



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**UZAYSAL EVRİMDE GÜRSEY SOLİTONLARININ
KARARLILIĞI**

Fatma AYDOĞMUŞ

Fizik Anabilim Dalı

Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Programı

Danışman

Prof.Dr. K. Gediz AKDENİZ

Temmuz, 2007

İSTANBUL



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**UZAYSAL EVRİMDE GÜRSEY SOLİTONLARININ
KARARLILIĞI**

Fatma AYDOĞMUŞ

Fizik Anabilim Dalı

Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Programı

Danışman

Prof.Dr. K. Gediz AKDENİZ

Temmuz, 2007

İSTANBUL

Bu çalışma/...../ 2007 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Yüksek Enerji ve Plazma Fiziğı programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Danışman Adı (Danışman)
İstanbul Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi

Jüri Adı
Üniversite
Fakülte

Jüri Adı
Üniversite
Fakülte

Jüri Adı
Üniversite
Fakülte

Jüri Adı
Üniversite
Fakülte

ÖNSÖZ

Tez konumu belirleyen ve yardımlarını esirgemeyen sevgili danışman hocam Prof. Dr. K. Gediz AKDENİZ'e çok teşekkür ederim. Tezimi hazırlarken beraber çalıştığım ve bilgisinden yararlandığım Serap SAĞALTICI'ya ve her türlü desteği için Ayberk YILMAZ'a çok teşekkür ederim.

Varlığı ve yanımda olduğu için Gökmen MUŞ'a çok teşekkür ederim.

Sadece tez çalışmam süresince değil yaşamın her anında benden emek ve desteklerini eksik etmeyen babam Bayram AYDOĞMUŞ ve ablam Lale KARACA'ya çok teşekkür ederim. Eğitim hayatım boyunca maddi ve manevi olarak desteklerini eksik etmeyen ablam Ebru AYDOĞMUŞ ve kardeşim Onur AYDOĞMUŞ'a çok teşekkür ederim.

Bana olan güvenini hiç yitirmeyen ve hep yanımda olan anneme yani en çok teşekkür edilmesi gereken Mürüvvet AYDOĞMUŞ' a tüm kalbimle teşekkür ederim.

Temmuz, 2007

Fatma AYDOĞMUŞ

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
ÖZET	v
SUMMARY	vi
1. GİRİŞ	1
2. GENEL KISIMLAR	2
2.1. SOLİTON ÇÖZÜMLÜ EŞİTLİKLER	2
2.2. ALAN TEORİLERİNE KISA BİR TARİHSEL GİRİŞ	7
2.3. PARÇACIK FİZİĞİNDE KLASİK ÇÖZÜMLERİN BİR SINIFLANDIRILMASI.....	8
2.4. NON-LİNEER SPİNÖR DALGA DENKLEMLERİ VE ÇÖZÜMLERİ....	10
2.5. GÜRSEY NON-LİNEER KONFORMAL İNVARİYANT SPİNÖR DENKLEMİ VE ÇÖZÜMLERİ.....	11
2.6. SOLİTON DİNAMİĞİNDE KAOTİK ÖZELLİKLER.....	12
3. MALZEME VE YÖNTEM	20
3.1. KONFORMAL DÖNÜŞÜM GRUBU.....	20
3.2. GÜRSEY NON-LİNEER SPİNÖR ALAN MODELİ.....	21
3.3. GSM'DE YENİ BİR ÇÖZÜM SINIFI.....	24
4. BULGULAR	34
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	44

KAYNAKLAR	47
EKLER	51
ÖZGEÇMİŞ	53-54

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1	: KdV denkleminin iki soliton çözümünün çarpışmadan önce, çarpışma sırasında ve çarpışma sonrasında çizimi	4
Şekil 2.2	: KP denkleminin iki soliton çözümünün çizimi.....	5
Şekil 2.3	: Garip çekiciler	
	(a) Rössler çekicisi	17
	(b) Lorentz çekicisi	18
Şekil 4.1	: g-f uzayı.....	34
Şekil 4.2	: φ 'nin çözüm grafiği.....	35
Şekil 4.3	: χ 'nin çözüm grafiği.....	35
Şekil 4.4a	: χ - φ ye göre çizilen faz diyagramı 1.....	36
Şekil 4.4b	: χ - φ ye göre çizilen faz diyagramı 2.....	36
Şekil 4.4c	: χ - φ ye göre çizilen faz diyagramı 3.....	37
Şekil 4.4d	: χ - φ ye göre çizilen faz diyagramı 4.....	37
Şekil 4.4e	: χ - φ ye göre çizilen faz diyagramı 5.....	38
Şekil 4.5a	: g-f uzayı 1.....	39
Şekil 4.5b	: g-f uzayı 2.....	40
Şekil 4.5c	: g-f uzayı 3.....	40
Şekil 4.6	: f-f'uzayı.....	40
Şekil 4.7	: g-g'uzayı.....	41
Şekil 4.8	: f'-g'uzayı.....	41
Şekil 5.1	: Duffing denkleminin çözüm grafiği.....	45

ÖZET

UZAYSAL EVRİMDE GÜRSEY SOLİTONLARININ KARARLILIĞI

Feza Gürsey tarafından 1956 yılında, dört boyutlu konformal invariant nonlinear saf spinör etkileşmeli bir dalga denklemi, Heisenberg ve Bohr' un rüyası olan elementer parçacıkların bir araya gelmesini mümkün kılacak bir modele temel teşkil etmek için önerildi. Gürsey Spinör modeli birinci mertebeden daha yüksek türevler içermeyen tek konformal invaryant saf spinör alanlı bir modeldir.

Tezde Gürsey tarafından önerilen, saf- spinör alanlı, dört boyutlu konform invaryant nonlinear dalga denkleminin numeric instanton çözümlerinin dinamik yapılaşması ve evrimi incelenmiş ve evrimi ifade eden faz diyagramları çizilmiştir.

SUMMARY

STABILITY OF GÜRSEY'S SOLITONS IN SPATIAL EVOLUTION

A four-dimensional conformal invariant pure spinor wave equation with nonlinear self-coupled spinor term had been proposed in mid-fifties by Feza Gürsey as a possible basis for a unitary description of elementary particles (Heisenberg-Bohr dream). Gürsey's Spinor Model is only possible conformally invariant pure spinor model, which contains no derivatives higher than the first.

In this thesis, we have investigated dynamic characteristics and evolution of instanton solutions of a four-dimensional conformal invariant pure spinor wave equation with nonlinear self-coupled spinor term had been proposed by Feza Gürsey.

I. GİRİŞ

Lagrange tipi alan teorilerinin klasik hareket denklemlerinin sonlu enerjili, kararlı dalga çözümlerine soliton adı verilir. Solitonlar 19. yüzyılda uygulamalı matematikçiler tarafından non-lineer dalga denklemlerinin çözümlerinde bulunmuşlardır[1].

Solitonlarının ilk gözlemi bir İngiliz deniz mühendisi olan J. Scott Russel tarafından 1834 de, dar su kanallarındaki dalga hareketinin incelenmesiyle gerçekleşmiştir. Russel bu gözlemlerinin sonunda; uzun ve sığ su dalgalarının arasında kararlı, şekil değiştirmeyen dalgalar olduğunu, bunların hız ve genlikleri arasında bir ilişki olabileceğini bulmuştur

19. yy da uygulamalı matematikçiler [1] tarafından bulunmuş non-lineer dalga denklemlerinin çözümleri olan solitonlar, daha sonra katı hal fiziği ile plazma fiziğinde bazı problemleri açıklamada kullanılmışlardır. Bunların vakum duruma sahip olmaları parçacık fiziğinde anlamlı çözümlere karşılık gelebileceği şeklinde yorumlanmıştır.

Tezi şu şekilde planladık. Genel bir girişten sonra Materyal ve Metod bölümünde; dört boyutlu konformal koordinat dönüşümünün özelliklerini anlattık. 1956 yılında Gürsey tarafından önerilen konform invariant 4- boyutlu spinör alan modelini inceledik. GSM' ye uygulanacak uygun bir konform açılımla GSM' nin kaplayabileceği en geniş modeli bu bölümde ele aldık. GSM' nin eliptik fonksiyonlar formundaki bir soliton çözüm sınıfını bulmak için Kortel tarafından kullanılan Heisenberg ön çözümünü kullanarak, evrime kapalı olmayan, hem uzay ve hem zaman içersinde genişleyen solitonlar olan instanton çözümlerinin bulunduğunu yine bu bölümde verdik. Bulgular bölümünde ise Heisenberg ansatzlı GSM' nin nümerik instanton çözümleri ve faz diyagramlarını vererek, bunların yorumlarını Tartışma ve Sonuç bölümünde ele aldık.

II. GENEL KISIMLAR

2.1- Soliton Çözümlü Eşitlikler

a) Boussinesq

Tek boyutlu Boussinesq denklemi ilk olarak sığ su dalgalarının tanımlanması için türetilmiştir. ψ yüzey yerdeğişimi olmak üzere,

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + 6 \frac{\partial^2 (\psi^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} = 0 \quad (2.1)$$

denklemi ile verilir. Eğer non-linear (üçüncü) terim olmaz ise, Boussinesq denklemi yapısal olarak, titreşen bir kablo (sert ve bükülmez tel) hareketi denkleminin aynısı olur. Eğer kablo eşitliğine $\psi \approx \exp[i(kx - \omega t)]$ gibi bir düzlem dalga çözümü önerilirse, dağılım bağıntısı $k^4 - k^2 + \omega^2 = 0$ bulunur. Faz hızı $v = \omega/k(\omega)$ frekansa bağlıdır. Bu yüzden kablo denklemi dağılım gösterir. Eğer non-linear terim geri konulursa, dağılım ve non-linearliğin birbirini dengelemesi dolayısıyla soliton çözümleri olasılığına izin verilir.

b) KdV

Su dalgalarıyla ilgili bir başka ünlü denklem de

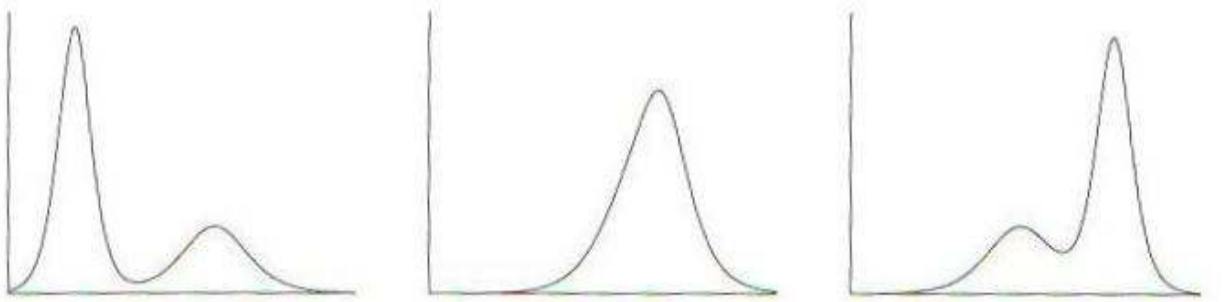
$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \alpha \psi \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} = 0 \quad (2.2)$$

Korteweg – deVries (KdV) denklemdir. Burada α sayısal bir çarpanıdır. $\psi \rightarrow \psi / \alpha$ değişimiyle α elenebileceğinden, seçimi çok önemli değildir. Yaygın olarak $\alpha = 1,6$ ve matematikçiler tarafından da $\alpha = -6$ olarak seçilir. Sonuncu eksi değer, ψ 'yi fiziksel

yerdeğişimine göre ters çevirir.

KdV denklemi 1895’de , Korteweg ve deVries tarafından , İskoç mühendis J.S.Russell’ın önceki gözlemlerini açıklamak için türetilmiştir. Sığ su dalgalarının dikdörtgen bir kanalda tek yönlü yayılımı için soliton çözümlerine izin verir. Birinci mertebe zaman türevi ve üçüncü mertebe uzay türevi içermesi itibariyle , bir dalga denklem, gibi gözükmemektedir. Yine de sığ su dalgalarını gayet iyi tanımlar. Soliton çözümü mümkündür , çünkü yayılım non-lineerlikle dengelenebilir. Su deposu deneyleri KdV eşitliğinin ve soliton çözümlerinin geçerliliğini doğrulamıştır. Şekil 1.1’de bu deneylerdeki solitonların çarpışmadan hemen önce , çarpışma esnasında ve çarpışma sonrasındaki çizimleri görülmektedir.

KdV denklemi uygun yaklaşıklıklarla, plazmada iyon-akustik ve manyetohidrodinamik dalgalar, tüpte dönen akış, elastik çubukta uzunlamasına yayılan dalgalar, düşük sıcaklıklı non-lineer kristallerde termal uyarılmış fonon paketleri gibi pek çok farklı fiziksel problemde ortaya çıkar :



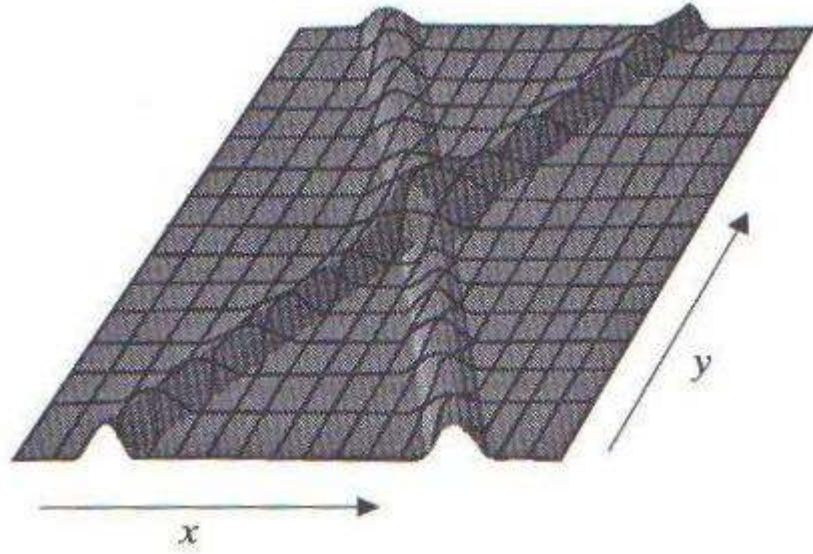
Şekil 2.1: KdV denkleminin iki-soliton çözümünün çarpışmadan önce çarpışma sırasında ve çarpışma sonrasında çizimi.

c) KP

KdV denkleminin iki boyutlu genelleştirilmesi olan Kadomtsev-Petviashvili (KP) denklemi,

$$(\psi_t + \alpha \psi \psi_x + \psi_{xxx}) + 3\psi_{yy} = 0 \quad (2.3)$$

ile verilir. Burada alt harfler kısmi türevleri ifade etmektedir. Şekil 1.2’de KP denkleminin iki-soliton çözümünü göstermektedir. Böyle bir soliton konfigürasyonu gerçekten de Oregon’un okyanus kıyılarında gözlenmiş ve fotoğraflanmıştır.



Şekil 2.2: KP denkleminin iki-soliton çözümünün çizimi.

d) Sine Gordon

Sine-Gordon denklemi “topolojik” denilen ve parçacık fiziğinde uygulama alanı olan solitonları verir. (KdV solitonları “non-topolojik”tir , yani sonsuzdaki sınır koşulları boşluktakiyle topolojik açıdan aynıdır.) :

$$\psi_{xx} - \psi_{tt} = \sin \psi \quad (2.4)$$

Sine-Gordon denklemi solitonları , kıvrım (kink) biçimlidir ve değişmeden yayılırlar. Böyle bir solitona iyi bir örnek , bir ferromanyetteki iki manyetik bölge arasındaki Bloch duvarıdır.

