	0.316	-0.097	1106.2	0.000
.|** |	*|. |	26	0.297	-0.065	1121.4	0.000
.|** |	.|* |	27	0.300	0.130	1137.1	0.000
.|** |	.|. |	28	0.287	-0.032	1151.6	0.000
.|** |	.|. |	29	0.293	0.024	1166.8	0.000
.|** |	.|. |	30	0.294	-0.054	1182.3	0.000

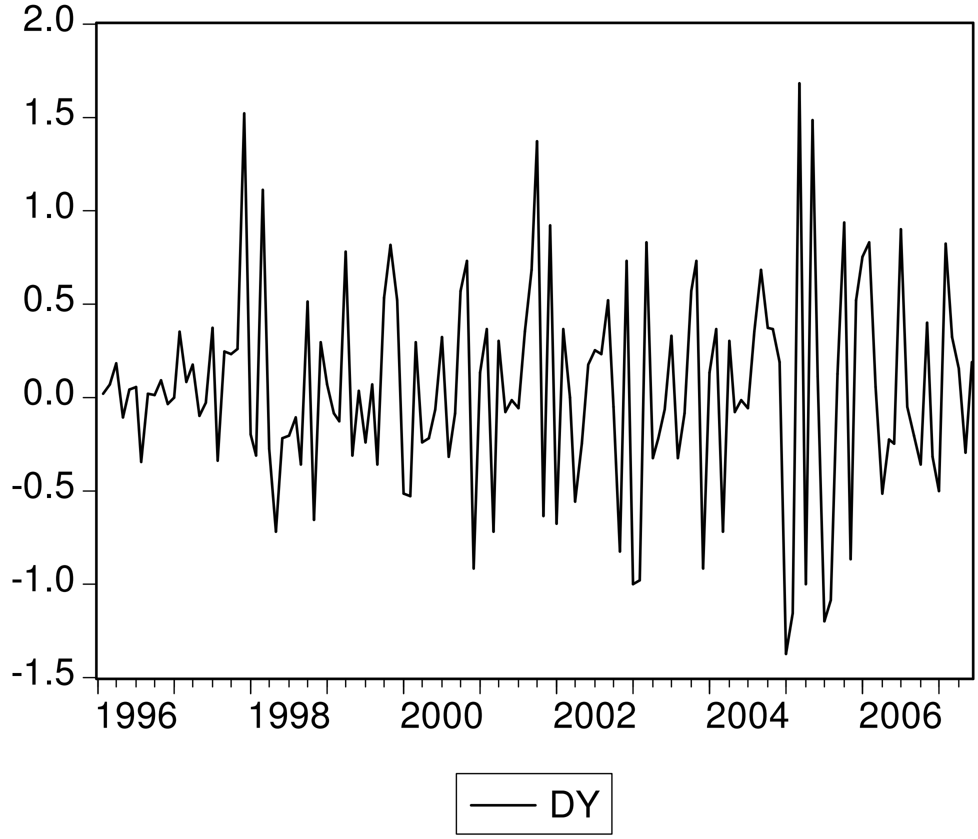
Şekil 11: Y serisinin grafiği



Tablo 4: 1. dereceden fark serisinin (DY) korelogramı

Date: 09/02/07 Time: 20:16						
Sample: 1996:01 2007:06						
Included observations: 137						
Autocorrelation	**Partial Correlation**		**AC**	**PAC**	**Q-Stat**	**Prob**
*|. |	*|. |	1	-0.176	-0.176	4.3207	0.038
*|. |	*|. |	2	-0.135	-0.171	6.8804	0.032
.|. |	.|. |	3	0.061	0.003	7.4062	0.060
*|. |	*|. |	4	-0.080	-0.096	8.3244	0.080
*|. |	*|. |	5	-0.140	-0.176	11.146	0.049
.|. |	*|. |	6	-0.024	-0.129	11.232	0.081
.|* |	.|. |	7	0.124	0.049	13.467	0.062
*|. |	*|. |	8	-0.079	-0.078	14.394	0.072
.|. |	*|. |	9	-0.041	-0.086	14.640	0.101
.|* |	.|. |	10	0.103	0.014	16.225	0.093
.|. |	.|. |	11	0.001	0.009	16.225	0.133
*|. |	*|. |	12	-0.166	-0.156	20.410	0.060
.|* |	.|. |	13	0.137	0.054	23.304	0.038
.|. |	.|. |	14	0.028	0.005	23.428	0.054
*|. |	*|. |	15	-0.120	-0.072	25.679	0.042
.|. |	.|. |	16	0.059	0.003	26.219	0.051
.|. |	.|. |	17	0.002	-0.053	26.220	0.071
*|. |	*|. |	18	-0.083	-0.084	27.317	0.073
*|. |	*|. |	19	-0.103	-0.142	29.021	0.066
.|. |	*|. |	20	0.058	-0.088	29.571	0.077
.|. |	*|. |	21	-0.017	-0.101	29.619	0.100
.|. |	*|. |	22	-0.052	-0.098	30.071	0.117
.|* |	.|* |	23	0.193	0.073	36.289	0.039
.|. |	.|. |	24	0.055	0.025	36.808	0.046
.|. |	.|. |	25	-0.047	0.026	37.191	0.055
.|. |	.|. |	26	-0.010	-0.022	37.209	0.072
.|. |	.|. |	27	0.041	0.012	37.497	0.086
*|. |	.|. |	28	-0.093	-0.027	39.022	0.081
.|. |	.|. |	29	-0.047	-0.043	39.409	0.094
.|. |	.|. |	30	0.051	-0.040	39.873	0.107