İntegre edilebilir sistemler çalışmasında yükselen bir görüş olan solitonlar, birçok fiziksel uygulamaları tanımlayan pertürbe edilemeyen sistemlerde anahtar paradigma olmuştur. Farklı pertürbasyonlar altında çeşitli (collective koordinat) teknikler kullanılarak çok başarılı sonuçlanan soliton dinamiği; birçok örnekte, solitonlar basitçe nokta parçacık gibi davranırlar ve zaman evrimleri, sıradan diferansiyel denklem olan hareket denklemleri ile tahmin edilebilir. Buna rağmen son on yıl boyunca giderek solitonların iç serbestlik derecelerinin birçok problemde çok önemli rol oynadığı anlaşılmıştır. Resonant soliton (solitary dalga) çarpışmalarını yönetmeleri, non-trivyal soliton-impurity (gürültü) etkileşmelerine sebebiyet vermeleri, ac kuvvetler ve termal gürültü ile harekete geçirilebildiklerinden fiziksel olarak solitonların iç modlara sahip olup olmadığına karar vermek önemlidir.

Uzay-zamansal dış kuvvetlerle pertürbe edilmiş Sine-Gordon solitonlarının dinamiğinde bazı koşullar sağlandığında; homojen olmayan, uzaya bağlı dış kuvvet varlığında sine-Gordon solitonlarının iç modlarının varlığı kanıtlanmıştır: periyodik zamana bağlı kuvvetler soliton salınım genişliğine destek olabilir. Bazı durumlarda iç mod karasız olabiliyor bu da solitonun anti-soliton ve iki solitona bozunmasına neden oluyor. Genel olarak uzay-zaman kuvvetleri varlığında soliton formsuz (katı olmayan) nesne gibi davranır. Soliton, homojen olmayan düzende hareket ederken genişliği korunmuş

salınımlar gösterebilir. Soliton - anti-soliton çarpışmaları gibi iç modların önemli rol oynadığı fenomenler vardır.

Parçacık ve yoğun madde fiziğinde sine-Gordon solitonlarının önemli uygulamaları vardır. Katı hal fiziğinde ferromagnetlerde egemenlik duvarını, kristallerde yük yoğunluk dalgalarında çıkışı, uzun Josephson bağlantı ve taşıma yollarında fluxonsı (akıntı) tanımlar. Genel olarak integre edilemeyen soliton denklemi (ϕ^4 denklemi ve sine-Gordon gibi) birçok fonemada çok önemli olan iç serbestlik derecesine sahip olabilir.

e) Klein Gordon

Eğer $\sin \psi \approx \psi$ lineer yaklaştırması yapılırsa ,

$$\psi_{xx} - \psi_{tt} = \psi \quad (2.5)$$

Klein-Gordon denklemi elde edilir: Klein-Gordon eşitliği dağıtıcıdır ve böylece Sine-Gordon eşitliğindeki $\sin \psi$ terimi hem dağıtıcılık hem de non-lineerlik içererek , soliton çözümlerine izin verir. Aşırı kısa optik atımların yayılımı, Temel parçacıkların birleşik kuramı üzerine yapılan çalışmalar Sine-Gordon eşitliğinin karşımıza çıktığı durumlardan bazılarıdır.

2.2- Alan Teorilerine Kısa Bir Tarihsel Giriş

1926 yılında Schrödinger'in, Bohr tarafından keşfedilen bir atomdaki elektronların acayip davranışlarının de Broglie dalga teorisini kesin matematiksel denklemlere dönüştürmüş olması, yani küçük cisimlerin davranışının non-lineer “kuvantum dalga denklemleri” ile belirlenebileceğinin anlaşılması ve 1930’ lu yıllarda Dirac tarafından yazılan spinör alanlı non-lineer dalga denklemi çözümlerinin (gene Dirac tarafından bulunan) elektron ve anti-elektron yorumlamasındaki başarısı, teorik fizikçileri yeni

non-lineer alan denklemleri yazmaya ve bu denklemlerin fiziksel dalga çözümlerini aramaya teşvik etti. Yeni parçacıkların keşfedilmesi ile bu teorik çalışmalar ve arayışlar daha da cazibeli bir duruma geldi. Özellikle 1950'li yıllardan itibaren teorik fizik dünyasında söz konusu bu çabalarda büyük bir artma gözlemlendi. Tüm parçacıkları kapsayacağı ümit edilen geniş simetrilere sahip bir çok sayıda teorik modeller geliştirildi ve önerildi. Non-lineer alan denklemleri üzerine yapılan bu ısrarlı çalışmalar ve arayışlar en sonunda meyvesini verdi. Temel parçacıkları tek bir alan teorisi altında toplayabilmenin önünün açacak matematiksel yapının temelleri atıldı. 1954 yılında iki teorik fizikçi, Yang ve Mills çok önceleri matematikçiler tarafından üzerinde çalışmalar yapılmış Abelyen olmayan Lie gruplarının sınıflandırılmasını bu tip non-lineer alan modellerine uyguladılar.[2] Geometrik olmayan simetrisini de kapsayan (global ayar) ve alanların dinamik yapılaşmasını da verebilecek yerel ayar (local gauge) simetrisine sahip spinli alanları içeren model geliştirdiler.

O yıllardan bugüne alan teorilerinin üzerine yapılan ve yapılmakta olan çalışmalar sürmektedir; doğadaki gravitasyon dışındaki etkileşimlerin ayar teorilerinin geliştirilmesi, bu teorilerde simetrisinin kendiliğinden kırılmasının anlaşılması, zayıf etkileşmelerdeki ara bozonların hızlandırıcılarda bulunması, ayar teorilerinin dinamik özelliklerinin, ara parçacık alış verişi, bu alış verişte ortaya çıkan bozuklukların giderilerek, Feynman diyagramlarıyla ifade edilebilmesi, süper simetri kavramı ve birleşik alan teorileri gibi devrimci görüşler ve buluşlar bu son 30 yıl içine sığmıştır. Parçacık fiziğinin standart modeli diyebileceğimiz bu oluşumlar kümesi kozmolojide de önemli gelişmelerin önünü açmıştır. Standart modelin arkası üzerine yapılan teorik çalışmalar; kütle çekimli sicim teorileri , yüksek boyutlu modeller sürmektedir.

Parçacık fiziğindeki bu hızlı gelişmeler, modellerle ortaya çıkan non-lineer alan denklemlerin geniş simetrisi fiziksel çözümlerinin yeni teknikler geliştirilerek bulunmasını (örneğin yerel ayar teorilerdeki pertürbasyon tekniği) ve bu çözümlerin fiziksel özelliklerinin ve yerinin tartışılmasını hep yanında taşımıştır. Şimdi bu topolojik çözümleri kısaca gözden geçirelim ve bir sınıflandırılmasını verelim.

2.3-Parçacık Fiziğinde Klasik Çözümlerin Bir Sınıflandırılması

Lagrange tipi alan teorilerinin klasik hareket denklemlerinin sonlu enerjili, kararlı çözümlerine genelde soliton adının verildiğini biliyoruz. Solitonlar 19. yüzyılda uygulamalı matematikçiler tarafından non-lineer dalga denklemlerinin çözümlerinde bulunmuşlardır ve daha sonraki yıllarda katı hal fiziği ile plazma fiziğinin bazı problemlerini açıklamada kullanılmıştır. Solitonların parçacık fiziğinde anlamlı çözümler olabileceğinin anlaşılması 1960' lı yıllara dayanır. Sonlu enerjili yerel dalga çözümlerini ifade eden solitonlar, gerek yayılırken gerekse kendi aralarında etkileşmelerinden sonra yapılarını korurlar. Başka bir deyişle şekillerini sürekli koruyarak, yaşamlarını sonsuza dek sürdürürler, kendi aralarında etkileştiklerinde bilgi alışverişinde bilgi alışverişinde (enerji alışverişi) bulunmazlar. Örneğin foton tipik bir soliton karakterindedir. Bu özelliklerinden dolayı kararlı parçacıklar soliton çözümleri ile ifade edilmeye çalışılmıştır. Öte yandan solitonların parçacıklar fiziğinin önemli bir çalışma alanı olmasını sağlayan diğer bir özelliği de topolojik görünümleridir.[3]

Solitonları topolojik klasik çözümler adı altında sınıflandırabiliriz; Topolojik klasik çözümler genel olarak;

a) Sabit

b) Statik

c) Topolojik özelliklere sahip uzay ve zamana bağlı (uzay ve zamanda açılan instanton ve meron çözümleri)

olarak üç kümeye ayrılırlar. Şimdi bu çözümleri kısaca açıklayalım.

a) Sabit Çözümler

Bu çözümler sıfırdan farklı olan ve potansiyeli minimum kılan, sıfır enerjili kararlı çözümlerdir. Bunlar vakum çözümleri olup, solitonlar bu çözümler arasında hapis olduğundan sonlu enerjiye sahiptirler.

b) Statik Çözümler

Uzay boyutuna göre; tek boyutlu kink (tek yamaçlı) çözümler, iki boyutlu vortex çözümler, üç boyutlu monopole (tek kutup) çözümler olarak üçe ayrılırlar. Kink çözümler baryon olarak yorumlanmışlardır. İki boyutlu çözümler ise, tek boyutlu çözümlerin sadece boyut olarak genişletilmiş durumundadır.

c) Topolojik Özelliklere Sahip Uzay ve Zamana Bağlı Çözümler

Bu çözümlere instanton ve meron çözümleri örnek olarak verilebilir. Konformal simetrinin kırılması ile bulunan instantonlar, kuarkların vakum durumu olarak yorumlanmış olup, vakumlar arası geçişi vermelerinden dolayı kuarkların hapsolme problemini açıklamada önem kazanmışlardır. Örnek olarak sine-Gordon solitonu [3,4], ϕ teorisinin kink çözümü, t'hoof-Palyakov monopole çözümü [5] , instantonlar vb...

2.4- Non-lineer Spinör Dalga Denklemleri ve Çözümleri

1950 ' li yıllar, keşfedilen parçacık sayısındaki hızlı artışın da etkisiyle, teorik fizikte her temel parçacığı bir denklemle ifade etme çalışmalarının yoğunluk kazandığı yıllardı . Parçacıkları bir denklemle ifade etmenin en önemli nedenlerinden biri de Dirac' ın spinli parçacıklar için yazdığı rölativistik kuvantum özelliği olan ve fizik literatüründe “ Dirac Denklemi ” olarak bilinen denklemin, elektronun ve anti-elektron özelliklerine uygun sonuçlar vermesiydi [6]. Fakat her parçacığa bir denklem fikrinin, özellikle

parçacıkların kuvantum sayılarında karışıklıklara yol vereceği de açıktı. Born ve Heisenberg bunun tek bir birleşik denklem yazmakla aşılabileceğini öne sürdüler. Bu fizikçilere göre, tüm parçacıkların inşasına olanak verecek bir alan modeli non-lineer yapıda ve fermiyon özelliği olan bir dalga denklemi olmalıydı. Tüm parçacıklar da bu denklemin çözümünü veren fermionsal parçacıklardan oluşmalıydı. Özellikle 1950' li yıllarda Heisenberg ve öğrencileri bu tip bir alan modeli yazmak için büyük çabalarda bulundular. Heisenberg ve öğrencileri Dirac denklemine benzeyen, kütle terimine ek olarak fermiyonların diğer parçacıkları oluşturabilmesi için; kendi aralarında bütünleşmeleri ifade eden terimi de içeren modeller geliştirdiler. Heisenberg' in bu çalışmalarından ve çabalarından etkilenen bir çok teorik fizikçi de benzer spinör alanlı modeller geliştirdi. Hızlandırıcıların gelişmesiyle bulunan yeni deney sonuçları ve arkasından Yang-Mills tarafından bulunan yerel ayar teorileri Heisenberg' in bu rüyasına son verdi. Fakat konformal simetrilere sahip spinör alanlı non-lineer modeller spinli parçacıklar olan kuarkların keşfi ile tekrar önem kazandılar [7].

1970' li yılların sonuna doğru Yang-Mills teorilerinde instanton tipi çözümler bulundu [8]. Bu çözümlerin uzay-zamana bağlı olmaları yanında, vakum özellikleri göstermeleri parçacık fizikçilerin büyük bir ilgisini çekti [7]. Bu ilgi çeşitli skaler alan modellerinde instanton çözümlerinin bulunması ile kendini gösterdi. Örneğin Alfaro, Fubini ve Furlan Sigma Modelinde instanton çözümleri buldu [9]. Bu gelişmelere paralel olarak Akdeniz ve Smailagic spinör tipi instanton çözümleri bulmak için, iki boyutlu saf fermiyonsal ve konformal simetriye sahip olan kütsüz Thirring Modeli [10] üzerinde bir labaratuvar model olarak çalışmalar yaptılar ve bu modelde konformal simetrinin kırılması ile fermiyon tipi instanton ve meron tipi çözümleri buldular [11]. Spinör tip instanton ve meron çözümlerini dört boyuta taşımak için yeni bir konformal invaryant spinör model Akdeniz-Smailagic [12] tarafından önerildi. Bu modelde konformal invaryantlığın sağlanması ve etkileşme terimi kuantizasyon için gerekli pertürbasyon tekniklerine uygun olabilmesi için ancak üçüncü mertebeden türevlerle sağlanabildiğinden, model matematik bir model olmaktan öteye gidemedi.

2.5- Gürsey Non-linear Konformal İnvaryant Spinör Denklemi ve Çözümleri

Konformal invaryant alan modelleri üzerine yapılan bu çalışmalar üzerine, Akdeniz [13] 1982 yılında yaptığı çalışma ile 1955 yılında Gürsey tarafından geliştirilmiş bir spinör alan dalga denklemini [14] parçacık fizikçilerinin dikkatine sundu. Heisenberg' in rüyasını [15] gerçekleştirmek için Gürsey tarafından önerilen bu denklem konformal simetriye haiz ilk non-linear spinör dalga denklemidir. Bu özelliklerinden dolayı, Gürsey non-linear spinör dalga denklemi (GSM), Dirac denklemine ve Heisenberg ve arkadaşlarının önerdiği denklemlere göre daha geniş dinamik bir simetriye sahiptir. Ayrıca fermiyonların dışındaki diğer spinli parçacık yapılaşmasına da açıktır. 1950' li yıllarda İstanbul Üniversitesinde çalışmakta olan ve Heisenberg' le bu konularda araştırmalar yapmış olan Kortel 1955 yılında GSM nin bir çözüm sınıfını buldu [16] . Kortel'in çözümleri eliptik fonksiyonların bir sınıfıydı ve Kortel bu çözümleri bulabilmek için, Heisenberg ansatzını (ön çözüm) kullanmıştı. Fakat bu çalışmada Kortel, 1950 yıllardaki teorik fizikteki beklentiler ve yönelmeler nedeni ile bulunduğu çözüm sınıfının simetri özelliklerini tartışmamıştır. Akdeniz [11] yaptığı çalışmada GSM de konformal simetrinin kırılması ile instanton ve meron tipi çözümlerini buldu. Ayrıca gene bu çalışmada Akdeniz, Kortel tarafından 1956 yılında GSM de bulunan çözüm sınıfının içinde İntanton ve Meron tipi çözümlerin mevcut olduğunu gösterdi. Bu çalışma sonrası GSM dört boyutlu ve birinci mertebeden türev içermesi nedeniyle de tekrar teorik fizik dünyasının gündemine geldi ve gerek denklem gerekse model olark üzerinde bir çok çalışma yapıldı. GSM nin diğer fiziksel çözümlerinin bulunmasında, modelin kuvantum özelliklerinin anlaşılmasında ve yeni versiyonların yapılması çalışmalarında da bir çok Türk fizikçisinin de imzası vardır [17,18,19,20,21,22,23]. Bu önemli çalışmaların çoğu Türkiye' de yapılmıştır ve bir çok tez çalışmasına konu olmuşlardır [24,25,26,27,28]. Ayrıca son yıllarda GSM' nin daha yüksek boyuttaki instanton ve meron çözümleri bulundu [29,30].