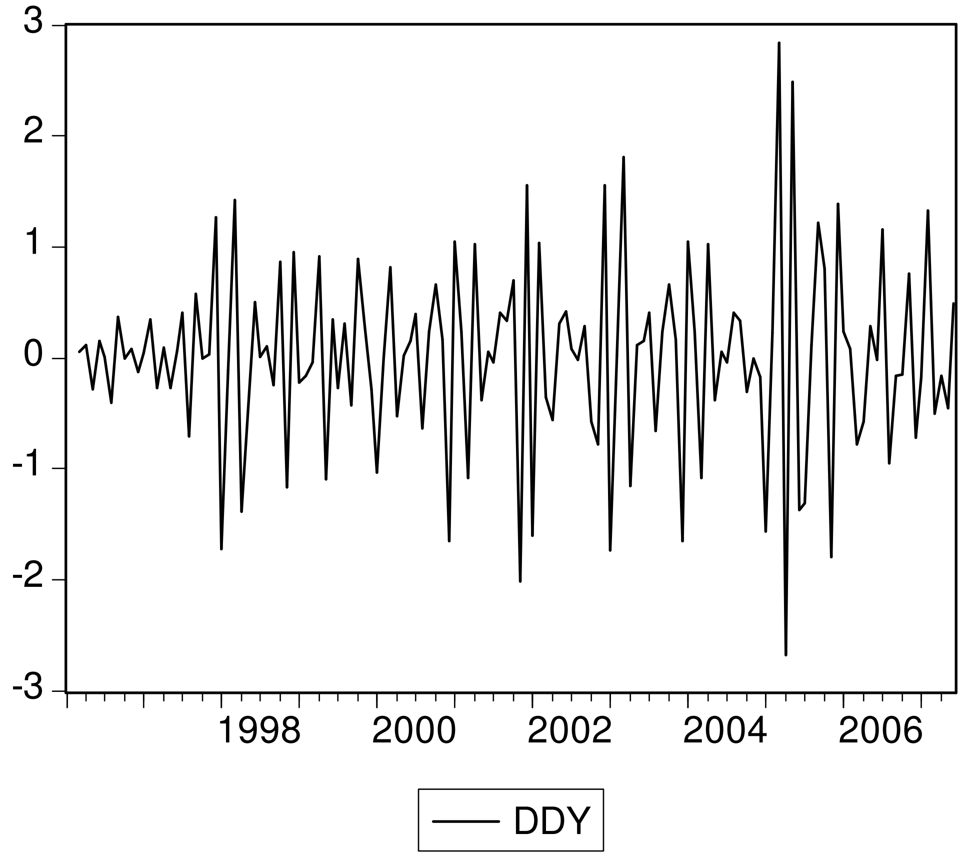
Şekil 12: 1. dereceden fark serisinin (DY) grafiği



Tablo 5: 2. dereceden fark serisinin (DDY) korelogramı

Date: 09/02/07 Time: 20:20						
Sample: 1996:01 2007:06						
Included observations: 136						
Autocorrelation	**Partial Correlation**		**AC**	**PAC**	**Q-Stat**	**Prob**
****|. |	****|. |	1	-0.517	-0.517	37.125	0.000
*|. |	****|. |	2	-0.066	-0.455	37.744	0.000
.|* |	**|. |	3	0.143	-0.245	40.622	0.000
.|. |	*|. |	4	-0.035	-0.148	40.799	0.000
*|. |	**|. |	5	-0.072	-0.189	41.552	0.000
.|. |	**|. |	6	-0.014	-0.301	41.580	0.000
.|* |	*|. |	7	0.148	-0.131	44.771	0.000
*|. |	*|. |	8	-0.102	-0.114	46.282	0.000
.|. |	**|. |	9	-0.045	-0.189	46.578	0.000
.|* |	*|. |	10	0.104	-0.153	48.197	0.000
.|. |	.|. |	11	0.026	0.010	48.297	0.000
**|. |	**|. |	12	-0.198	-0.193	54.218	0.000
.|* |	*|. |	13	0.175	-0.118	58.901	0.000
.|. |	.|. |	14	0.017	-0.032	58.947	0.000
*|. |	*|. |	15	-0.140	-0.102	61.990	0.000
.|* |	.|. |	16	0.099	-0.044	63.514	0.000
.|. |	.|. |	17	0.012	-0.020	63.539	0.000
.|. |	.|. |	18	-0.027	0.023	63.659	0.000
*|. |	.|. |	19	-0.075	-0.043	64.553	0.000
.|* |	.|. |	20	0.098	-0.039	66.095	0.000
.|. |	.|. |	21	-0.016	-0.052	66.136	0.000
*|. |	**|. |	22	-0.117	-0.202	68.394	0.000
.|* |	*|. |	23	0.163	-0.122	72.790	0.000
.|. |	*|. |	24	-0.017	-0.104	72.837	0.000
*|. |	.|. |	25	-0.062	-0.050	73.477	0.000
.|. |	*|. |	26	-0.002	-0.074	73.478	0.000
.|* |	.|. |	27	0.075	-0.033	74.434	0.000
*|. |	.|. |	28	-0.072	-0.011	75.345	0.000
.|. |	.|. |	29	-0.021	-0.010	75.425	0.000
.|* |	.|. |	30	0.082	0.036	76.619	0.000

Şekil 13: 2. dereceden fark serisinin (DDY) grafiği



3.1.1. Non-parametrik Yöntemlerle Fark Serisinde Durağanlığın Testi

DY serisinin durağan olup olmadığını belirlemek için; dönüm noktaları testi ile işaret testini kullanılmaktadır.

Dönüm Noktaları Testi;

Serinin tepe veya çukur oluşturduğu her noktayı bir dönüm noktası kabul eden bu test, durağan bir seride bu noktaların, trend etkisi içeren pozitif otokorelasyonlu bir seriye oranla daha fazla olacağı noktasından hareket eder..

Gözlem sayısı 10’dan büyük olduğunda normal dağılım tablosu kullanılır. Testin hipotezleri;

H_0 : Seri durağandır, trend yoktur.

H_1 : Seri durağandır değildir, trend vardır

U : DY serisindeki dönüm noktası sayısı

U : 91

n : Gözlem Sayısı

n : 138

$$\mu_U = \frac{2(n-2)}{3} = \frac{2.136}{3} = 90{,}7$$

$$\delta_U = \sqrt{\frac{16n-29}{90}} = \sqrt{\frac{16.138-29}{90}} = 4{,}92$$

$$Z = \left|\frac{u-\mu_U}{\delta_U}\right| = \left|\frac{91-90{,}7}{4{,}92}\right| = 0{,}06$$

Bu değer α = 0.05 için normal dağılım tablo değeri olan 1.96’dan küçük olduğu için H_1 hipotezi reddedilir ve DY serisinin durağan olduğu kabul edilir.

İşaret Testi;

Orijinal serinin durağan olması halinde 1.dereceden fark serisi de durağan olacağından fark serisinde yer alan pozitif terim sayısı ile negatif terim sayısı birbirine eşit olur. İşaret testinde birim sayısının 20'den fazla olması halinde normal dağılım tablosu kullanılır.

Testin hipotezleri;

H_0 : Seri durağandır, trend yoktur.

H_1 : Seri durağandır değildir, trend vardır.

V : DY serisinin 1.dereceden farkları alınarak, fark serisinde yer alan pozitif terim sayısı

V : 74 n:136

$$\mu_v = \frac{n}{2} = \frac{136}{2} 68$$

$$\delta_v = \sqrt{\frac{n}{4}} = \sqrt{\frac{136}{4}}$$

$$Z = \left| \frac{v - \mu}{\delta_v} \right|$$

Bu değer α = 0.05 için normal dağılım tablo değerinden (1.96) küçük olduğundan H_0 hipotezini kabul ederek işaret testinin DY serisinin durağan kabul ettiğini söyleyebiliriz.

3.1.2. Parametrik Yöntemlerle Fark Serisinden Durağanlığın Testi

Thumbs Prosedürü;

Bir çok gecikme için otokorelasyon katsayılarını birlikte test eder.

Testin hipotezleri;

$H_0 \quad : \quad p_k = 0$

$H_1 \quad : \quad p_k \neq 0$

Örnek otokorelasyon katsayıları teorik dağılımın ortalaması sıfır ve standart hatası $\frac{1}{\sqrt{n}}$ olduğundan, örnek otokorelasyon katsayılarının sıfır kabul edilebileceği sınırlar $\pm\frac{2}{\sqrt{n}}$ olacak durağanlığın araştırdığımız DY serisinin gözlem sayısı 137 olduğundan Thumbs prosedürü için sınır değerleri;

$$\pm\frac{2}{\sqrt{n}}=0{,}17$$

Örnek otokorelasyan katsayıları arasında ± 0.17 değerinden büyük olanların sıfırdan farklı (anlamlı), küçük olanların ise sıfır (anlamsız) oldukları kabul edilecektir.

Portmanto Testi;

Q istatistiği yardımıyla serinin gözlem değeri arasında ilişki olup olmadığını test eder.

Hesaplanan Q istatistiği test edilecek otokorelasyon katsayısına eşit serbestlik derecesi ve α anlam seviyesinde X^2 tablo değeriyle karşılaştırarak, küçük olması halinde serinin durağan olduğu, aksi halde durağan olmadığı söylenecektir.

DY serisinde 30 gecikme için hesaplanan Q istatistiği 40.64'dür. 30 serbestlik derecesinde tablo değeri 43.773 olup, hesaplanan değer tablo değerinden küçüktür. Bu test sonucuna göre de DY serisinin durağan olduğu kabul edilir. Böylelikle 1.dereceden fark alma işleminin seriyi durağan hale getirdiği görülmektedir.

Uygulamada durağanlık testi olarak yaygın kullanılan Box-Pierre Q istatistiğine bazı eleştiriler yöneltilmektedir. Büyük örnek durumunda bile istatistiğin X^2 dağılımına yaklaşmadığı, Q testinin güçlü bir test olmadığı ve hiçbir türünün kesin sonuçlar vermediği eleştirilmektedir. Dolayısıyla Box-Pierre Q istatistiği ile elde edilen sonuçlara kesin olarak bakılması gerektiği gerekmektedir[2].