Diğer tarftan GSM' ine kütle teriminin eklenmesi ile bu denklemin, bağlantı sabitlerinin

belli değerleri için kuarklara gelebilecek soliton çözümlerinin bulunulmasına çalışıldı [C-19]. GSM' in genişletilmiş bir formunun soliton çözümleri [23,24,25,26,27] ile Wu-Yang tipi mono-polo çözümleri de bulundu [21,24].

GSM zerine son yıllarda yapılan çalışmalarda Türk teorik fizikçilerin sürekli olarak özgün katkıları olmuştur ve olmaktadır. Türk teorik fizikçilerinin bu konuda yaptıkları katkıların cumhuriyet sonrası Türk Bilim Tarihi açısından da çok anlamlı bir yeri vardır.

2.6-Soliton Dinamiğinde Kaotik zellikler

Kaos, deterministik bir dinamik sistemin, başlangıç koşullarına aşırı duyarlılık gösteren ve genlik,periyot gibi fiziksel parametrelerin zaman içindeki gelişimi kestirilmeyen sonlu ve rastgele davranışları olarak tanımlanır.Deterministik olmayan ve dış etkilerin rastgele olduğu sistemler ise stokastik sistemlerdir. Kaotik davranış, bir sistemde doğan periyodik olmayan, kestirilmeyen ve başlangıç şartlarına hassas bağımlılık gösteren davranıştır. Kaos teorisine gore, varlıkların ve yasaların basit, tahmin edilebilir bir kümesi; karmaşık ve kestirilmeyen bir sonuca sahip olabilir. Çok küçük değişimlerin daha büyük değişimlere yol aması kaosun önemli bir özelliğidir. Bunu rnekleri; hava durumu, borsa, damlayn bir musluk ya da bazen de insane kalbinin atışı olmak üzere kaos birçok yerde karşımıza çıkar.

Kaosun gerisindeki mekanizmaların anlaşılması, yalnızca suda yüzen bir yaprağın davranışı, düzensiz kalp atışları ve damlayan bir muslukta değil; evrenin küçük ve büyük lkte pek çok görünümünü anlamamıza da yardımcı olacaktır. Bu özelliği nedeniyle kaos teorisi bütün bilim dallarında yerini almıştır. Kaosun güzel örneklerini matematikte bulmak mümkündür. Görünüşte çok basit problemlerin çözümü son derece karmaşık davranışlar ortaya koymaktadır. Basit olmasına rağmen lineer olmayan bu tür problemlerin çözümü ancak bilgisayarların devreye girmesiyle kolaylaşmıştır. Bu nedenle kaos, bilgisayar çağının bilimi olarak adlandırılabilir.

Kaos teorisi; açık genel çözümleri olmayan, non-lineer problemlere değinmemize izin veren matematik, nümerik ve geometrik teknik topluluğudur. Tüm non-lineer problemler kaotik değildir ama tüm kaotik problemler non-lineerdir (en azından şimdi için). Non-lineer terimin ihmal edilmediği (lineerleştirme yapılmadığı) yerde başlangıç şartlarına hassastır denir. Gerçek problemlerde lineerleştirme yapılmaz. Karmaşıklık hakkında, fraktal (kesirli) geometri; non-lineer dinamik hakkında da; Lypanov katsayıları (tezde değinilmemiştir), non-lineer integre-diferansiyel denklemler ve tuhaf çekiciler heyecan verici görüşler sunarlar. Kaos, düzenli olmaya oldukça meyilli düzensizliktir. Kaos, dinamik sistemde öngörülemeyen veya rasgele görüşlerin varlığına işaret eder. Lineer sistem kaotik salınımlar göstermez; kaotik sistem non-lineer eleman yada özelliklere sahip olmalıdır. Non-lineer problemlerin tam çözümü yoktur ve rasgelelik içerir [31].

Deterministik kaos teorisi, determinizm ve olasılığın paradoksal birlikteliğinin teorisidir. Determinist kaos, keyfi rasgelelik değildir; düzen içerir; stokastik çıkış olan rasgeleliğin integral varlığı anlamına gelir. Stokastik süreçte sistemin parametreleri determinist olarak değil, probabilistik olarak zamanla gelişir. Bu da tahminde belirsizliğe yol açar. Buna göre her model olasılık dağıtımları ve diğer çeşitli istatistiksel faktörler içermelidir. Kaos teorisi determinist ile stokastiğin ortasıdır. Kaotik olmayan sistemler düşük seviye uyarımına duyarlı değildir.

Tamamen determinist ve tamamen rasgele bir sürecin aynı yerde bulunduğu sistem kompleks (karmaşık) sistemdir. Diğer tanımı dalgalanan yada salınımı olan sistemdir. Karmaşık dinamik sistemlerin farklı frekanslarla çeşitli salınımları vardır. Serbestlik derecesi daha fazla olan, fazla bileşene sahip sistemin daha karmaşık olması beklenir. Karmaşık sistemlerin ilginç yanı çok küçük ve büyüklerin bir arada olmasıdır. Karmaşıklık genellikle non-lineerlik içerir. Non-lineerlik: küçük etkilerin, sonuçta büyük değişikliklere; büyük sonuçların da küçük etkilere yol açmasıdır. Bir olay düzenli olarak aynı anda nasıl fizik ve olasılık yasalarına uyabilir, determinist olaylarda rasgele bileşenler nasıl olabilir? soruları yanıtları aranan sorulardır [31].

Karmaşıklığın büyük bir nedeni belirsizliktir. Bu iddia daha karmaşık bir sistemin tanımı daha detaylı olmalıdır varsayımına dayanır. Daha fazla değişken içerdiği anlamına gelir ve hepsinin birden bilinemeyebileceği anlamına gelir; bu yüzden bilgi eksiktir ve belirsizlik vardır. Karmaşıklık sistemin iç özelliği değildir. Karmaşık sistemler dengede değildir. İletişim, tıp ve teknolojiye kullanılan lazerler, koherent ışığı dengeden uzak oldukları zaman çıkarırlar. Bu durumda sistemler senkrondur (eşzamanlı) ve işbirliği içersindedir. Karmaşık problemler değişmez bir şekilde non-lineerlik içerir: non-lineer olaylar düzenli yada düzensiz olabilirler. Basit denklemler çok karışık dinamik sergileyebilir. Basit şeyler çok sarılmış helisel görünebiliyorsa, gerçek durumların neden bu kadar karmaşık olduğunu anlamak mümkündür. Karmaşıklık kendini şu şekilde ifade etmektedir:

- 1) Karmaşıklık doğal ve insan yapımı sistemlerde ve sosyal yapılarda olabilir.
- 2) Karmaşık dinamik sistemler çok büyük, çok küçük yada her ikisi olabilir.
- 3) Fiziksel şekli düzenli veya düzensiz olabilir.
- 4) Enerji korunumlu veya dağıtıcı sistemlerde olabilir.
- 5) Sistem, ne tamamen deterministtir nede tamamen sıradandır. (İkisi de aynı anda olabilir).
- 6) Sistemde olan olayların sebep ve etkileri orantılı değildir
- 7) Bu sistemlerin farklı kısımları zincirlenmişler ve birbirini synerjik şekilde etkilerler.
- 8) Pozitif veya negatif geri itilim vardır.
- 9) Karmaşıklık düzeyi; sistemin karakterine, çevresine ve aralarındaki doğal etkileşmeye bağlıdır.
- 10) Karmaşık sistemler açıktır yani; çevresindekilerle madde, enerji ve bilgi alışverişi yaparlar.
- 11) Tersinmez (tersine çevrilmez) süreçler olmaya meyillidir.
- 12) Dengede değil dinamiktir. Hedefe değil, seyahate benzerler ve hareket eden hedefi izleyebilirler.
- 13) Çoğu karmaşık sistemler iyi hareketli değildir ve sık sık ani değişiklikler

geçirirler bu da fonksiyonel ilişkilerin onların farklarının alınmadığını gösterir.

14) Paradokslar, hızlı ve yavaş olaylar, düzenli ve düzensiz formlar, organik ve inorganik yapılar mevcuttur [31].

Bütün karmaşık sistemler kaotik değildir. Karmaşık sistemin dinamiği değişebilir. Dinamik kararlılık durumuna göre: sabit, geçici yada kaotik olabilir. Non-lineer, dengesiz, determinist, dinamik olan, rasgelelik içeren (başlangıç koşullarına duyarlı), garip çekicilere ve pozitif Lypanov katsayılarına (tezde değinilmemiştir) sahip sisteme kaotiktir denir. Determinist süreçler için sebep ve etki ilişkisi yoktur. Başlangıç şartlarına duyarlı olması, denklemlerin karasız olmasına (sabit olmama) sebep olur. Bu karasızlık belirsizliğe neden olur. Determinist denklemler, öngörülemeyen sonuçlara neden olur. Kaos teorisi uzun süreli tahminler yapamaz; ama kısa süre için belirli şartlar altında, çekici birkaç boyuta sahipken görüş sağlanmasına neden olur. Kaotik hareket için en belirgin işaret periyot çiftleşmesidir [32]. Bir sistemin kaotik olması için;

- Sistem non-lineer, zaman serileri düzensiz olmalı, rasgele bileşenleri olmalı,
- Sistemin davranışı başlangıç şartlarına duyarlı olmalı,
- Sistemin garip çekicisi olmalı (kaosun güçlü işareti); genelde bu fraktal boyuta sahip olacağı anlamına gelir.
- Lypanov katsayıları pozitif olmalıdır
- Dağıtıcı sistemlerde Kolmogrov entropisi pozitif olmalı

Kaos kuramının kurucularından olan Mandelbrot, geometride kullandığımız düzenli biçimlerin gerçek dünya ile çelişmesini vurgulayarak 1960' larda kaos manzarasının geometrisini keşfetmiştir. Bu geometrinin temel objeleri “ fraktal” lardır. Bunlar bir çizgiden daha belirsizdirler ama asla bir düzlemi doldurmazlar. Fraktallar daha küçük ölçülerde tekrar etmeye devam eden motifler sergilerler. Doğadaki şekiller, öklid geometrisinden daha çok fraktallara yakındır. Bulutlar, kar taneleri, kıyı şeritleri, borsadaki dalgalanmalar ve ağaçların dalları ve yaprakları fraktal benzeri bir niteliğe

sahiptir.

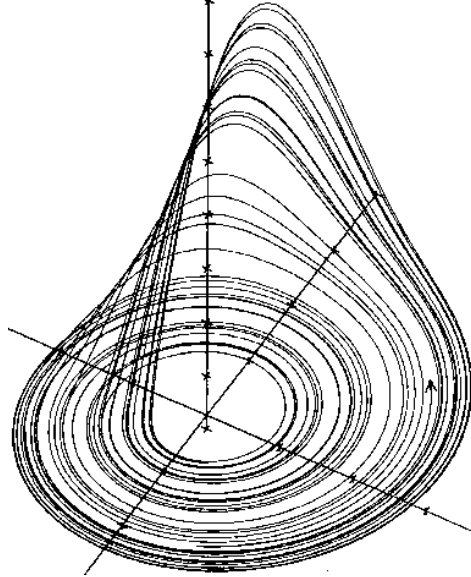
Kaos teorisinden çıkmış bir başka önemli kavram da “ çekici öge” dir. Doğrusal olmayan pek çok sistem belli bir davranışı tekrarlamak zorundaymış gibi hareket eder. Bu bir çekim kuvveti ya da sistemde amaca yönelik var olma değildir, sadece sistemdeki hareket kuralları temelinde sistemin nereye yöneldiğini belirtir. Üç tür çekici ögeden bahsedilebilir:

- 1) Nokta Çekiciler
- 2) Periyodik Çekiciler
- 3) Tuhaf Çekiciler

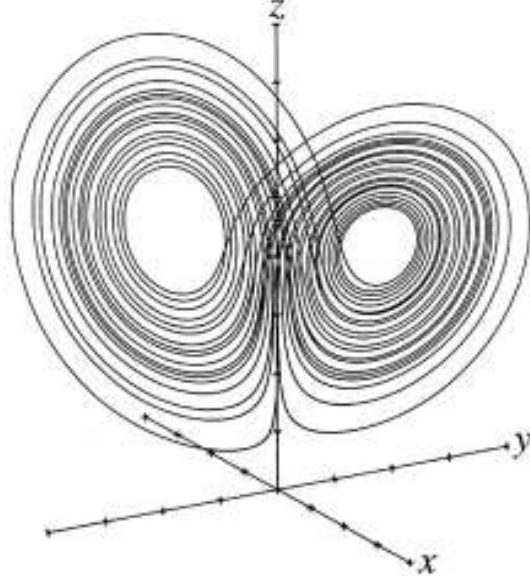
1980'lere kadar bilim adamları, doğal sistemlerin iki tür çekicisi olduğunu düşünmüştür. Nokta çekiciler; bir süre sonra hareketsiz hale gelen, bir noktaya yakınsayan sistemler, periyodik çekiciler ise; durmaksızın aynı yörüngeyi tekrarlayan sistemlerdir. Bu bilgiler ışığında hakim düşünce; “ bir sistem ya akar ve bir neticeye ulaşır ya da durmaksızın dalgalanır” şeklindedir. Havanın sürtünmesiyle karşı karşıya olan basit sarkaç nokta çekicilere örnek olarak verilebilir. Periyodik çekicilere ise örnek olarak, bir ormandaki yılanlar ile fareler arasındaki idealleştirilmiş avcı-av sistemi verilebilir. Eğer çok fazla yılan olursa, tavşan nüfusu azalır ve yılanlar yiyecek kaynaklarını yitirir. Ancak, yılanlar açlıktan ölmeye başladığında, fareler kendilerini rahatsız edecek avcılarının sayısı azaldığından, nüfus olarak tekrar canlanır. Bu şekilde iki hayvan türü birbirleriyle bağlantılıdır, bir çevrime kilitlenmiştir.

1980' lerde Fransız matematikçisi David Ruelle, tuhaf çekicileri keşfetmiştir. Bu tür çekiciler, kesinlikle kestirilemez olan, kaotik davranış sergileyen çekici ögelerdir. Düzensiz görünmeye meyilli olan tuhaf çekiciler periyodik olmayan dağıtıcı dinamik sistemler için çok önemlidir. Tarif edilmeleri güç olduğundan ancak ekranda görülmeleri gerekir. Kendilerine özgü şekilleri olduğundan bilinen metrikler ve ölçümlerle ifade edilemezler. Karmaşık geometrik özelliklere ve tamsayı olmayan fraktal boyuta sahiptirler. Tuhaf çekicilerde sistemin, kendisini nerede bulacağının

bilinmesi mümkün değildir. Tam olarak nerede olacağı bilinmese de, bilinen; sistemin, tuhaf çekici üzerinde olacağıdır. Bunun nedeni, kaotik çekici dinamiğinin, kendisini hiçbir zaman tekrar etmemesidir. Tuhaf çekicilerin yörüngesi kendi üstüne kapanmaz, ayrı olarak bulunur ve başlangıç durumuna duyarlıdırlar. Bu kaos ve tuhaf çekicilerin karakteristiğidir ama bu çekicilerin kaotik olma zorunluluğu yoktur. Tuhaf , çekicinin geometrisine; kaotik ise dinamiğine işaret eder. Kaotik çekiciler aynı zamanda tuhaf olabilirler [31]. Bunlara örnek olarak Rössler çekicisi ve Lorentz çekicisi verilebilir.



(a)



(b)

Şekil 1.3: Garip çekiciler

(a) Rössler çekicisi. (b) Lorenz çekicisi

Şekil 2.1 (a) Rössler çekicisinin ifade ettiği sistem tek noktaya çekiliyor; tek denge noktasına sahip. (b) Lorenz çekicisi iki noktaya çekilen; iki denge noktasına sahip sistemin dinamiğine işaret ediyor. Lorenz denklemleri, hava tahminlerinde kullanılıyordu. Başlangıç şartlarına olan duyarlılık nedeniyle, uzun süreli tahminlerin yapılamayacağı anlaşıldı.