Diğer testler göz önüne alındığında DY serisi durağandır.

Durağanlığı sağlamada uygulacak aşırı fark alma işlemi otokorelasyon fonksiyonunun yapısını etkileyerek modelin yanlış belirlenmesine ve gözlem sayısını azalttığından varyansın büyümesine sebep olur.

Durağan olup olmadığını belirlemek üzere uyguladığımız testler sonucu DY serisinin durağan oluğu kanıtlanmış oluyor. Bu bağlamda Minitab paket programı yardımıyla AR ve MA süreçlerinin çeşitli mertebeleri için denenen bir çok model arasından en başarılı görülen bir kaçı üzerinde durulacaktır.

Bunlardan ilki ARIMA (1,1,1) modelidir;

Parametrelerin nihai tahminleri:

	TAHMİN	**STANDART HATA**	**t ORANI**
AR(1)	0,7344	0,0631	11,64
MA(1)	0,9880	0,0065	1151,83

Kullanılan fark alma derecesi : 1

Farklamadan sonra gözlem sayısı : 137

Hata kareler toplamı : 36,8758

Buna göre her 2 parametrede anlamlıdır. Test kümesi için ayırdığımız 2007'nin son 3 ayı için bu bu maddeyle gerçekleştirilen tahminler %95 ihtimalle oluşturulan güven sınırları ile gerçek değerler aşağıdaki gibidir.

2 Sema Ulutürk, Gelecek Tahmininde ARIMA Modelleri ve Bir Uygulama (Yüksek Lisans Tezi), İstanbul, 1994, s. 92

2007 Yılı	Gerçek Değer	Tahmin	Alt sınır	Üst sınır	Mutlak Hata[3]	Yüzde Hata[4]
Temmuz	6,49	5,46353	4,435	6,491	1,03	0.159
Ağustos	6,32	5,48930	4,206	6,772	0,84	0,133
Eylül	6,46	5,51672	4,110	6,923	0,95	0,147

Toplam Mutlak Hata : 2,82

Ortalama Mutlak Hata : 0,940

ARIMA modellerinin temel varsayımı, hata paylarının ortalaması sıfır ve varyansı sabit olan tesadüfi değişkenler olması ve hata payları arasında korelasyon bulunmamasıdır.[5]

Dolayısıyla hata paylarının tesadüfi olduğu kabul ediliyorsa modelin yeterli olduğu, aksi halde yeterli olmadığı söylenecektir.

Hata paylarının tesadüfi olup olmadığını belirlemede kullanılacak yöntemlerden biri Q istatistiğidir.[6]

Burada tesadüfi olup olmadığı sınanan seri, hata payları serisidir.

Q İstatistiği;

$$Q = n\sum_{k=1}^{m} r_k^a \,(\hat{a})$$

Ljung-Box İstatistiği;

$$Q^* = n(n+2)\sum_{k=1}^{m} \frac{r_k^2(+\hat{a})}{n-k}$$

---

3 Mutlak Hata: Gerçek değerler ile tahmin değeri arasındaki mutlak fark.
4 Yüzde Hata : Mutlak hatanın gerçek değere oranı.
5 Abraham, B., Ledolter, J., Statistical Methods for Forecasting, John Wiley and Sons, Newyork, 1983, sf. 193.
6 Bowerman, B., L., O'Connell, R.., T., Time Series Forecasting, 2. Edition, Duxbury Press, Boston, 1987, s.4.

Hesaplanan Q değeri (n-k) serbestlik derecesinde $X^2_{0,05}$ Değerinden küçükse hataların tesadüfi ve dolayısıyla modelin yeterli olduğu kabul edilecektir.

ARIMA (1.1.1) için;

Gecikme	**12**	**24**	**36**	**48**
Q_{ist}	11,4$_{(sd:10)}$	26,1$_{(sd: 22)}$	34,5	43,7
$X^2_{0,05}$	18,307	33,924	-	-

Q istatistiği X^2 tablo değerinden küçük olduğu için hata terimleri tesadüfidir ve ARIMA(1.1.1) modeli yeterli bir modeldir.

İkinci model denememiz ise ARIMA(1.1.0)

	TAHMİN	**STANDART HATA**	**t oranı**
AR(1)	-0,1762	0,0847	-2,08

Kullanılan fark alma derecesi : 1

Gözlem Sayısı : 138

Farklamadan sonra gözlem sayısı :137

Hata kareler toplamı : 40,7179

2007 Yılı	**Gerçek Değer**	**Tahmin**	**Alt Sınır**	**Üst Sınır**	**Mutlak Hata**	**Yüzde Hata**
Temmuz	6,49	5,448	4,371	6,5252	1,05	0,16
Ağustos	6,32	5,489	4,094	6,8840	0,84	0,13
Eylül	6,46	5,524	3,852	7,195	0,94	0,14

Toplam Mutlak Hata : 2,83

Ortalama Mutlak Hata : 0,943

Gecikme	**12**	**24**	**36**	**48**
Q_{ist}	17,5$_{(sd: 11)}$	34,9$_{(sd::23)}$	45,0	54,5
$X^2_{0,05}$	19,675	35,172	-	-

Q istatistiği X değerinden küçük dolayısıyla hata payları tesadüfi, ARIMA (1.1.0) yeterlidir.