Kaos, sistemde yakında vuku bulacak bir durumun uyarıcısı olarak yararlı olmakta, bazen de probleme yol açmaktadır. Düzen kaosa bozunabileceği gibi, kaos ta düzene bozulabilir. Deneysel olarak laboratuarda kaosu kontrolü başarıldı. Kaos varlığında sistem, kontrol edilip istenen duruma getirebilir, kontrol sağlanması sabit değildir eğilebilir mevcuttur. Kaos kontrolünde teorik ve deneysel araştırmalar kaosu bir işaretleyici olarak kullanmayı önerir [31].

Tezi şu şekilde planladık. Genel bir girişten sonra Materyal ve Metod bölümünde; dört boyutlu konformal koordinat dönüşümünün özelliklerini anlattık. 1956 yılında Gürsey

tarafından önerilen konform invaryant 4- boyutlu spinör alan modelini inceledik. GSM' ye uygulanacak uygun bir konform açılımla GSM' nin kaplayabileceği en geniş modeli bu bölümde ele aldık. GSM' nin eliptik fonksiyonlar formundaki bir soliton çözüm sınıfını bulmak için Kortel tarafından kullanılan Heisenberg ön çözümünü kullanarak, evrime kapalı olmayan, hem uzay ve hem zaman içersinde genişleyen solitonlar olan instanton çözümlerinin bulunuşunu yine bu bölümde verdik. Bulgular bölümünde ise Heisenberg ansatzlı GSM' nin nümerik instanton çözümleri ve faz diyagramlarını vererek, bunların yorumlarını Tartışma ve Sonuç bölümünde ele aldık.

III. MALZEME VE YÖNTEM

3.1- Konformal Dönüşüm Grubu

Gürsey 1956 yılında önerdiği bu modelle [13] spinör alan teorilerinde konformal invaryanslığı deneyen ilk fizikçi olmuştur. Uzay ve zaman simetrilerinden daha geniş simetrilere olan ihtiyaç yapılan yüksek enerjili deneylerde ortaya çıkan reaksiyonların yeni korunumlar göstermesinden kaynaklanmaktadır. Bu simetriler, dinamik yapıyla birlikte; parçacığın kendine özgü, korunan büyüklükleri de keşfedilince ortaya çıkmaktadır bunlar: izospin, renk yükleri, çeşniler (acayıplık, cazibe, kuvantum sayıları..) gibi korunumlardır. Her korunumun bir simetri özelliğine karşılık geldiği bilinmektedir. Konformal simetri, bu simetrilerin geometrik özelliklerini kapsayan geniş simetrilere biridir.

Dört boyutlu konformal dönüşüm grubu;

Öteleme	$: x_{\mu} \rightarrow x'_{\mu} = x_{\mu} + a_{\mu}$	(Jeneratörü P_{μ})
Dönme (uzay-zaman)	$: x_{\mu} \rightarrow x'_{\mu} = \Omega'_{\mu} x_{\nu}$	(Jeneratörü $M_{\mu\nu}$)

Dilatasyon (eşel invaryant) : $x_\mu \rightarrow x'_\mu = \rho x_\mu$ (Jeneratörü D_μ)

ve $x_\mu \rightarrow x'_\mu = \frac{x_\mu + x^2 c_\mu}{1 + 2\vec{x} \cdot \vec{c} + c^2}$ (Jeneratörü K_μ)

dür. Son dönüşüm, sırasıyla; ters çevirme, öteleme ve tekrar ters çevirme koordinat dönüşümlerinin arka arkaya tekrarlanmasından meydana gelmiştir. Bunlar özel konformal koordinat dönüşümleridir.

Konform invaryant spinör alan teorilerinde klasik çözümler (instanton ve meron) konformal simetrinin kendiliğinden kırılması ile bulunur. Vakum beklenen değerinin

$$\langle 0 | \bar{\Psi} \Psi | 0 \rangle \neq 0$$

sıfırdan farklı seçilmesi ile konformal simetri, spinör alanlar için kendiliğinden kırılmış olur.

Kendiliğinden simetri kırılması, dejenere vakum sistemlerinde Lagrangiyende, vakum değerlerinden biriyle çalışma zorunluluğu olması ve vakumun Lagrangiyenin simetrisini paylaşmamasından dolayı dışardan hiçbir vasıta olmadan gerçekleşir. Örneğin gravite üç boyutlu simetriyi aşağı ve yukarıyı, sağ ve soldan çok farklı yaparak kırar yada ince plastik bir cetvel aynı anda kenarlarından sıkılırsa eğri bir görünüş alır. Cetvel hem sağa hem de sola eğilebilir ikisi de sistemin temel seviyeleridir her biri sağ sol simetriyi kırar. Kendiliğinden olan bu simetri kırılması, sadece iki temel seviyeyle olan simetridir. Sürekli simetriler daha ilginçtir: Cetveli, plastik bir örgü şişi ile değiştirelim. Örgü şişi sadece sağa veya sola değil her yöne bükülür. Sürekli simetri durumunda kütsüz skaler (0-spin) parçacıkların belirmesi dikkate değerdir. Bu Goldstone bozonları, mümkün iki vakum değerini birbirine bağlayan 0-enerji uyarımlarıdır.

3.2- Gürsey Non-Linear Spinör Alan Modeli (GSM)

1956 yılında Gürsey tarafından önerilen konform invaryant 4- boyutlu spinör alan modelinin Lagrange fonksiyonu

$$L = \frac{i}{2} \bar{\Psi} \overleftrightarrow{\partial} \Psi + g(\bar{\Psi} \Psi)^{4/3} \quad (3.1)$$

şeklindedir [13]. (2.1) Lagrange fonksiyonu, g boyutsuz bir parametre olmak üzere, Akdeniz ve Smailagiç tarafından önerilen modelin aksine yüksek mertebeden türevlere gerek kalmaksızın 1+3 boyutta ifade edilmiştir. Thirring modelindeki $1/2$ spinor alan ölçeği ise ; Gürsey modelinde fiziksel karşılığı olabilecek $3/2$ ölçeğindedir.

(2.1) Lagrange fonksiyonundan elde edilen hareket denklemi

$$i\gamma\partial\Psi = -\frac{4}{3}g(\bar{\Psi}\Psi)^{1/3}\Psi \quad (3.2)$$

dir. Bu nonlinear hareket denkleminin spinör tipi instanton ve meron çözümleri 1982 yılında konformal simetrinin

$$\langle 0 | \bar{\Psi}\Psi | 0 \rangle = S(x^2)$$

ile kırılması Akdeniz tarafından bulunmuştur[12]. Ayrıca instantonların enerjilerinin sıfır olmasından hareketle, [12] de bulunan instanton çözümlerine benzer instanton tipi çözümler aynı yıl Barut ve Bo-Weeix tarafından bulunmuştur.

Kaynak [12] de verilen, (2.2) GSD ‘ nin instanton tipi çözümleri;

$$(\bar{C}C)^{1/3} = 3a/g \text{ olmak üzere}$$

$$\Psi = \frac{a \pm i\gamma\bar{x}}{(a^2 + x^2)^3} C \quad (3.3)$$

dir.

Meron çözümleri ise;

$$(2\bar{C}C)^{1/3} = \frac{9}{8} \frac{1}{g} \quad (3.4)$$

olmak üzere

$$\Psi = \frac{1}{(x^2)^{3/4}} \left(1 \pm i \frac{\overline{\gamma \cdot x}}{(x^2)^{1/2}} \right) \quad (3.5)$$

dir. Ayrıca GSD'nin eliptik bir çözümü sınıfı 1956 yılında Kortel tarafından bulunmuştur. Kortel çözüm sınıfının instanton ve meron çözümlerini de içerdiği gösterilmiş ve bu çözümlerin konformal simetri özellikleri de incelenmiştir[12].

Ayrıca GSM ni kuvantalaştırmak ve yörünge integrali formalizmini uygulamak için gerekli açılımlara engel olan $(\bar{\Psi} \Psi)^{4/3}$ etkileşme terimindeki 4/3 kuvvetinden

$$L = \bar{\Psi} i \partial \Psi + g' \bar{\Psi} \Psi \Phi - 1/4 \Phi^4 \quad (3.6)$$

Şeklindeki bir polinomlaştırma ile kurtulabileceği gösterilmiştir[16].

Fakat bu işlem , Ψ spinör alını ile ; modeli polinomlaştırmak için modele dışarıdan katılan Φ skaler alanı arasında

$$g' \bar{\Psi} \Psi - \Phi^3 = 0 \quad (3.7)$$

bağıntısı karşılığında olmaktadır. (2.6) de

$$\Phi = (g')^{1/3} (\bar{\Psi} \Psi)^{1/3} \quad (3.8)$$

yerine koyarsak

$$L = \bar{\Psi} i \partial \Psi + 3/4 (g')^{4/3} (\bar{\Psi} \Psi)^{4/3} \quad (3.9)$$

Elde edilir. Bu da yeni g' bağlantı sabiti ile GSM' deki g bağlantı sabiti arasında

$$g' = \left(\frac{4g}{3} \right)^{3/4} \quad (3.10)$$

bağlantısının mevcut olduğunu göstermektedir.

3.3- GSM de Yeni Bir Çözüm Sınıfı

GSD nin

$$(i\gamma\partial\psi) = -\frac{4}{3} g(\bar{\psi}\psi)^{1/3} \psi \quad (3.11)$$

olduğunu görmüştük. 1956 yılında Kortel tarafından da kullanılan Heisenberg önçözümü; a bir keyfi spinör sabiti, $\chi(s)$ ve $\varphi(s)$ reel fonksiyonlar ve

$$s = -x_\mu^2 = t^2 - r^2 \quad (c = 1)$$

olmak üzere.

$$\psi = [x_\mu \gamma_\mu \chi(s) + \varphi(s)] a \quad (3.12)$$

dır. (2.12) Heisenberg ön-çözümünü ve bu çözüm için

$$i\gamma_\mu \partial_\mu \psi = i\gamma_\mu \partial_\mu [x_\mu \gamma_\mu \chi(s) + \varphi(s)]a \quad (3.13)$$

Dirac matrisli türev operatörü ifadesini (Dirac matrisleri ve bu operatörün yapısı Ek.1 de açık olarak verilmiştir.) hesaplayıp (2.11) denkleminde yerlerine koyarsak, $\chi(s)$ ve $\varphi(s)$ fonksiyonları için aşağıdaki lineer olmayan (non-linear) diferansiyel denklem sistemini buluruz.

$$2s\chi' + 4\chi + \alpha\varphi(s\chi^2 + \varphi^2)^{1/3} = 0 \quad (3.14)$$

$$-2\varphi' + \alpha\chi(s\chi^2 + \varphi^2)^{1/3} = 0 \quad (3.15)$$

Burada

$$\chi' = d\chi/ds \text{ ve } \varphi' = d\varphi/ds,$$

$$\alpha = -ig(\bar{a}a)^{1/3}$$

dir. Ayrıca

$$\chi = A|s|^{-\sigma} f(z), \quad \varphi = B|s|^{-\tau} g(z), \quad z = \ln|s|,$$

$$\sigma = \tau + 1/2, \quad \tau = 3/4, \quad B = A \operatorname{sgn} \alpha, \quad A = |\alpha|^{-3/2} \quad (3.16)$$

ifadelerini tanımlayıp, bu ifadeleri (2.14) ve (2.15) denklemlerinde yerine koyarsak, f ve g boyutsuz fonksiyonlara bağlı olarak $s > 0$ için;

$$2f' + 3/2 f + g(f^2 + g^2)^{1/3} = 0$$

$$-2g' + 3/2 g + f(f^2 + g^2)^{1/3} = 0 \quad (3.17)$$

ve $s < 0$ için;

$$-2f' + 3/2 f + g(g^2 - f^2)^{1/3} = 0$$

$$-2g' + 3/2 g + f(g^2 - f^2)^{1/3} = 0 \quad (3.18)$$

denklemlerini elde ederiz. Burada $f' = df/dz$ ve $g' = dg/dz$ dir.

Elde ettiğimiz non – lineer diferansiyel denklemlerini çözmek için pertürbasyon yöntemini kullanacağız. f ve g çözüm fonksiyonlarını

$$f = F_0 + \varepsilon F_1 + \varepsilon^2 F_2 + \dots \quad (3.19)$$

$$g = G_0 + \varepsilon G_1 + \varepsilon^2 G_2 + \dots \quad (3.20)$$

ε çok küçük olmak üzere, şeklinde kuvvet serisine açarsak,

$$\begin{aligned} f' &= \varepsilon F_1' & f'' &= \varepsilon F_1'' & f''' &= \varepsilon F_1''' \\ g' &= \varepsilon G_1' & g'' &= \varepsilon G_1'' & g''' &= \varepsilon G_1''' \end{aligned} \quad (3.21)$$

olduklarından, ayrıca $\varepsilon^2 \approx 0$ olduğundan

$$f^2 + g^2 = F_0^2 + G_0^2 + 2(F_0 F_1 + G_0 G_1)\varepsilon$$

$$(f^2 + g^2)^{1/3} = (F_0^2 + G_0^2)^{1/3} + \frac{2}{3} \frac{\varepsilon(F_0 F_1 + G_0 G_1)}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}} \quad (3.22)$$

$$f(f^2 + g^2)^{1/3} = F_0(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} + [(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} F_1 + \frac{2}{3} \frac{F_0(F_0 F_1 + G_0 G_1)}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}}] \varepsilon \quad (3.23)$$

$$g(f^2 + g^2)^{1/3} = G_0(G_0^2 + G_0^2)^{1/3} + [(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} G_1 + \frac{2}{3} \frac{G_0(F_0 F_1 + G_0 G_1)}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}}] \varepsilon \quad (3.24)$$

(3.19), (3.20), (3.21), (3.22), (3.23), (3.24) ifadelerini (3.17) denkleminde yerine koyarsak

$$2\varepsilon F_1' + \frac{3}{2}(F_0 + \varepsilon F_1) + G_0(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} + [(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} G_1 + \frac{2}{3} \frac{G_0(F_0 F_1 + G_0 G_1)}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}}] \varepsilon \quad (3.25)$$

$$- 2\varepsilon G_1' + \frac{3}{2}(G_0 + \varepsilon G_1) + F_0(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} + [(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} F_1 + \frac{2}{3} \frac{F_0(F_0 F_1 + G_0 G_1)}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}}] \varepsilon$$

$$= 0 \quad (3.26)$$

denklemlerini elde ederiz.

$$\frac{3}{2} F_0 + G_0(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} = 0 \quad (3.27)$$

$$\frac{3}{2}G_0 + F_0(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} = 0 \quad (3.28)$$

(3.27) ve (3.28) eşitliklerinden

$$G_0 = F_0, F_0^{2/3} = \frac{-3}{2^{4/3}}$$

bulunur. (3.27) ve (3.28) eşitliklerini ayrıca (3.26) ve (3.25) denklemlerinde kullanırsak ve ε ları düşürürsek,

$$2F_1' + \frac{3}{2}F_1 + (F_0^2 + G_0^2)^{1/3}G_1 + \frac{2}{3} \frac{G_0(F_0F_1 + G_0G_1)}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}} = 0 \quad (3.29)$$

$$-2G_1' + \frac{3}{2}G_1 + (F_0^2 + G_0^2)^{1/3}F_1 + \frac{2}{3} \frac{F_0(F_0F_1 + G_0G_1)}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}} = 0 \quad (3.30)$$

denklemlerini buluruz. Bu denklemleri düzenlersek,

$$2F_1' + \left[\frac{3}{2} + \frac{2}{3} \frac{G_0F_0}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}} \right] F_1 + \left[(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} + \frac{2}{3} \frac{G_0^2}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}} \right] G_1 = 0 \quad (3.31)$$

$$-2G_1' + \left[\frac{3}{2} + \frac{2}{3} \frac{G_0F_0}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}} \right] G_1 + \left[(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} + \frac{2}{3} \frac{F_0^2}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}} \right] F_1 = 0 \quad (3.32)$$

denklemler sistemini elde ederiz.

$$\alpha_1 = \left[\frac{3}{2} + \frac{2}{3} \frac{G_0 F_0}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}} \right] = 1$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{3}{2} + \frac{2}{3} \frac{G_0 F_0}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}} \right] = 1$$

$$\beta_1 = \left[(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} + \frac{2}{3} \frac{G_0^2}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}} \right] = -2$$

$$\beta_2 = \left[(F_0^2 + G_0^2)^{1/3} + \frac{2}{3} \frac{F_0^2}{(F_0^2 + G_0^2)^{2/3}} \right] = -2$$

alırsak

$$2F_1' + \alpha_1 F_1 + \beta_1 G_1 = 0 \quad (3.33)$$

$$-2G_1' + \beta_2 F_1 + \alpha_1 G_1 = 0 \quad (3.34)$$

lineer diferansiyel denklemler sistemlerini elde ederiz. (3.34) denkleminde F_1 i çekip (3.33) denkleminde yerine koyarsak,

$$4G_1'' + 2(\alpha_1 - \alpha_2)G_1' + (\beta_1\beta_2 - \alpha_1\alpha_2)G_1 = 0 \quad (3.35)$$

lineer denkleme ulaşırız. Bu denklemin karakteristik denklemini;

$$4r^2 + 3 = 0$$

dir. Lineer diferansiyel denklemin çözümü

$$G_1 = C \sin((3/4)^{1/2} z + \phi)$$

dir. Buna bağlı olarak

$$F_1 = C \cos((3/4)^{1/2} z + \phi) - C/2 \sin((3/4)^{1/2} z + \phi)$$

dir. Bu çözümlerden Heisenberg ön-çözümünün dinamik yapılaşmasının ilk parçası

$$g = G_0 + \varepsilon G_1 = G_0 + C \varepsilon \sin((3/4)^{1/2} z + \phi)$$

olduğundan

$$\varphi = B|s|^{-\tau} g(z) = B|s|^{-\tau} [G_0 + C \varepsilon \sin((3/4)^{1/2} z + \phi)]$$

$$\varphi = B(e^z)^{-3/4} [G_0 + C \varepsilon \sin((3/4)^{1/2} z + \phi)]$$

$$\varphi = K_1 (e^z)^{-3/4} + K_2 (e^z)^{-3/4} \sin((3/4)^{1/2} z + \phi) \quad (3.36)$$

bulunur. Ayrıca

$$f = F_0 + \varepsilon F_1 = F_0 + C \varepsilon \cos((3/4)^{1/2} z + \phi) - C \varepsilon / 2 \sin((3/4)^{1/2} z + \phi)$$

olduğundan, Heisenberg ön-çözümünü tamamlayan

$$\chi = A|s|^{-\sigma} f(z) = A e^{-5z/4} \left[F_0 + C \varepsilon \cos((3/4)^{1/2} z + \phi) - C \varepsilon / 2 \sin((3/4)^{1/2} z + \phi) \right]$$

$$\chi = K_3 e^{-5z/4} + K_4 e^{-5z/4} \cos((3/4)^{1/2} z + \phi) - \frac{K_4}{2} e^{-5z/4} \sin((3/4)^{1/2} z + \phi)]$$

(3.37)

bulunur.

Benzer şekilde (3.18) de $s < 0$ için elde ettiğimiz non-lineer diferansiyel denklemlerini çözmek için de pertürbasyon yöntemini tekrarlırsak;

$$f = F_0 + \varepsilon F_1 + \varepsilon^2 F_2 + \dots \quad (3.38)$$

$$g = G_0 + \varepsilon G_1 + \varepsilon^2 G_2 + \dots \quad (3.39)$$

$$f' = \varepsilon F_1' \quad f'' = \varepsilon F_1'' \quad f''' = \varepsilon F_1'''$$

$$g' = \varepsilon G_1' \quad g'' = \varepsilon G_1'' \quad g''' = \varepsilon G_1''' \quad (3.40)$$

olmak üzere;

$$g^2 - f^2 = G_0^2 - F_0^2 + 2(G_0 G_1 - F_0 F_1) \varepsilon$$

$$(g^2 - f^2)^{1/3} = (G_0^2 - F_0^2)^{1/3} + \frac{2}{3} \frac{\varepsilon(G_0 G_1 - F_0 F_1)}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}} \quad (3.41)$$

$$f(g^2 - f^2)^{1/3} = F_0(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} + [(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} F_1 + \frac{2}{3} \frac{F_0(G_0 G_1 - F_0 F_1)}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}}] \varepsilon \quad (3.42)$$

$$g(g^2 - f^2)^{1/3} = G_0(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} + [(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} G_1 + \frac{2}{3} \frac{G_0(G_0 G_1 - F_0 F_1)}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}}] \varepsilon \quad (3.43)$$

(3.38), (3.39), (3.40), (3.41), (3.42), (3.43) ifadelerini (3.18) denkleminde yerine koyarsak

$$\begin{aligned} & -2\varepsilon F_1' + \frac{13}{2}(F_0 + \varepsilon F_1) + G_0(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} + [(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} G_1 + \frac{2}{3} \frac{G_0(G_0 G_1 - F_0 F_1)}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}}] \varepsilon \\ & = 0 \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} & -2\varepsilon G_1' + \frac{3}{2}(G_0 + \varepsilon G_1) + F_0(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} + [(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} F_1 + \frac{2}{3} \frac{F_0(G_0 G_1 - F_0 F_1)}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}}] \varepsilon \\ & = 0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

denklem sistemini elde ederiz.

$$\frac{13}{2}F_0 + G_0(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} = 0 \quad (3.46)$$

$$\frac{3}{2}GF_0 + F_0(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} = 0 \quad (3.47)$$

(3.46) (3.47) eşitliklerinden

$$G_0 = \sqrt{\frac{13}{3}} F_0$$

bulunur.

$$-2F_1 + \left[\frac{13}{2} - \frac{2}{3} \frac{G_0 F_0}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}} \right] F_1 + \left[(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} + \frac{2}{3} \frac{G_0^2}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}} \right] G_1 = 0 \quad (3.48)$$

$$-2G_1 + \left[\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \frac{G_0 F_0}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}} \right] G_1 + \left[(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} + \frac{2}{3} \frac{F_0^2}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}} \right] F_1 = 0 \quad (3.49)$$

denklemlerini elde ederiz.

$$\alpha_1 = \left[\frac{13}{2} - \frac{2}{3} \frac{G_0 F_0}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}} \right] = \frac{39}{5}$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{3}{2} + \frac{2}{3} \frac{G_0 F_0}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}} \right] = \frac{1}{5}$$

$$\beta_1 = \left[(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} + \frac{2}{3} \frac{G_0^2}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}} \right] = -\frac{14}{15} \sqrt{39}$$

$$\beta_2 = \left[(G_0^2 - F_0^2)^{1/3} - \frac{2}{3} \frac{F_0^2}{(G_0^2 - F_0^2)^{2/3}} \right] = -\frac{2}{5} \sqrt{39}$$

dersek

$$-2F_1' + \alpha_1 F_1 + \beta_1 G_1 = 0 \quad (3.50)$$

$$-2G_1' + \alpha_2 G_1 + \beta_2 F_1 = 0 \quad (3.51)$$

lineer diferansiyel denklem sistemlerini elde ederiz. (3.51) denkleminde F_1 i çekip (3.50) denkleminde yerine koyarsak,

$$-4G_1'' + 2(\alpha_1 + \alpha_2)G_1' + (\beta_1\beta_2 - \alpha_1\alpha_2)G_1 = 0 \quad (3.52)$$

lineer denkleme ulaşırız. Bu denklemin karakteristik denklemi;

$$-4r^2 + 16r + 13 = 0$$

dır.

Lineer diferansiyel denklemin çözümü

$$G_1 = C \exp\left(\left(\frac{\sqrt{39}}{2} - 2\right)z\right) + D \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{39}}{2} + 2\right)z\right)$$

dir. Buna bağlı olarak,

$$F_1 = \frac{-36 + 9\sqrt{39}}{4\sqrt{39}} C \exp\left(\left(\frac{\sqrt{39}}{2} - 2\right)z\right) - \frac{36 + 9\sqrt{39}}{4\sqrt{39}} D \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{39}}{2} + 2\right)z\right)$$

dir.

$$g = G_0 + \varepsilon G_1 = G_0 + \varepsilon \left[C \exp\left(\left(\frac{\sqrt{39}}{2} - 2\right)z\right) + D \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{39}}{2} + 2\right)z\right) \right]$$

$$\varphi = B|s|^{-\tau} g(z) = B e^{-z^{3/4}} \left\{ G_0 + \varepsilon \left[C \exp\left(\left(\frac{\sqrt{39}}{2} - 2\right)z\right) + D \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{39}}{2} + 2\right)z\right) \right] \right\}$$

$$\varphi = K_1 e^{-z^{3/4}} + K_2 \exp\left(\left(\frac{2\sqrt{39} - 11}{4}\right)z\right) + K_3 \exp\left(-\left(\frac{2\sqrt{39} + 11}{2}\right)z\right)\}$$

$$f = F_0 + \varepsilon F_1 = F_0 \varepsilon \left[\frac{-36 + 9\sqrt{39}}{4\sqrt{39}} C \exp\left(\left(\frac{\sqrt{39}}{2} - 2\right)z\right) - \frac{36 + 9\sqrt{39}}{4\sqrt{39}} D \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{39}}{2} + 2\right)z\right) \right]$$

$$\chi = A|s|^{-\sigma} f(z) = A e^{-5z/4} \left\{ F_0 + \varepsilon \left[\frac{-36 + 9\sqrt{39}}{4\sqrt{39}} C \exp\left(\left(\frac{\sqrt{39}}{2} - 2\right)z\right) \right. \right.$$

$$\left. - \frac{36 + 9\sqrt{39}}{4\sqrt{39}} D \cdot \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{39}}{2} + 2\right)z\right) \right] \}$$

$$\chi = K_4 e^{-5z/4} + K_5 \exp\left(\left(\frac{2\sqrt{39} - 13}{4}\right)z\right) + K_6 \exp\left(-\left(\frac{2\sqrt{39} + 13}{4}\right)z\right)$$

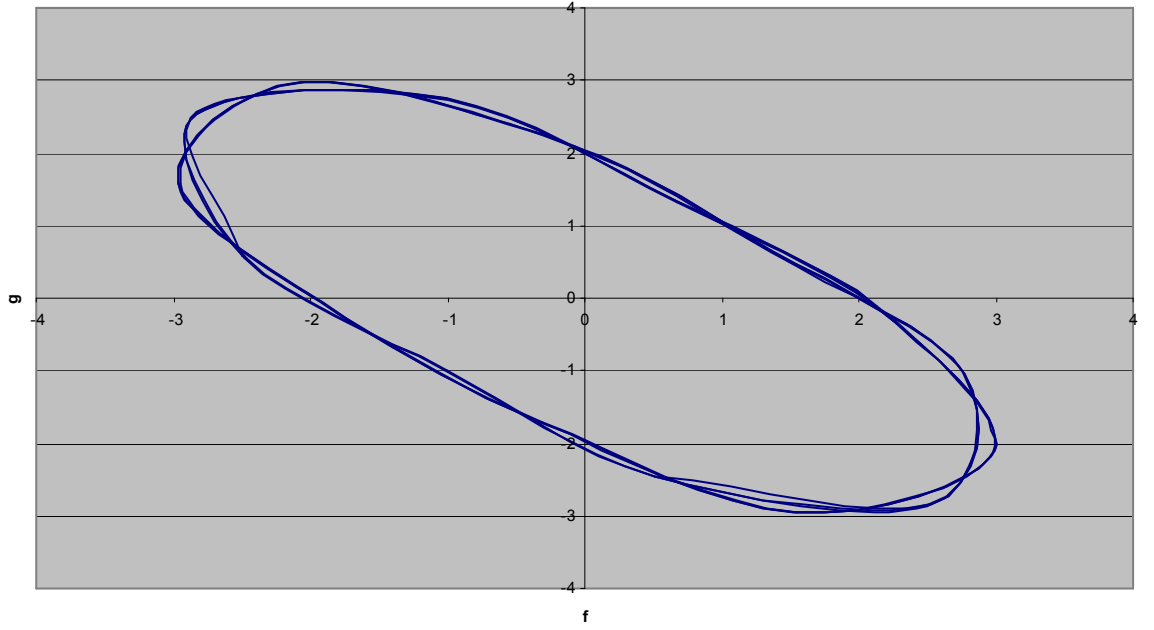
IV. BULGULAR

Temel parçacıkları tanımlayan kuvantum teorileri olmalarına rağmen solitonlar klasik alan denklemlerinin çözümleridir. Solitonların kuantizasyonu denebilecek, verilen bir alan teorisinin klasik soliton çözümleri ile bu teorisinin kuantalaşmış versiyonunun yayılmış parçacık durumu arasında ki uyumun kurulma prosedürü 1974-75 yılları boyunca bağımsız olarak bir çok teorisyen tarafından pek çok teknik kullanılarak geliştirildi. Bu metotlar yarı klasik genişlemenin genelleştirilmesinin, non-rölativistik kuvantum mekaniğinde rölativistik alan teorisine göre olması; böyle bir genelleştirmeden, klasik soliton çözümü ile birlikte sadece kuvantum soliton parçacık durumu değil, aynı zamanda soliton civarında dalgalanmaları kuantize ederek uyarılmış durumların tüm serileri benzetilebilir (çağrıştırılabilir). Kuantum soliton parçacığının özellikleri, kütlesi veya şekil faktörleri, klasik solitonun karşı gelen özelliklerinden başlayarak sistematik yarı genişlemede bulunabilir. Bu gelişmelerin yan dalı olarak instanton fiziği doğdu.

İnstantonlar, herhangi bir modelin alan denkleminin, öklidyen versiyonunun yerleşmiş sonlu eylemli klasik çözümleridir. Klasik düzeyde instantonlar, zamandan bağımsız alan denklemlerinin statik soliton çözümleri formundan çok farklı değildir. Çoğu durumlarda, D boyutta modelin instantonu, $D+1$ boyutta aynı modelin statik solitonuyla aynıdır. Buna rağmen karşı gelen kuvantum alan teorisine instantonların etkileri solitonlardan çok farklıdır.

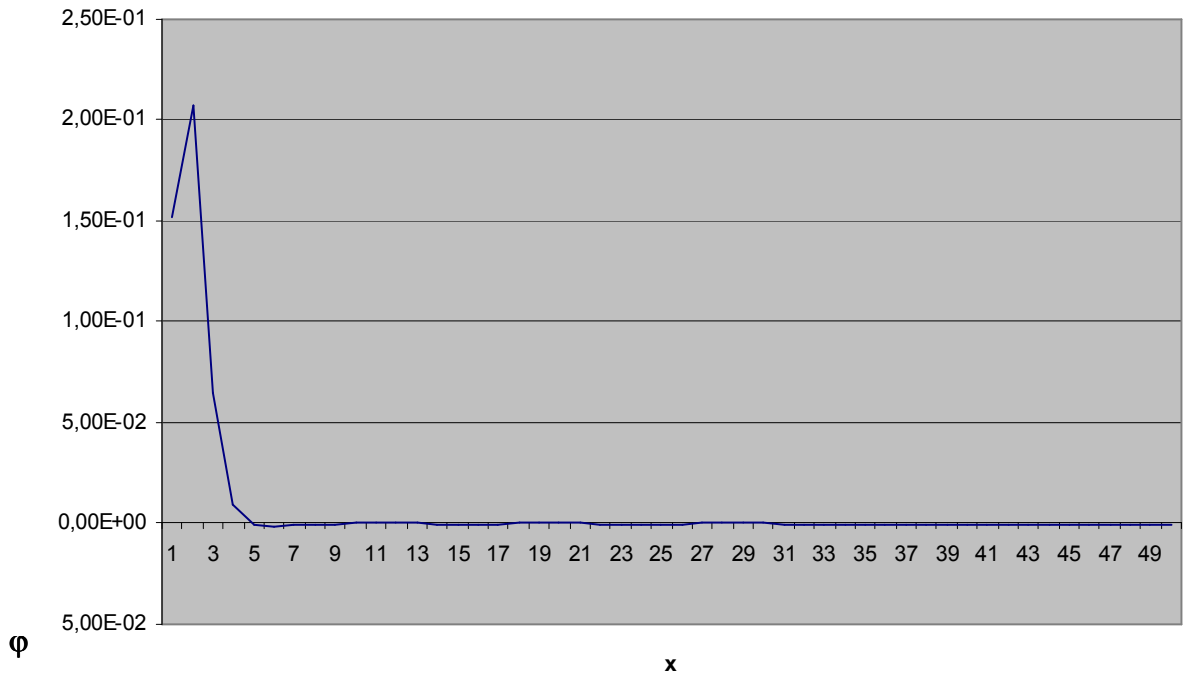
Bulgular bölümünde GSM de instanton çözümlerinin dinamik yapısını nümerik olarak inceliyoruz. Non-lineer denklemlerin tam çözümlerinin olmaması, faz diyagramları ve garip çekicilerin non-lineer dinamik yapı hakkında bilgi vermesi nedeniyle; non-lineer denklem çözümlerinin dinamiği ve evrimi hakkında görüşe sahip olmak için, nümerik yöntemlere ve bu yöntemlerden elde edilen çözümlerin faz uzaylarına müracaat edilmektedir.