3.deneysel modelimiz ise ARIMA (2.2.1)

	TAHMİN	STANDART HATA	t oranı
AR(1)	0,6949	0,0875	7,94
AR(2)	0,0476	0,0874	0,54
MA(1)	0,9817	0,0066	148,05

Kullanılan fark alma derecesi: 1

Gözlem Sayısı : 138

Farklamadan sonra gözlem sayısı : 137

Hata kareler toplamı : 36,8343

2007 Yılı	Gerçek Değer	Tahmin	Alt Sınır	Üst Sınır	Mutlak Hata	Yüzde Hata
Temmuz	6,49	5,4604	4,4287	6,492	1,03	0,16
Ağustos	6,32	5,4919	4,2247	6,759	0,83	0,13
Eylül	6,46	5,5232	4,1298	6,916	0,94	0,14

Toplam mutlak hata : 2,80

Ortalama mutlak hata : 0,933

Gecikme	**12**	**24**	**36**	**48**
Q_{ist}	11,1$_{(sd: 9)}$	26,4$_{(sd: 21)}$	34,8	44,3
$X^2_{0,05}$	16,909	32,671	-	-

Q istatistiği X_2 den küçük dolayısıyla hata payları tesadüfi, ARIMA(2.2.1) yeterlidir.

Son deneysel modelimiz ise ; ARIMA(1.1.2)'dir.

	TAHMİN	STANDART HATA	t oranı
AR(1)	0,7897	0,0589	13,41
MA(1)	1,1005	0,0003	4100,64
MA(2)	-0,1116	0,0270	-4,14

Kullanılan fark alma derecesi: 1

Gözlem Sayısı : 138

Farklamadan sonra gözlem sayısı : 137

Hata kareler toplamı : 36,8101

2007 Yılı	Gerçek Değer	Tahmin	Alt Sınır	Üst Sınır	Mutlak Hata	Yüde Hata
Temmuz	6,49	5,4935	4,4622	6,5249	1	0,15
Ağustos	6,32	5,5502	4,2977	6,8028	0,77	0,12
Eylül	6,46	5,6022	4,22493	6,9794	0,86	0,13

Toplam mutlak hata : 2,63

Ortalama mutlak hata : 0,877

Gecikme	12	24	36	48
Q_{ist}	$10{,}9_{(sd:\ 9)}$	$26{,}5_{(sd:\ 21)}$	34,8	44,6
$X^2_{0,05}$	16,909	32,671	-	-

Q istatistiği X_2 değerinden küçük dolayısıyla hata payları tesadüfi, ARIMA(1.1.2) yeterli bir modeldir.

Söz konusu modeller incelendiğinde hata terimlerinin tesadüfi olduğu ve modellerin de yeterli olduğu görülmektedir. Hangi modelin daha başarılı olduğunun belirlenmesi için de hata kareler toplamları ve ortalama mutlak hataları kıyaslanır, en küçük değerleri veren model gelecek tahmininde kullanılır.

	Hata Kareler Toplamı	Ortalama Mutlak Hata
ARIMA(1.1.1)	36,8758	0,940
ARIMA(1.1.0)	40,7179	0,943
ARIMA(2.2.1)	36,8343	0,933
ARIMA(1.1.2)	36,8101*	0,877*

Dolayısıyla daha başarılı olduğunu görülen ARIMA(1.1.2) modelini tercih edilir.

3.2. Aylık Hisse Senetleri Fiyatlarının Tahmin Edilmesi

2007 yılına ait son 3 ay verileri modelin gelecek tahminindeki başarısını test etmek üzere kullanılmıştır.

	TAHMİN	STANDART HATA	t oranı
AR(1)	0,8094	0,0555	14,57
MA(1)	0,0830	0,0002	6412,03
MA(2)	-0,0796	0,0298	-2,67

2007 Yılı	TAHMİN	ALT SINIR	ÜST SINIR
EKİM	6,49354	5,47002	7,51706
KASIM	6,49981	5,23480	7,76483
ARALIK	6,51232	5,11301	7,91163

ARIMA modellerinin çok kısa dönemli tahminlerde kullanılan yöntemler olması sebebiyle ilk birkaç ay için başarılı sonuçlar alınmaktadır.

SONUÇ

Box-Jenkins yöntemi bir zaman serisinin yapısını belirlediği, gözlem değerlerinin aralarındaki bağımlılığı en etkili bir şekilde kullandığı ve model belirleme aşamalarında istatistiksel testlere yer verdiği için diğer tahmin yöntemlerine göre kısa dönem tahmin yapmada üstün bir yöntemdir.

Çalışmada ARIMA modelleri ile İş Bankasının hisse senetleri fiyatlarının gelecekte ne olacağını tahmini yapılmıştır.

ARIMA modellerinin uygulanacağı serinin trend ve mevsim etkisinden arındırılmış yani durağan olması gerekmektedir.Eğer durağan değilse uygun dereceden farklar alınarak seri durağanlaştırılır.

Durağanlığın sağlanıp sağlanamadığını kontrol etmek amacıyla kullanılan testler bazen çelişkili sonuçlar verebilir bundan dolayı sonuçların bir arada değerlendirilmesi gerekir.