Tezimizin özgün kısmını oluşturan Bulgular bölümünde ilk olarak Şekil 4.1 ile $g-f'$ ye göre çizilen faz diyagramını veriyoruz. Daha sonra Şekil 4.2. ve şekil 4.3. ile ϕ ve χ' nin çözüm grafiklerini ele alıyoruz. $\chi-\phi$ ye göre çizilen faz diyagramları ise Şekil 4.4a, 4.4b, 4.4c, 4.4d ve 4.4e'de verilmiştir. Daha sonra $g-f$ uzayının üç boyutta görünümü Şekil 4.5a, 4.5b ve 4.5c ile incelenmiştir. Son olarakta Şekil 4.6, 4.7 ve 4.8 ile runge kutta metodu ve w-plot grafik programı kullanılarak çizilen $f-f'$, $g-g'$ ve $f'-g'$ faz uzayları gösterilmiştir.

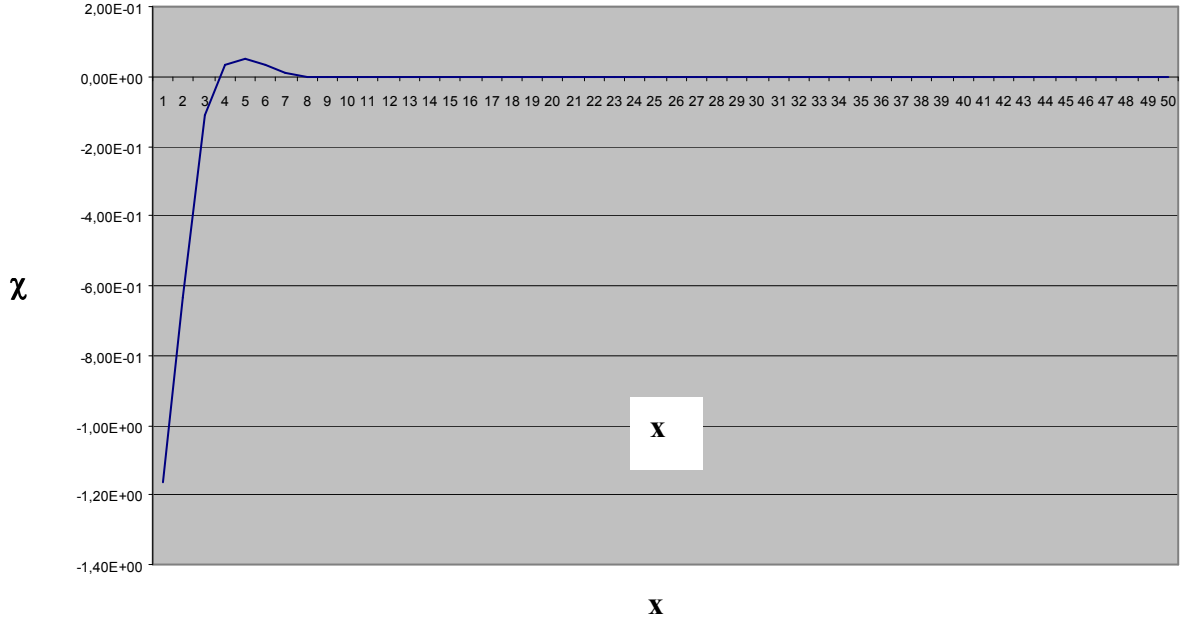


Şekil 4.1: f - g uzayı

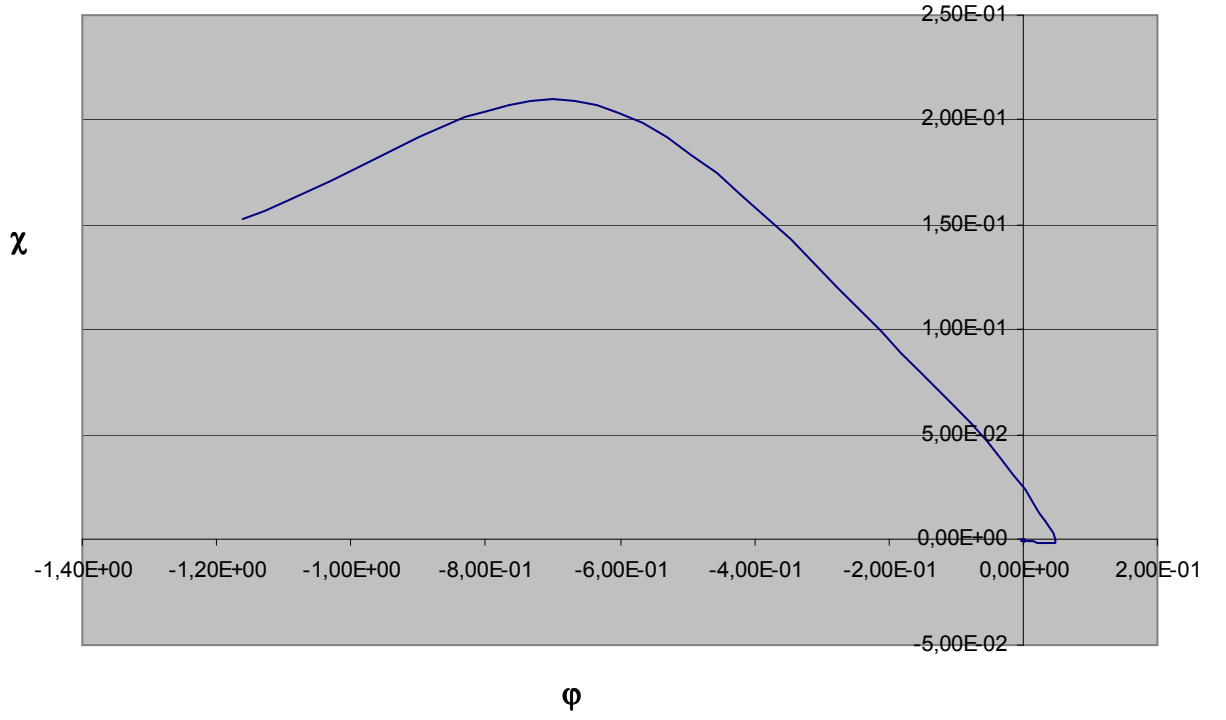
g - f e göre çizilen şekil, (3.18) denlem sisteminin uzaysal faz diyagramı olarak tanımlanır. Şekilden de görülebileceği gibi f - g ye göre çizilen diyagram bize kapalı bir sistem vermektedir. Buradan da f - g nin birlikte kararlı olduğu sonucuna varıyoruz.

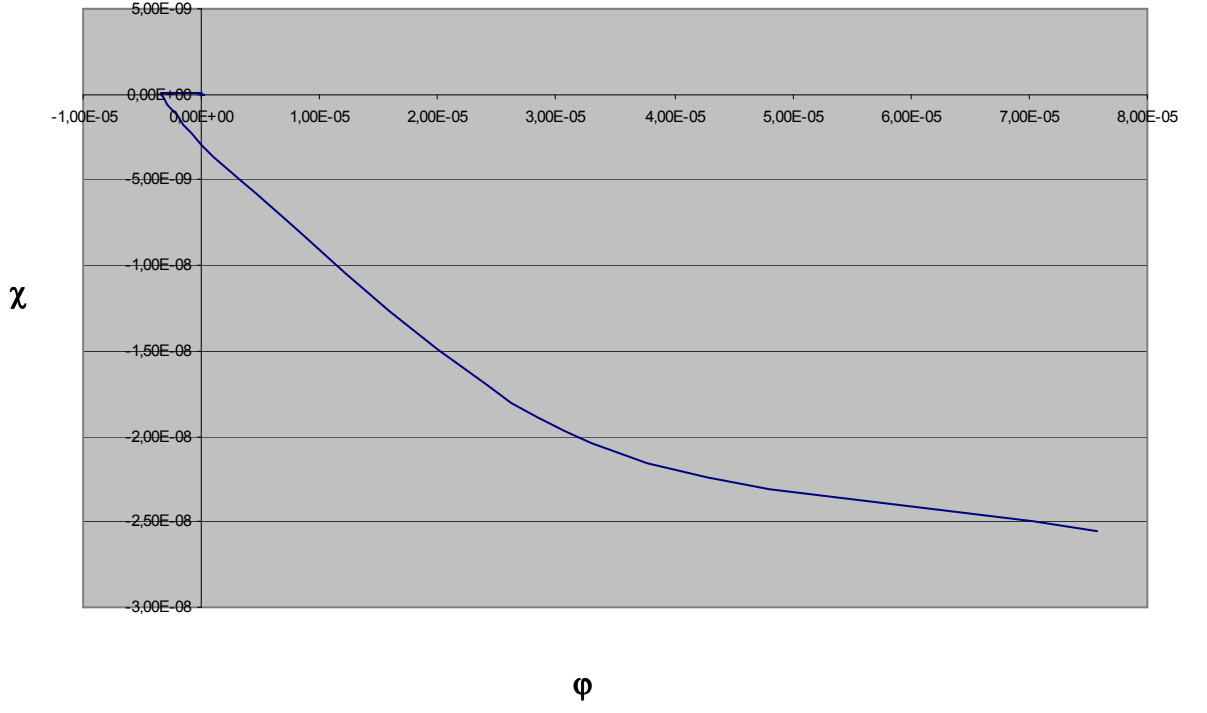
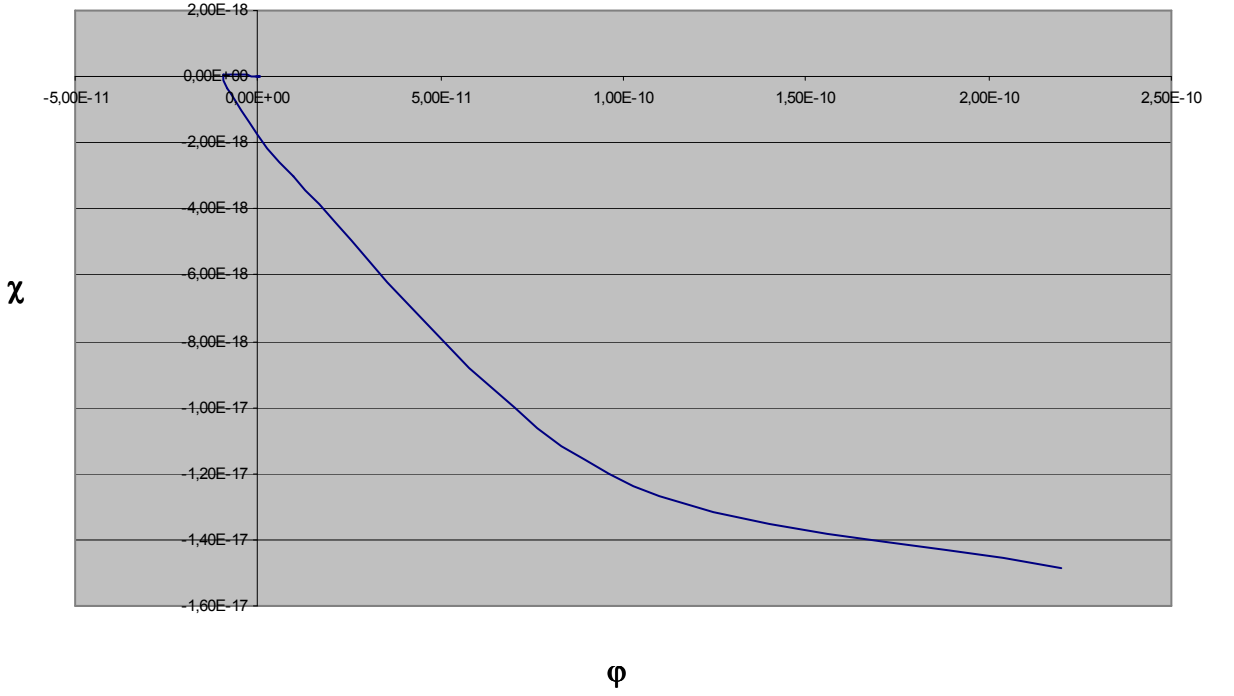