Uygulanan deneysel modeller arasında en başarılı olan ARIMA (1 1 2) modeli gelecek tahmininde kullanılmıştır. Modelin seçimini yaparken öncelikle modellerin hata terimlerinin tesadüfi olduğu dolayısıyla da modellerin yeterli olduğu görülmektedir. Söz konusu modeller arasındaki en başarılı modelin hangisi olduğunun belirlenmesi için de hata kareler toplamları ve ortalama mutlak hataları kıyaslandı ve en küçük değeri veren ARIMA (1 1 2) modelini gelecek tahmininde kullanılmıştır.

ARIMA modelleri kısa dönemli tahminler için kullanıldığından ilk birkaç ay için başarılı sonuçlar alınabilir.

KAYNAKÇA

- Akgül, Işıl., "Zaman Serilerinin Analizi ve ARIMA Modelleri",İstanbul, 2003.

- Abraham, B., Ledolter, J., Statistical Methods for Forecasting , John Wiley and Sons, Newyork, 1983.

- Akdeniz, Fikri., "İstatistik Yöntemler" , Adana ,1991.

- Box, G, E, P., Jenkins, G, M., Time Series Analysis Forecasting and Control, Holden Day Inc., San Francisco, 1970.

- Bowerman, B, L., O'Connell, R, T.,Time Series Forecasting 2. Edition, Duxbury Pres, Boston, 1987.

- Brown, Goodell Robert., Smoothing Forecasting and Prediction of Discrete Time Series,1964.

- Chatfield, C., Box Jenkins Seasonal Forecasting : Problems in a Case-Study", Journal of the Royal Statistical Society, 1973.

- Cillov, Haluk., " İktisadi Olaylara Uygulanan İstatistik Metodları, 6.Baskı, İstanbul Ün. Yayın No.3801, Fakülte Yayın No:545, İstanbul, 1993.

- Farley, John and Melvin J., "Spectral Analysis in Handbook of Marketing Research , 1974.

- Göçmençelebi, Kemal., "İstatistik Metodları" , Ankara, 1976.

- Gregg, J.W/ Hossel , C.V/ Richardson ,J.T., Mathematical Trend Curves: An Aid to Forecasting ,Oliver and Boyd, 1964.

- Gwilym M. Jenkins ve Donald G.Watts, Spectral Analysis and Applications San Francisco: Holden Day Inc., 1953

- Güler Fazıl., " ARIMA modelleriyle Gelecek tahmini ve THY yolcu sayıları üzerine Bir Deneme" , İstanbul, 1991.

- Kayım,Halil. , "İstatistiksel Ön Tahmin Yöntemleri" ,Ankara ,1985.

- Kendall, M.G., The Advanced Theory of Statistics , Charles Griffin ,London, 1973.

- Köksal, Aloba, Bilge., İstatistik Analiz Metodları, Genişletilmiş 3.Baskı, İstanbul, 1985.
- Kurtuluş, Kemal., Pazarlama Araştırmaları, İstanbul Üniversitesi Yayın No: 3239, İşletme Fakültesi , İstanbul, 1985.
- Makridakis, Spyros / Wheelwright ,Steven ., "Adaptive Filtering : An Integrated Autoregressive /Moving Average Filter For Time Series Forecasting ,1977.
- Malinualud, E, Statistical Methods Of Econometrics , North Holland , 1970.
- V.A. Mabert and R.C.Radeliffe, "A Forecasting Methodologys Applied to Financial Series" The Accounting Eview,1974.
- Montgomery, D.C., / Johnson, L.A., Forecasting and Time Series Analysis,1976.
- Naylor, Thomas H., Terry G. Seaks ve D.W.Wichern , "Box Jenkins Methods: An Alternative to Econometric Model" , International Statistical Review, 1972.
- Nelson, L.S., Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting, Holden day Inc., San Francisco, 1973.
- Özçelik, Salih., İktisadi Zaman Serilerinde Tahmin Yöntemleri İTO TEFE İndeksi Üzerine Bir Uygulama, Erzurum 1980.
- Özmen, Ahmet., "Zaman Serisi Analizinde Box Jenkins Yöntemi ve Banka Mevduat Tahmininde Uyglama Denemesi; Anadolu Üniversitesi Yayın no:207, Eskişehir, 1986.
- Özoğuz, Kayıhan., "Zaman serilerinde Trend Fonksiyon Tipinin Belirlenmesi ve Yorumu" , İktisat Fakültesi Mecmuası , Cilt :42, İstanbul, 1986.
- Parzen, E., "Mathematical Consideration in the Estimation of Spectra ", 1961.
- Ulutürk, Sema., "Gelecek Tahmininde ARIMA Modelleri ve Bir Uygulama" , İstanbul, 1994.
- www.tcmb.gov.tr
- www.imkb.gov.tr
- www.paragaranti.com

EKLER

ARIMA Model: Y   ARIMA (1 1 1)

ARIMA model for Y

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters		
0	43,3919	0,100	0,100	0,122
1	40,3323	0,008	0,192	0,020
2	39,9954	0,151	0,342	0,021
3	39,6142	0,294	0,492	0,020
4	39,1238	0,435	0,642	0,018
5	38,4523	0,574	0,792	0,014
6	37,4191	0,705	0,942	0,010
7	37,1949	0,720	0,967	0,009
8	37,0193	0,744	0,988	0,009
9	36,9476	0,736	0,988	0,008
10	36,9470	0,734	0,988	0,008

Unable to reduce sum of squares any further

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	0,7344	0,0631	11,64	0,000
MA 1	0,9880	0,0065	151,83	0,000
Constant	0,008493	0,001385	6,13	0,000

Differencing: 1 regular difference
Number of observations: Original series 138, after differencing 137
Residuals: SS = 36,8758 (backforecasts excluded)
MS = 0,2752 DF = 134

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	11,4	26,1	34,5	43,7
DF	9	21	33	45
P-Value	0,251	0,204	0,396	0,526

Forecasts from period 138

		95 Percent Limits		
Period	Forecast	Lower	Upper	Actual
139	5,46353	4,43513	6,49193	
140	5,48930	4,20600	6,77260	
141	5,51672	4,11004	6,92341	

ARIMA Model: Y   ARIMA (1 1 0)

```
ARIMA model for Y


Estimates at each iteration

Iteration        SSE     Parameters
    0         45,0310     0,100    0,122
    1         41,5144    -0,050    0,068
    2         40,7202    -0,170    0,040
    3         40,7179    -0,176    0,042
    4         40,7179    -0,176    0,042
    5         40,7179    -0,176    0,042
Relative change in each estimate less than  0,0010


Final Estimates of Parameters

Type          Coef     SE Coef         T        P
AR   1     -0,1762      0,0847     -2,08    0,039
Constant   0,04206     0,04692      0,90    0,372


Differencing: 1 regular difference
Number of observations:  Original series 138, after differencing 137
Residuals:    SS =  40,7179  (backforecasts excluded)
              MS =  0,3016  DF = 135


Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag              12         24         36         48
Chi-Square      17,5       34,9       45,0       54,5
DF                10         22         34         46
P-Value        0,064      0,040      0,099      0,182


Forecasts from period 138

                             95 Percent Limits
Period      Forecast         Lower        Upper       Actual
 139         5,44858       4,37195      6,52522
 140         5,48913       4,09422      6,88404
 141         5,52405       3,85287      7,19522
```

ARIMA Model: Y   ARIMA (2 2 1)

```
ARIMA model for Y

Estimates at each iteration
Iteration       SSE     Parameters
    0        44,6039    0,100    0,100    0,100    0,109
    1        40,2002   -0,023   -0,050    0,101    0,046
    2        39,5294   -0,055   -0,142    0,150    0,042
    3        39,5141   -0,002   -0,132    0,210    0,041
    4        39,4452    0,117   -0,107    0,332    0,035
    5        39,2590    0,263   -0,075    0,482    0,029
    6        38,9339    0,408   -0,039    0,632    0,022
    7        38,4331    0,549   -0,002    0,782    0,016
    8        37,5193    0,681    0,038    0,932    0,010
    9        37,0098    0,703    0,051    0,979    0,008
   10        36,9628    0,696    0,049    0,981    0,008
   11        36,9568    0,695    0,048    0,981    0,008
   12        36,9549    0,695    0,048    0,982    0,008
   13        36,9542    0,695    0,048    0,982    0,008
Relative change in each estimate less than  0,0010

Final Estimates of Parameters
Type          Coef     SE Coef         T        P
AR   1      0,6949      0,0875      7,94    0,000
AR   2      0,0476      0,0874      0,54    0,587
MA   1      0,9817      0,0066    148,05    0,000
Constant  0,008350    0,001774      4,71    0,000

Differencing: 1 regular difference
Number of observations:  Original series 138, after differencing 137
Residuals:    SS =  36,8343  (backforecasts excluded)
              MS =  0,2769  DF = 133

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic
Lag              12        24        36        48
Chi-Square     11,1      26,4      34,8      44,3
DF                8        20        32        44
P-Value       0,198     0,153     0,338     0,457
```

Forecasts from period 138

		95 Percent Limits		
Period	Forecast	Lower	Upper	Actual
139	5,46040	4,42872	6,49208	
140	5,49197	4,22479	6,75916	
141	5,52324	4,12989	6,91658	

ARIMA Model: Y   ARIMA (1 1 2)

ARIMA model for Y

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters			
0	42,9696	0,100	0,100	0,100	0,122
1	39,2017	0,065	0,250	0,172	0,018
2	38,8960	0,189	0,400	0,151	0,025
3	38,6636	0,330	0,550	0,114	0,022
4	38,3568	0,472	0,700	0,069	0,018
5	37,9239	0,611	0,850	0,016	0,014
6	37,2932	0,740	1,000	-0,045	0,009
7	36,9703	0,796	1,101	-0,112	0,007
8	36,9689	0,790	1,100	-0,112	0,007

Unable to reduce sum of squares any further

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	0,7897	0,0589	13,41	0,000
MA 1	1,1005	0,0003	4100,64	0,000
MA 2	-0,1116	0,0270	-4,14	0,000
Constant	0,007154	0,001025	6,98	0,000

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 138, after differencing 137

Residuals: SS = 36,8101 (backforecasts excluded)

MS = 0,2768 DF = 133

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48

Chi-Square	10,9	26,5	34,8	44,6
DF	8	20	32	44
P-Value	0,209	0,151	0,335	0,448

Forecasts from period 138

		95 Percent Limits		
Period	Forecast	Lower	Upper	Actual
139	5,49359	4,46226	6,52493	
140	5,55028	4,29773	6,80283	
141	5,60220	4,22493	6,97947	