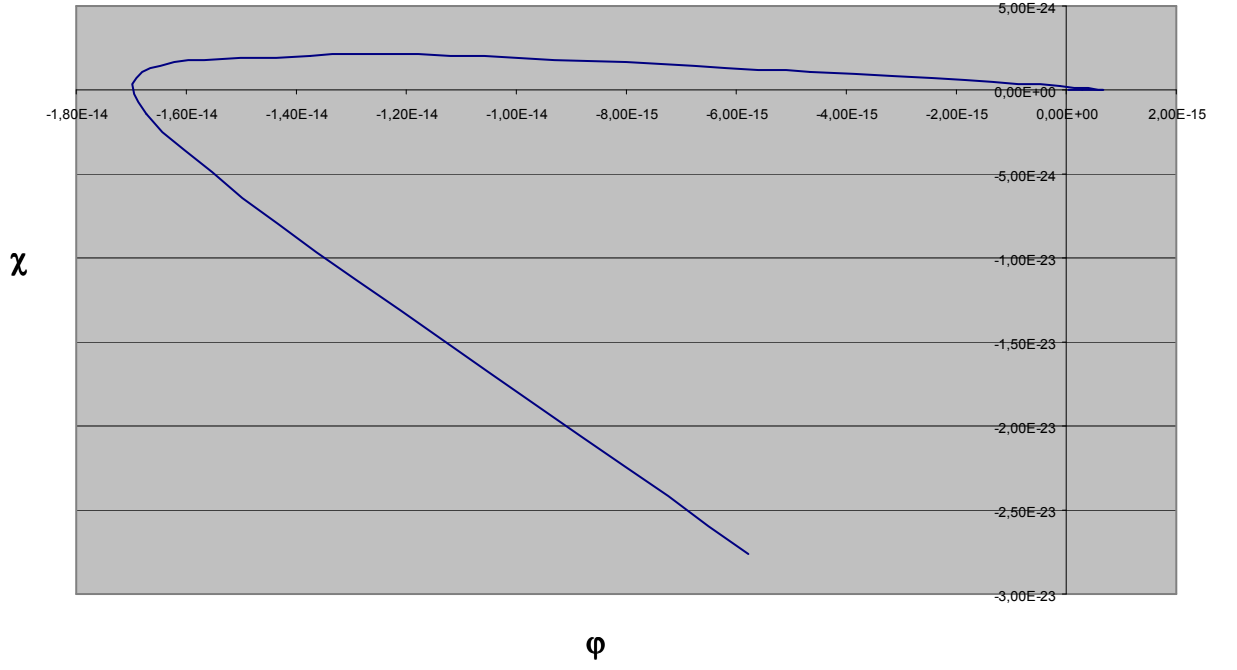
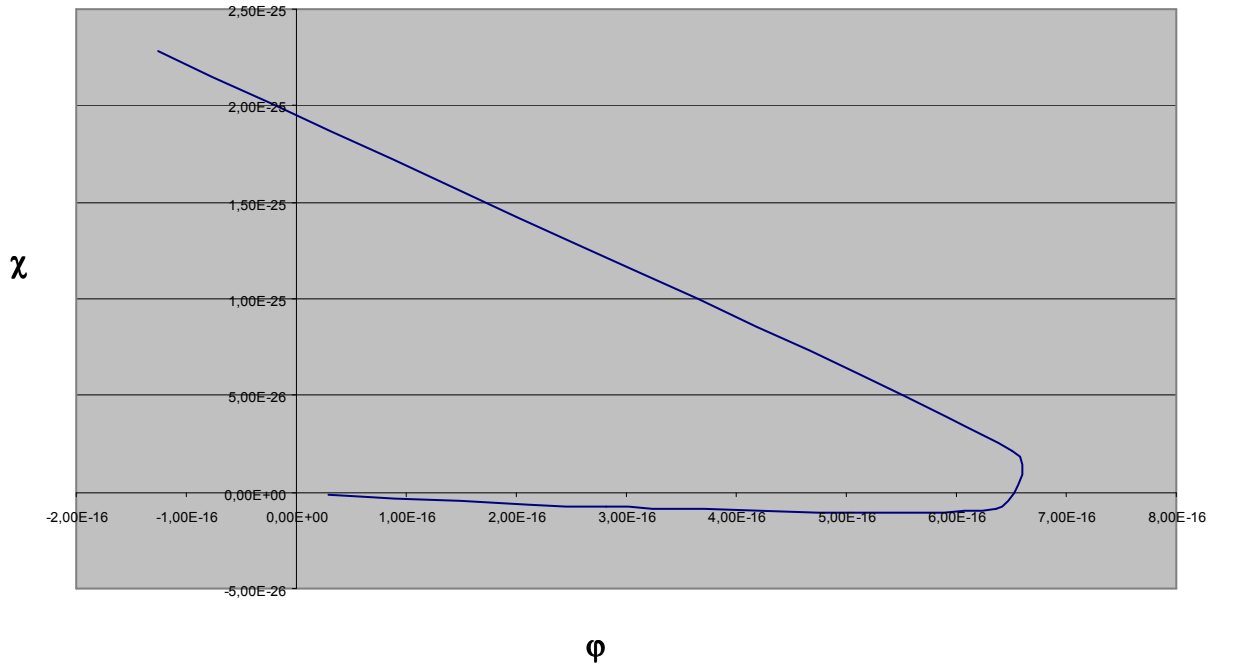
Şekil 4.2: (3.36) ile verilen φ denkleminin çözüm grafiği



Şekil 4.3: (3.37) denklemi ile verilen χ nin çözüm grafiğidir.

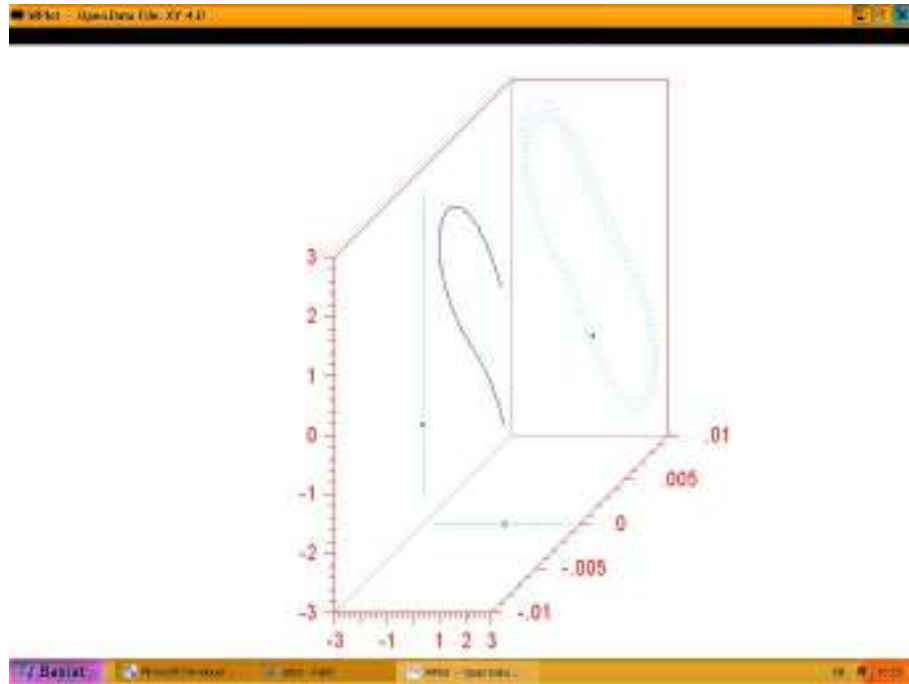


Şekil 4.4a: χ - φ ye göre çizilen faz diyagramı 1Şekil 4.4b: χ - φ ye göre çizilen faz diyagramı 2

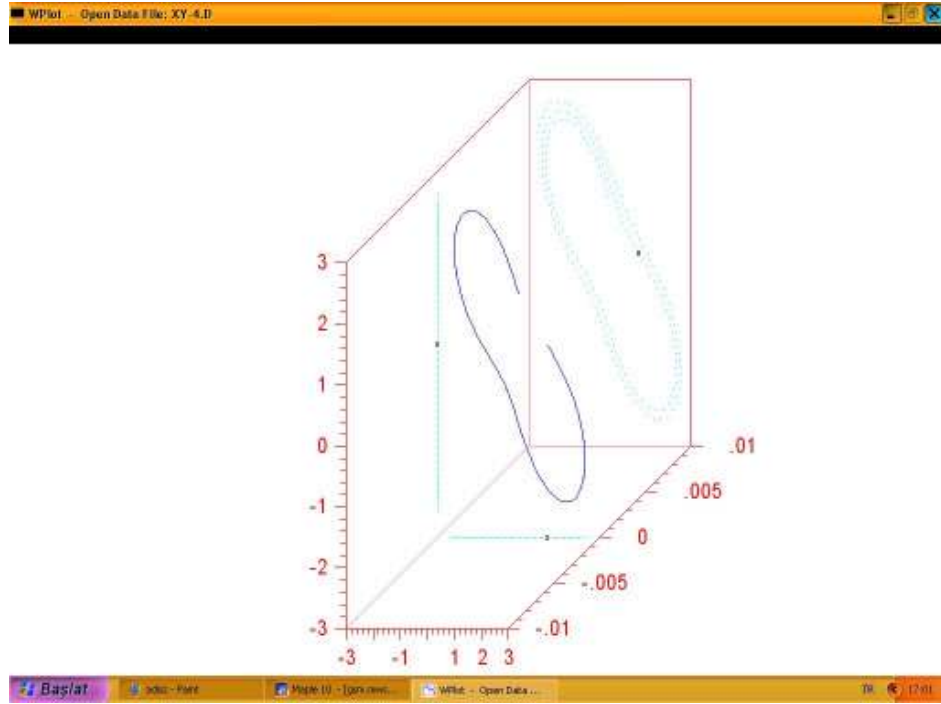
Şekil 4.4c: χ - φ ye göre çizilen faz diyagramı 3Şekil 4.4d: χ - φ ye göre çizilen faz diyagramı 4

Şekil 4.4e: χ - ϕ ye göre çizilen faz diyagramı 5

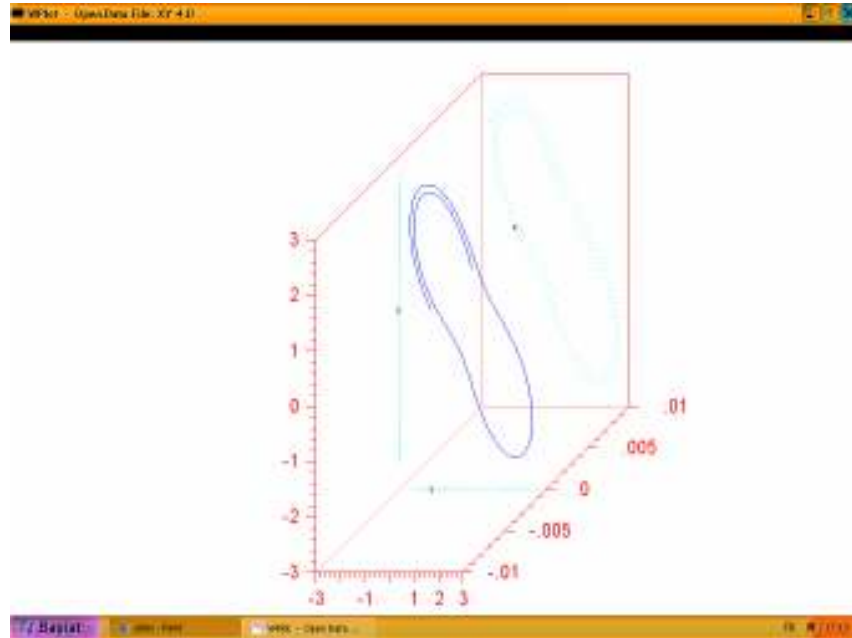
Şekil 4.4a, 4.4b, 4.4c, 4.4d, 4.4e χ - ϕ ye göre çizilen faz diyagramlarıdır. f değerleri çok küçük olduğundan değer aralığı daralıyor. Bu yüzden tek bir grafikte tam bir spirallenme gözlenemiyor. Fakat bu şekilleri sırasıyla ardarda düşündüğümüzde tam bir spirallenme elde edebiliyoruz.



Şekil 4.5a: f - g uzayı 1

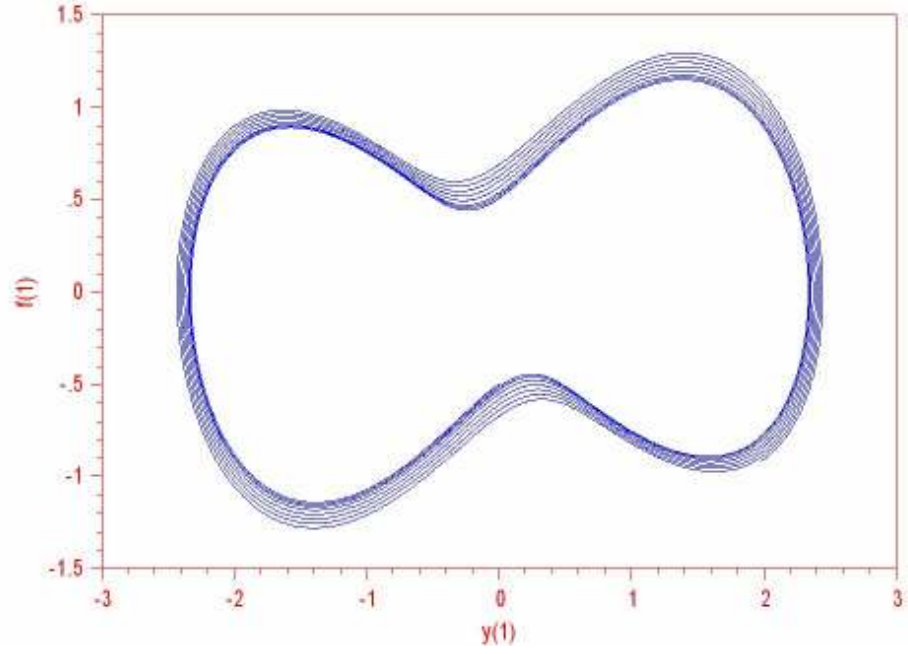


Şekil 4.5b: f-g uzayı 2

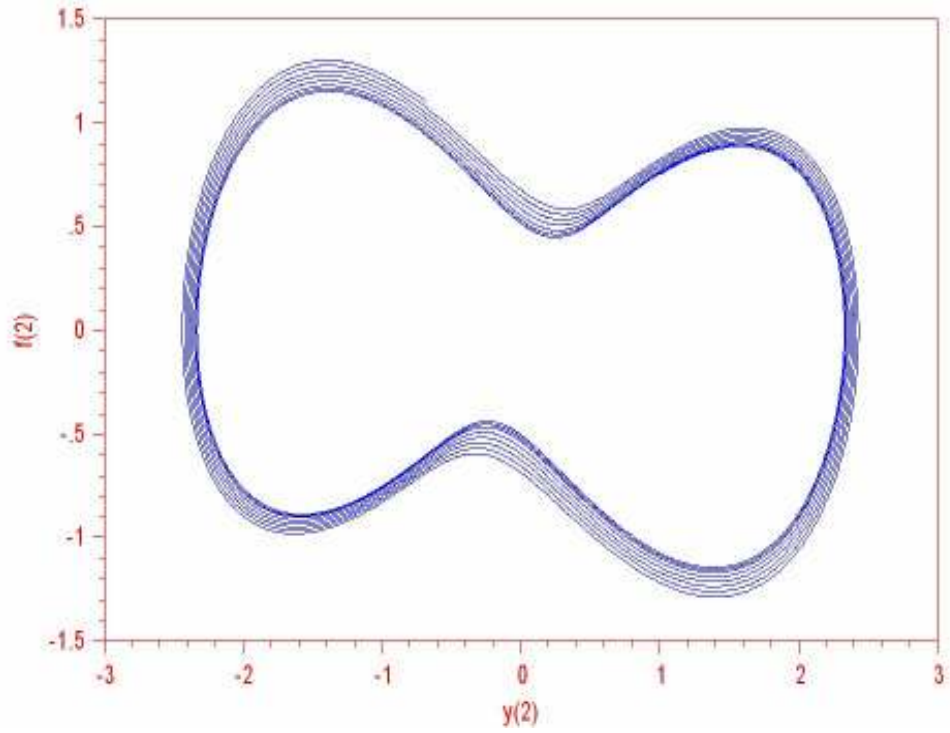


Şekil 4.5c: f-g uzayı 3

Şekil 4.5a, 4.5b ve 4.5c g-f uzayının üç boyutta görünümünü vermektedir. Nümerik çözümleri elde etmek için Runge Kutta tekniği kullanılmış ve grafikler w-plot grafik programı ile çizilmiştir.

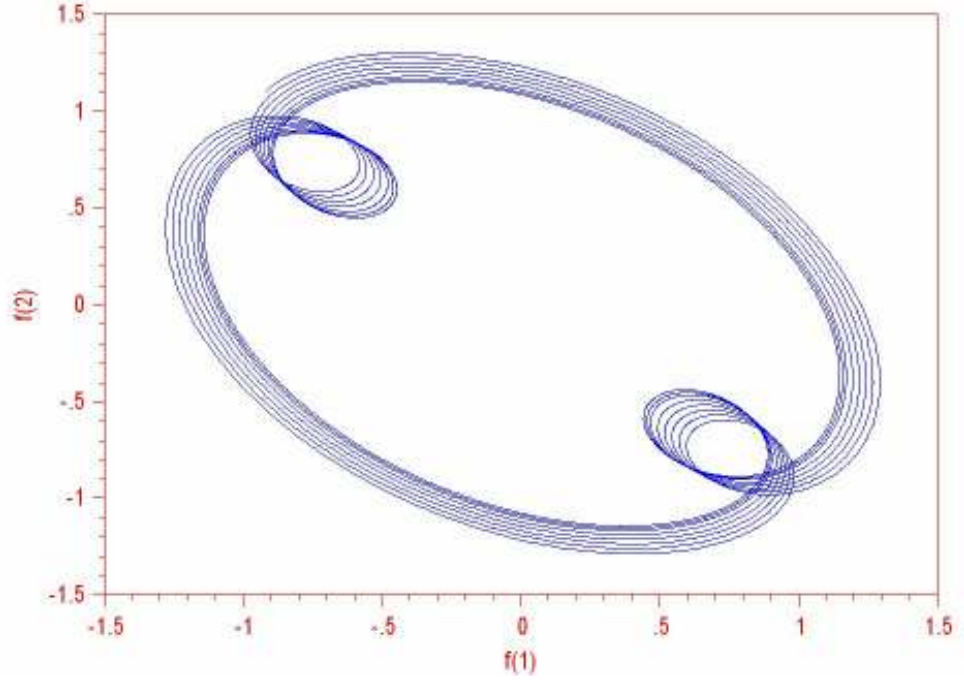


Şekil 4.6: f-f Faz Uzayı



Şekil 4.7: $g-g'$ uzayı

Şekil 4.6,4.7 ve 4.8 runge kutta metodu ve w-plot grafik programı kullanılarak çizilen f - f' , $g-g'$ ve $f'-g'$ faz uzaylarını göstermektedir.