ARIMA Model: Y   ARIMA (1 1 2)

ARIMA model for Y

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters			
0	44,1138	0,100	0,100	0,100	0,129
1	40,5137	-0,013	0,188	0,177	0,016
2	40,1657	0,081	0,297	0,167	0,040
3	40,0490	0,229	0,447	0,133	0,033
4	39,8706	0,377	0,597	0,092	0,026
5	39,6118	0,522	0,747	0,044	0,020
6	39,2228	0,662	0,897	-0,010	0,014
7	38,4920	0,790	1,047	-0,073	0,008
8	38,2504	0,808	1,083	-0,083	0,007
9	38,0103	0,795	1,083	-0,082	0,008
10	37,9618	0,799	1,083	-0,082	0,008
11	37,9507	0,801	1,083	-0,082	0,008
12	37,9459	0,802	1,083	-0,082	0,008
13	37,9422	0,803	1,083	-0,082	0,008
14	37,9391	0,804	1,083	-0,082	0,008
15	37,9361	0,805	1,083	-0,081	0,007
16	37,9334	0,806	1,083	-0,081	0,007
17	37,9307	0,806	1,083	-0,081	0,007
18	37,9262	0,807	1,083	-0,081	0,007
19	37,9240	0,807	1,083	-0,081	0,007
20	37,9213	0,808	1,083	-0,080	0,007
21	37,9184	0,808	1,083	-0,080	0,007
22	37,9157	0,808	1,083	-0,080	0,007
23	37,9132	0,809	1,083	-0,080	0,007

```
   24         37,9106    0,809    1,083   -0,080    0,007
   25         37,9079    0,809    1,083   -0,080    0,007
** Convergence criterion not met after 25 iterations


Final Estimates of Parameters
Type           Coef     SE Coef         T        P
AR   1       0,8094      0,0555     14,57    0,000
MA   1       1,0830      0,0002   6412,03    0,000
MA   2      -0,0796      0,0298     -2,67    0,008
Constant 0,0074261   0,0006638     11,19    0,000

Differencing: 1 regular difference
Number of observations:  Original series 144, after differencing 143
Residuals:    SS =  37,8895  (backforecasts excluded)
              MS =  0,2726  DF = 139

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic
Lag               12        24        36        48
Chi-Square       9,5      21,6      30,1      38,3
DF                 8        20        32        44
P-Value        0,300     0,365     0,562     0,713

Forecasts from period 138
                             95 Percent Limits
Period      Forecast        Lower        Upper       Actual
 139         5,61687      4,59335      6,64039      6,49000
 140         5,76388      4,49887      7,02890      6,32000
 141         5,89030      4,49099      7,28961      6,46000
 142         6,00005      4,52051      7,47959      6,50000
 143         6,09630      4,56738      7,62522      6,62000
 144         6,18163      4,62191      7,74135      6,73000
```

ARIMA Model: Y   ARIMA (1 1 2)

```
ARIMA model for Y


Estimates at each iteration
Iteration        SSE     Parameters
    0         44,1138    0,100    0,100    0,100    0,129
```

1	40,5137	-0,013	0,188	0,177	0,016
2	40,1657	0,081	0,297	0,167	0,040
3	40,0490	0,229	0,447	0,133	0,033
4	39,8706	0,377	0,597	0,092	0,026
5	39,6118	0,522	0,747	0,044	0,020
6	39,2228	0,662	0,897	-0,010	0,014
7	38,4920	0,790	1,047	-0,073	0,008
8	38,2504	0,808	1,083	-0,083	0,007
9	38,0103	0,795	1,083	-0,082	0,008
10	37,9618	0,799	1,083	-0,082	0,008
11	37,9507	0,801	1,083	-0,082	0,008
12	37,9459	0,802	1,083	-0,082	0,008
13	37,9422	0,803	1,083	-0,082	0,008
14	37,9391	0,804	1,083	-0,082	0,008
15	37,9361	0,805	1,083	-0,081	0,007
16	37,9334	0,806	1,083	-0,081	0,007
17	37,9307	0,806	1,083	-0,081	0,007
18	37,9262	0,807	1,083	-0,081	0,007
19	37,9240	0,807	1,083	-0,081	0,007
20	37,9213	0,808	1,083	-0,080	0,007
21	37,9184	0,808	1,083	-0,080	0,007
22	37,9157	0,808	1,083	-0,080	0,007
23	37,9132	0,809	1,083	-0,080	0,007
24	37,9106	0,809	1,083	-0,080	0,007
25	37,9079	0,809	1,083	-0,080	0,007

** Convergence criterion not met after 25 iterations

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	0,8094	0,0555	14,57	0,000
MA 1	0,0830	0,0002	6412,03	0,000
MA 2	-0,0796	0,0298	-2,67	0,008
Constant	0,0074261	0,0006638	11,19	0,000

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 144, after differencing 143

Residuals: SS = 37,8895 (backforecasts excluded)

MS = 0,2726 DF = 139

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	9,5	21,6	30,1	38,3
DF	8	20	32	44
P-Value	0,300	0,365	0,562	0,713

Forecasts from period 142

		95 Percent Limits		
Period	Forecast	Lower	Upper	Actual
143	6,49354	5,47002	7,51706	6,62000
144	6,49981	5,23480	7,76483	6,73000
145	6,51232	5,11301	7,91163	