Şekil 4.8: $f'-g'$ uzayı

V. TARTIŞMA VE SONUÇ

Tezimizin Genel Kısımlar bölümünde soliton çözümlü eşitlikler olan Boussinesq, KdV, KP, Sine Gordon ve Klein Gordon eşitliklerinden bahsettik. Alan Teorilerine kısa bir tarihsel giriş yaptıktan sonra, parçacık fiziğinde klasik çözümlerin bir sınıflandırılmasını verdik. Non-lineer spinör dalga denklemleri ve çözümleri ile Gürsey non-lineer konformal invariant spinör denklemi ve çözümlerini inceledik. Son olarakta karmaşık sistemler ve soliton dinamiğinde kaotik özelliklerden bahsettik.

Malzeme ve Yöntem kısmında evrime kapalı olmayacak instanton çözümlerinin dinamiklerini inceleyebilmek , GSM' nin eliptik fonksiyonlar çözüm sınıfını bulmak için Kortel' in kullandığı Heisenberg ön-çözümü ve bu ön-çözüm ile pertürbasyon yöntemi kullanılarak bulunan analitik çözümü ele aldık.

Tezimizin özgün kısmını oluşturan Bulgular bölümünde GSM nin instanton yapısının faz uzaylarındaki dinamiğini nümerik yöntemlere başvurarak inceledik. $g-f$ e göre çizilen Şekil 4.1. , (3.18) denklem sisteminin uzaysal faz diyagramı olarak tanımlanır. Şekilden de görülebileceği gibi $f-g$ ye göre çizilen diyagram bize kapalı bir sistem vermektedir. Sistem otonomdur ve uzay-zaman açılımında davranışı kararlılık göstermektedir.

Şekil 4.2. ve Şekil 4.3. de ϕ ve χ' nin çözüm grafiklerini verdik. Şekil 4.4a, 4.4b, 4.4c, 4.4d, 4.4e de $\chi-\phi$ ye göre çizilen faz diyagramları verilmiştir. $\chi-\phi$ ye göre çizilen faz diyagramlarını beş grafikte verebildik. Bunun nedeni, f değerlerinin çok küçük olmasından kaynaklanan değer aralığının dar olması ve bu yüzden tek bir grafikte tam bir spirallenme gözlenememesidir. Fakat bu şekilleri sırasıyla ardarda düşündüğümüzde tam bir spirallenme elde edebiliyoruz.

Şekil 4.5a, 4.5b ve 4.5c $g-f$ uzayının üç boyutta görünümünü vermektedir. Nümerik çözümleri elde etmek için Runge Kutta tekniği kullanılmış ve grafikler w-plot grafik

programı ile çizilmiştir. Üç boyutta çizilen bu faz uzaylarını da incelediğimizde sistemin davranışında herhangi bir dağılma olmadığını ve sistemin kararlılık gösterdiğini gördük. Şekil 4.6, 4.7 ve 4.8 runge kutta metodu ve w-plot grafik programı kullanılarak çizilen $f-f'$, $g-g'$ ve $f'-g'$ faz uzaylarını gösterdik. $f'-g'$, diğer bir önemli nonlinear diferansiyel denklem olan ve aşağıda Şekil 5.1. ile verdiğimiz Duffing denkleminin özelliklerini göstermektedir [32].



Şekil 5.1: Duffing denklemini çözüm grafiği

Klasik düzeyde instantonlar, zamandan bağımsız alan denklemlerinin statik soliton çözümleri formundan çok farklı değildir. Solitonlar, yayılmış parçacık durumuna; instantonlar ise, vakum durum yapısını mükemmel şekilde etkileyen tünelleme etkilerine neden olurlar. Vakum çözümleri olan instantonların evrimleşmesi, yani vakumdan kurtulmaları durumunda solitonlaşması mümkün olabilmektedir.

Tezimizde, daha önce bir çok teze konu olan [26,27,30,33] soliton çözümlerinin dinamik yapısı ile konformal simetrinin kendiliğinden kırılması ile ortaya çıkan instanton çözümleri arasında ilişki kurmaya çalıştık. Kütle azaldıkça, solitonların sahip olduğu enerji düzenli bir şekilde azalmaktadır. Bu dinamik yapılaşma kütlenin çok küçük olduğu bir değerde kütledeki bozulmalar durumunda da korunmaktadır. Kütleli Gürsey modelinin soliton çözümleri incelendiğinde, kütlenin azalması durumunda

ortaya çıkan bozunmaların yeni uzay-zamanda yayılabilen kararlı instanton yapılarına dönüşebileceği düşünülmektedir.

Soliton dinamiğinin kaotik özellikleri üzerine yapılan araştırmalar devam etmektedir. Bu tezde bulduğumuz sonuçlar GSM nin instanton yapısının dinamiğinin nümerik yöntemler kullanarak incelenmesi açısından özgünlük oluşturmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] REBBI, C. ve SOLLIANI, G., 1984, *Solitons and Particles*, World Scientific, Singapore,
- [2] YANG, C. H., 1954, Phys. Rev., 96.
- [3] RAJARAMAN, R., 1982, *Solitons and Instantons*, North-Holland, Amsterdam, 0444870474.
- [4] SCOTT, A., 1999, *Nonlinear Science*, Oxford University Pres, Oxford, 01985017 2 (hbk.).
- [5] 'T HOOFT, G., 1974, *Magnetic Monopoles in Unified Gauge Theoris*, Nucl. Phys. B 79, 276-284; Polyakov, A. M., 1974, *JETP Lett.* 20, 194.
- [6] DIRAC, P. A. M., 1974, *Spinors in Hilbert Space*, Plenum Press, New York, 0306307987.
- [7] EILENBERG, G., 1981, *Solitons in Nuclear and Elemantry Particle Physics*, World Scientific, Singapore.
- [8] POLYAKOF, A, M., SCHWARTZ, A.S. and TYUPKIN, Yu. S. ,1975, PHYS. Lett.B59,85.
- [9] ALFARO, V.D. and FURLAN, G., 1976, Nuovo Cimento, 34a,555.
- [10] THIRRING, W.E., 1958, *A Soluble Relativistic Field Theory*, Annal Physics, Vol.3,91-112.

- [11] AKDENİZ, K. G. ve SMAILAGIC, A., 1979, *Classical Solitons for Fermionic Models*, II Nuova Cimento, vol. 51A, No.3, 345-357.
- [12] AKDENİZ, K. G., 1982, *Classical Solutions of the Gürsey' s Conformal-Invariant Spinor Model*, Lettere al Nuova Cimento, vol.33, 40-44.
- [13] GÜRSEY, F., 1956, *On a Conform-Invariant Spinor Wave Equation*, II Nuova Cimento, vol. 3, No.5, 988-1006.
- [14] HEISENBERG, W. 1954, *Zeits.f. Naturf.* 9a, 292.
- [15] KORTEK, F., 1956, *On Some Solutions of Gürsey' s Conformal- Invariant Spinor Wave Equation*, II Nuova Cimento, vol.4, No.2, 210-215.
- [16] AKDENİZ, K. G., ARIK, M., DURGUT, M., HORTAÇSU, M., KAPTANOĞLU, S., PAK, N., 1982, *The Quantization of the Gürsey Model*, Physics Letters, vol. 116 B, 34-36; AKDENİZ, K. G., ARIK, M., DURGUT, M., HORTAÇSU, M., KAPTANOĞLU, S. ve PAK, N., 1982, *Quantization of a Conformal Invariant Pure Spinor Model*, Physics Letters, vol. 118 B, 41-44.
- [17] GÜRSEY, F. ve TZEC, H., 1983, *A Three-Dimensional Model with a Kink and a Higgs Mechanism*, Physics Letters, vol. 129 B, 205-208.
- [18] AKDENİZ, K. G. ve SMAILAGIC, A., 1982, *Merons in a Generaly Covariant Model with Gürsey Term*, ICTP Report No. 82 / 212.
- [19] AÇIKTEPE, T., AKDENİZ, K. G., BARUT, A. O. ve KALAYCI, J., 1987, *Conformally Covariant Couplrd Nonlinear Field Theory on the Hypercone: Vacuum Solutions and Quantization of Normal Modes*, Modern Physics Letters, vol.3A, 161.
- [20] ARIK, M., HORTAÇSU, M. ve KALAYCI, J., 1984, *Monopoles in Gürsey' s*

Model, Letterss in Mathematical Physics, vol. 8, 145-149.

[21] KRASKIEVICZ, J. ve RACZKA, R., 1986, *Trajectories of Excited Fermion States in Pure Fermion Models of Quantum Field Theory*, II Nuova Cimento, vol. 93 A, N.1, 28-38.

[22] AKDENİZ, K. G., BARUT, A. O., KALAYCI, J., OKAN, Ş. E. ve TEZGÖR, G., 1990, *Stability of the Static Solutions in a Pure Spinor Theory with Fractional Power Nonlineratiesi*, Int. Journal of Modern Physics, vol. 5A, No.1, 187-193.

[23] KALAYCI, J., 1984, *On the Classical Solutions of Field Theoretical Models*, *Doktora Tezi*, Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

[24] OKAN, Ş. E., 1987, *Non-lineer spinör Modellerde Solitonların Kararlılığı*, Yüksek Lisans Tezi, Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

[25] TEZGÖR, G., 1987, *SU(2) Spinör İndeksli Bir Non-lineer Modelde Soliton Çözümler*, Yüksek Lisans Tezi, Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

[26] NERGİS, A., 1991, *Spinör Alan Teorilerinde Nümerik Soliton Çözümleri*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

[27] NERGİS, A., 2001, *Soliton Yıldızlarının Gürsey Terimli Lee-Wick Modelinde Evrimi*, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

[28] KAZAYUKI, F., 1988, *A classical Solution of the Nonlinear Pure Spinor Models with Higher Derivatives*, Lett. Math. Phys., 14, 207.

[29] KEÇECİLER, M., 2001, Yüksek Lisans Tezi, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü.

[30] ÖNEM, C., 2001, *Alçak Enerji Fiziğinde Bir Birleşik Alan Modeli: Gürsey Spinör*

Modeli, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

[31] ÇAMBEL, A. B., 1993, *Applied Chaos Theory a Paradigm for Complexity*, Academic Press, Boston, 0121559408.

[32] SZEMPLINSKA-STUPNICKA, W., IOOSS, G. ve MOON, F. C., 1988, *Chaotic Motions in Nonlinear Dynamical Systems*, Springer Verlag Wien, New York, 3211820620.

[33] SAĞALTICI, SERAP, 2004, *Gürsey Solitonlarının Düzensiz Dinamik Yapılarının İncelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

EK

PAULİ VE DIRAC MATRİSLERİ

1) Pauli Spin Matrisleri:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

olarak tanımlanır.

Özellikleri:

a) $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = I$

b) i) $\sigma_1, \sigma_2 = i \sigma_3$

ii) $\sigma_2, \sigma_3 = i \sigma_1$

iii) $\sigma_3, \sigma_1 = i \sigma_2$

c) i) $[\sigma_1, \sigma_2] = \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_1 = 2i \sigma_3$

ii) $[\sigma_2, \sigma_3] = \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_2 = 2i \sigma_1$

iii) $[\sigma_3, \sigma_1] = \sigma_3 \sigma_1 - \sigma_1 \sigma_3 = 2i \sigma_2$

d) $\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_1 = \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_2 = \sigma_3 \sigma_1 + \sigma_1 \sigma_3 = 0$

e) $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 = iI$

2) Dirac Matrisleri:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^1 \\ -\sigma^1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

olarak tanımlanır, bunlar;

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\gamma^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \Rightarrow & \gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\gamma^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \Rightarrow & \gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\gamma^3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \Rightarrow & \gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\gamma^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \Rightarrow & \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

özellikleri:

a) $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\gamma^{\mu\nu}$ Anti-komitasyon

b) $\gamma^\mu \gamma_\mu = 4I$

c) $[\gamma^\mu \gamma^\nu, \gamma^g] = \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^g - \gamma^g \gamma^\mu \gamma^\nu = 2(\gamma^\mu \gamma^{\nu g} - \gamma^\nu \gamma^{\mu g})$

d) $\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\mu = -2\gamma_\nu$

e) $\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_g \gamma_\mu = 4\gamma_{\nu g}$

f) $\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_g \gamma_\sigma \gamma_\mu = -2(\gamma_\sigma \gamma_g \gamma_\nu)$

g) $\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_g \gamma_\sigma \gamma_\tau \gamma_\nu = 2(\gamma_\tau \gamma_\nu \gamma_g \gamma_\sigma + \gamma_\sigma \gamma_g \gamma_\nu \gamma_\tau)$

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Fatma Aydoğmuş
Doğum Yeri ve Tarihi : İstanbul - 12.07.1982
Eğitim : İstanbul Üniversitesi , Fen Bilimleri Enstitüsü
 Fizik Bölümü,Yüksek Enerji Fiziği Anabilim
 Dalı (2004-....)
 İstanbul Üniversitesi, Fen Fakültesi
 Fizik Bölümü (2004)
 Cibali Lisesi (1999)
 Atatürk İlköğretim Okulu (1996)
 Mimarsinan İlkokulu (1993)
Yabancı Dil : İngilizce
Çalıştığı Kurum : İstanbul Üniversitesi , Fen Fakültesi
 Fizik Bölümü,Yüksek Enerji Fiziği Anabilim
 Dalı, Araştırma Görevlisi(2006-....)

Katıldığım Toplantılar :

II. İÜ Fizik Bölümü Tarihi Sempozyumu, 19 Mayıs 2007, İÜ Baltalimanı
 Tesisleri,
 İstanbul (Düzenleme Komitesi)

10.Ulusal Sıvıhal Fiziği Sempozyumu, 28 Eylül-1 Ekim 2006 , İstanbul
 Üniversitesi
 Baltalimanı Tesisleri,İstanbul

Düzensiz sistemler: Teori ve Uygulamalar Çalışma Grubu, VI.Ulusal
 Sempozyumu,
 29 Ağustos-5 Eylül 2006,Karaburun, İzmir

VI. International Conference of the Balkan Physical Union, 22-26 Ağustos 2006, İstanbul Üniversitesi, İstanbul

1933-1982 Dönemi İÜ Fizik Bölümü Tarihi Sempozyumu, 10-11 Haziran 2006, İstanbul Üniversitesi Baltalimanı Tesisleri, İstanbul (Düzenleme Komitesi)

I. Disiplinler arası Kaos Sempozyumu, Kaos ve Karmaşık Sistemler, 12-13 Mayıs 2006, Kültür Üniversitesi, İstanbul

World Year of Physics 2005-23rd International Physics Congress of Turkish Physical Society, Muğla Üniversitesi, 13-16 Eylül 2005, Muğla

Düzensiz sistemler: Teori ve Uygulamalar Çalışma Grubu, V Ulusal Sempozyumu,
23-29 Ağustos 2005, Karaburun, İzmir (Sözlü Bildiri)

12. İstatistik Fizik Günleri, 30 Haziran-2 Temmuz 2005, İTÜ, İstanbul

Düzensiz sistemler: Teori ve Uygulamalar Çalışma Grubu, IV Ulusal Sempozyumu,
22-29 Ağustos 2004, Karaburun, İzmir